Física

2 BGU

LNS

Serie Ingenios

EDITORIAL DON BOSCO

edebé

Av. Amazonas N34-451 y Atahualpa
Quito, Ecuador
www.educacion.gob.ec

EDITORIAL DON BOSCO
OBRAS SALESIANAS DE COMUNICACIÓN

Marcelo Mejía Morales
Gerente general

Eder Acuña Reyes
Dirección editorial

Eder Acuña Reyes
Adaptación y edición de contenidos

Eder Acuña Reyes
Creación de contenidos nuevos

Luis Felipe Sánchez
Coordinación de estilo

Luis Felipe Sánchez
Revisión de estilo

Pamela Cueva Villavicencio
Coordinación gráfica

Pamela Cueva Villavicencio
Diagramación

Darwin Parra O.
Ilustración

Darwin Parra O.
Diseño de portada e ilustración

En alianza con

Grupo edebé
Proyecto: Física 2
Bachillerato

Antonio Garrido González
Dirección general

José Luis Gómez Cutillas
Dirección editorial

María Banal Martínez
Dirección de edición de Educación Secundaria

Santiago Centelles Cervera
Dirección pedagógica

Juan López Navarro
Dirección de producción

Equipo de edición Grupo edebé

Paseo San Juan Bosco, 62
08017 Barcelona
www.edebe.com

ISBN 978-9942-23-019-5

Primera impresión: agosto 2016
Tercera impresión: mayo 2017
Cuarta impresión: febrero 2018

Impreso por: Medios Públicos EP

Este libro fue evaluado por la Escuela Politécnica Nacional, y obtuvo su certificación curricular el 7 de septiembre de 2016.

ADVERTENCIA
Un objetivo manifiesto del Ministerio de Educación es combatir el sexismo y la discriminación de género en la sociedad ecuatoriana y promover, a través del sistema educativo, la equidad entre mujeres y hombres. Para alcanzar este objetivo, promovemos el uso de un lenguaje que no reproduzca esquemas sexistas, y de conformidad con esta práctica preferimos emplear en nuestros documentos oficiales palabras neutras, tales como las personas (en lugar de los hombres) o el profesorado (en lugar de los profesores), etc. Sólo en los casos en que tales expresiones no existan, se usará la forma masculina como genérica para hacer referencia tanto a las personas del sexo femenino como masculino. Esta práctica comunicativa, que es recomendada por la Real Academia Española en su Diccionario Panhispánico de Dudas, obedece a dos razones: (a) en español es posible <referirse a colectivos mixtos a través del género gramatical masculino>, y (b) es preferible aplicar <la ley lingüística de la economía expresiva> para así evitar el abultamiento gráfico y la consiguiente ilegibilidad que ocurriría en el caso de utilizar expresiones como las y los, os/as y otras fórmulas que buscan visibilizar la presencia de ambos sexos.

Este libro de texto que tienes en tus manos es una herramienta muy importante para que puedas desarrollar los aprendizajes de la mejor manera. Un libro de texto no debe ser la única fuente de investigación y de descubrimiento, pero siempre es un buen aliado que te permite descubrir por ti mismo la maravilla de aprender.

El Ministerio de Educación ha realizado un ajuste curricular que busca mejores oportunidades de aprendizaje para todos los estudiantes del país en el marco de un proyecto que propicia su desarrollo personal pleno y su integración en una sociedad guiada por los principios del Buen Vivir, la participación democrática y la convivencia armónica.

Para acompañar la puesta en marcha de este proyecto educativo, hemos preparado varios materiales acordes con la edad y los años de escolaridad. Los niños y niñas de primer grado recibirán un texto que integra cuentos y actividades apropiadas para su edad y que ayudarán a desarrollar el currículo integrador diseñado para este subnivel de la Educación General Básica. En adelante y hasta concluir el Bachillerato General Unificado, los estudiantes recibirán textos que contribuirán al desarrollo de los aprendizajes de las áreas de Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Lengua y Literatura, Matemática y Lengua Extranjera-Inglés.

Además, es importante que sepas que los docentes recibirán guías didácticas que les facilitarán enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje a partir del contenido del texto de los estudiantes, permitiendo desarrollar los procesos de investigación y de aprendizaje más allá del aula.

Este material debe constituirse en un apoyo a procesos de enseñanza y aprendizaje que, para cumplir con su meta, han de ser guiados por los docentes y protagonizados por los estudiantes.

Esperamos que esta aventura del conocimiento sea un buen camino para alcanzar el Buen Vivir.

Ministerio de Educación

2018

Presentación

Física 2 BGU ahora mismo es una página en blanco que, como tú, posee un infinito potencial.

Te presentamos **Ingenios**, el nuevo proyecto de Editorial Don Bosco que hemos diseñado para impulsar lo mejor de ti y que te acompañará en tu recorrido por el conocimiento. (65 - 54)

Ingenios:

- Fomenta un aprendizaje práctico y funcional que te ayudará a desarrollar destrezas con criterios de desempeño.
- Propone una educación abierta al mundo, que se integra en un entorno innovador y tecnológico.
- Apuesta por una educación que atiende a la diversidad.
- Refuerza la inteligencia emocional.
- Refleja los propósitos del Ministerio de Educación que están plasmados en el currículo nacional vigente.
- Deja aflorar la expresividad de tus retos.
- Incorpora **Edibosco Interactiva**, la llave de acceso a un mundo de recursos digitales, flexibles e integrados para que des forma a la educación del futuro.
- Es sensible a la justicia social para lograr un mundo mejor.

Física 2 BGU te presenta los contenidos de forma clara e interesante. Sus secciones te involucrarán en proyectos, reflexiones y actividades que te incentivarán a construir y fortalecer tu propio aprendizaje. Las ilustraciones, fotografías, enlaces a páginas web y demás propuestas pedagógicas facilitarán y clarificarán la adquisición de nuevos conocimientos.

Construye con **Ingenios** tus sueños.

Índice

0 Unidad temática

Medidas y método científico

Contenidos

1 unidad temática

El movimiento

Objetivos

- Comprender que el desarrollo de la Física está ligado a la historia de la humanidad y al avance de la civilización y apreciar su contribución en el progreso socioeconómico, cultural y tecnológico de la sociedad.
- Comprender que la Física es un conjunto de teorías cuya validez ha tenido que comprobarse en cada caso, por medio de la experimentación.
- Comunicar información con contenido científico, utilizando el lenguaje oral y escrito con rigor conceptual, interpretar leyes, así como expresar argumentaciones y explicaciones en el ámbito de la Física.

Contenidos

2 unidad temática

Fuerzas en la naturaleza

Objetivos

- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de Física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.
- Reconocer el carácter experimental de la Física, así como sus aportaciones al desarrollo humano, por medio de la historia, comprendiendo las discrepancias que han superado los dogmas, y los avances científicos que han influido en la evolución cultural de la sociedad.

Contenidos

3 unidad temática

Trabajo y energía

Objetivos

- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de Física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.
- Integrar los conceptos y leyes de la Físicas, para comprender la ciencia, la tecnología y la sociedad, ligadas a la capacidad de inventar, innovar y dar soluciones a la crisis socioambiental.
- Diseñar y construir dispositivos y aparatos que permitan comprobar y demostrar leyes físicas, aplicando los conceptos adquiridos a partir de las destrezas con criterios de desempeño.

Contenidos

4 unidad temática

Termodinámica

Objetivos

- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de Física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.
- Integrar los conceptos y leyes de la Física, para comprender la ciencia, la tecnología y la sociedad, ligadas a la capacidad de inventar, innovar y dar soluciones a la crisis socioambiental.

Contenidos

5 unidad temática

Corriente eléctrica

Objetivos

- Comprender la importancia de aplicar los conocimientos de las leyes físicas para satisfacer los requerimientos del ser humano a nivel local y mundial, y plantear soluciones a los problemas locales y generales a los que se enfrenta la sociedad. .
- Diseñar y construir dispositivos y aparatos que permitan comprobar y demostrar leyes físicas, aplicando los conceptos adquiridos a partir de las destrezas con criterios de desempeño.
- Comunicar resultados de experimentaciones realizadas, relacionados con fenómenos físicos, mediante informes estructurados, detallando la metodología utilizada, con la correcta expresión de las magnitudes medidas o calculadas.

Contenidos

6 unidad temática

Movimiento armónico simple

Objetivos

- Comunicar información con contenido científico, utilizando el lenguaje oral y escrito con rigor conceptual, interpretar leyes, así como expresar argumentaciones y explicaciones en el ámbito de la Física.
- Diseñar y construir dispositivos y aparatos que permitan comprobar y demostrar leyes físicas, aplicando los conceptos adquiridos a partir de las destrezas con criterios de desempeño, desarrollo del entorno social, natural y cultural.
- Comunicar resultados de experimentaciones realizadas, relacionados con fenómenos físicos, mediante informes estructurados, detallando la metodología utilizada, con la correcta expresión de las magnitudes medidas o calculadas.

Contenidos

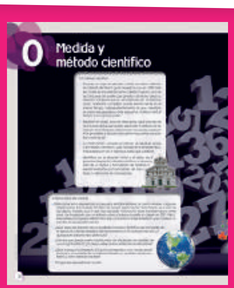
Destrezas con criterios de desempeño:

	Unidades					
	1	2	3	4	5	6
• Determinar la posición y el desplazamiento de un objeto (considerado puntual) que se mueve, a lo largo de una trayectoria rectilínea, en un sistema de referencia establecida y sistematizar información relacionada al cambio de posición en función del tiempo, como resultado de la observación de movimiento de un objeto y el empleo de tablas y gráficas.	✓					
• Explicar, por medio de la experimentación de un objeto y el análisis de tablas y gráficas, que el movimiento rectilíneo uniforme implica una velocidad constante.	✓					
• Elaborar gráficos de velocidad versus tiempo, a partir de los gráficos posición versus tiempo; y determinar el desplazamiento a partir del gráfico velocidad versus tiempo.	✓					
• Analizar gráficamente que, en el caso particular de que la trayectoria sea un círculo, la aceleración normal se llama aceleración central (centrípeta) y determinar que en el movimiento circular solo se necesita el ángulo (medido en radianes) entre la posición del objeto y una dirección de referencia, mediante el análisis gráfico de un punto situado en un objeto que gira alrededor de un eje.	✓					
• Diferenciar, mediante el análisis de gráficos el movimiento circular uniforme (MCU) del movimiento circular uniformemente variado (MCUV), en función de la comprensión de las características y relaciones de las cuatro magnitudes de la cinemática del movimiento circular (posición angular, velocidad angular, aceleración angular y el tiempo).	✓					
• Resolver problemas de aplicación donde se relacionen las magnitudes angulares y las lineales.	✓					
• Indagar los estudios de Aristóteles, Galileo y Newton, para comparar sus experiencias frente a las razones por las que se mueven los objetos y despejar ideas preconcebidas sobre este fenómeno, con la finalidad de conceptualizar la primera ley de Newton (ley de la inercia) y determinar por medio de la experimentación que no se produce aceleración cuando las fuerzas están en equilibrio, por lo que un objeto continúa moviéndose con rapidez constante o permanece en reposo (primera ley de Newton o principio de inercia de Galileo).		✓				
• Explicar la segunda ley de Newton mediante la relación entre las magnitudes: aceleración y fuerza que actúan sobre un objeto y su masa, mediante experimentaciones formales o no formales.		✓				
• Explicar la tercera ley de Newton en aplicaciones reales.		✓				
• Reconocer que la fuerza es una magnitud de naturaleza vectorial, mediante la explicación gráfica de situaciones reales para resolver problemas donde se observen objetos en equilibrio u objetos acelerados.		✓				
• Analizar que las leyes de Newton no son, exactas pero dan muy buenas aproximaciones cuando el objeto se mueve con muy pequeña rapidez, comparada con la rapidez de la luz o cuando el objeto es suficientemente grande para ignorar los efectos cuánticos, mediante la observación de videos relacionados.		✓				
• Reconocer que la velocidad es una información insuficiente y que lo fundamental es la vinculación de la masa del objeto con su velocidad a través de la cantidad de movimiento lineal, para comprender la ley de conservación de la cantidad de movimiento y demostrar analíticamente que el impulso de la fuerza que actúa sobre un objeto es igual a la variación de la cantidad de movimiento de ese objeto.		✓				
Explicar que la fuerza es la variación de momento lineal en el transcurso del tiempo, mediante ejemplos reales, y determinar mediante la aplicación del teorema del impulso, la cantidad de movimiento y de la tercera ley de Newton que para un sistema aislado de dos cuerpos, no existe cambio en el tiempo de la cantidad de movimiento total del sistema.		✓				
• Explicar que la intensidad del campo gravitatorio de un planeta determina la fuerza del peso de un objeto de masa (m), para establecer que el peso puede variar pero la masa es la misma.		✓				
• Explicar el fenómeno de la aceleración cuando un cuerpo que cae libremente alcanza su rapidez terminal, mediante el análisis del rozamiento con el aire.		✓				
• Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.	✓					
• Determinar que la fuerza que ejerce un resorte es proporcional a la deformación que experimenta y está dirigida hacia la posición de equilibrio (ley de Hooke), mediante prácticas experimentales y el análisis de su modelo matemático y de la característica de cada resorte.		✓				
• Explicar que el movimiento circular uniforme requiere la aplicación de una fuerza constante dirigida hacia el centro del círculo, mediante la demostración analítica y/o experimental.		✓				
• Deducir las expresiones cinemáticas a través del análisis geométrico del movimiento armónico simple (MAS) y del uso de las funciones seno o coseno (en dependencia del eje escogido), y que se puede equiparar la amplitud A y la frecuencia angular w del MAS con el radio y la velocidad angular del MCU.						✓
• Determinar experimentalmente que un objeto sujeto a un resorte realiza un movimiento periódico (llamado movimiento armónico simple) cuando se estira o se comprime, generando una fuerza elástica dirigida hacia la posición de equilibrio y proporcional a la deformación.						✓
• Identificar las magnitudes que intervienen en el movimiento armónico simple, por medio de la observación de mecanismos que tienen este tipo de movimiento y analizar geométricamente el movimiento armónico simple como un componente del movimiento circular uniforme, mediante la proyección del movimiento de un objeto en MAS sobre el diámetro horizontal de la circunferencia.						✓

	Unidades					
	1	2	3	4	5	6
• Describir que si una masa se sujeta a un resorte, sin considerar fuerzas de fricción, se observa la conservación de la energía mecánica, considerando si el resorte está en posición horizontal o suspendido verticalmente, mediante la identificación de las energías que intervienen en cada caso.						✓
• Explicar que se detecta el origen de la carga eléctrica, partiendo de la comprensión de que esta reside en los constituyentes del átomo (electrones o protones) y que solo se detecta su presencia por los efectos entre ellas, comprobar la existencia de solo dos tipos de carga eléctrica a partir de mecanismos que permiten la identificación de fuerzas de atracción y repulsión entre objetos electrificados, en situaciones cotidianas y experimentar el proceso de carga por polarización electrostática, con materiales de uso cotidiano.					✓	
• Conceptualizar la ley de Coulomb en función de cuantificar con qué fuerza se atraen o se repelen las cargas eléctricas y determinar que esta fuerza electrostática también es de naturaleza vectorial.		✓				
• Explicar el principio de superposición mediante el análisis de la fuerza resultante sobre cualquier carga, que resulta de la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por las otras cargas que están presentes en una configuración estable.		✓				
• Explicar que la presencia de un campo eléctrico alrededor de una carga puntual permite comprender la acción de la fuerza a distancia, la acción a distancia entre cargas a través de la conceptualización de campo eléctrico y la visualización de los efectos de las líneas de campo en demostraciones con material concreto, y determinar la fuerza que experimenta una carga dentro de un campo eléctrico, mediante la resolución de ejercicios y problemas de aplicación.		✓				
• Establecer que el trabajo efectuado por un agente externo al mover una carga de un punto a otro dentro del campo eléctrico se almacena como energía potencial eléctrica e identificar el agente externo que genera diferencia de potencial eléctrico, el mismo que es capaz de generar trabajo al mover una carga positiva unitaria de un punto a otro dentro de un campo eléctrico.		✓		✓		
• Conceptualizar la corriente eléctrica como la tasa a la cual fluyen las cargas a través de una superficie A de un conductor, mediante su expresión matemática y establecer que cuando se presenta un movimiento ordenado de cargas corriente eléctrica se transfiere energía desde la batería, la cual se puede transformar en calor, luz o en otra forma de energía.					✓	
• Describir la relación entre diferencia de potencial (voltaje), corriente y resistencia eléctrica, la ley de Ohm, mediante la comprobación de que la corriente en un conductor es proporcional al voltaje aplicado (donde R es la constante de proporcionalidad).					✓	
• Comprobar la ley de Ohm en circuitos sencillos a partir de la experimentación, analizar el funcionamiento de un circuito eléctrico sencillo y su simbología mediante la identificación de sus elementos constitutivos y la aplicación de dos de las grandes leyes de conservación (de la carga y de la energía) y explicar el calentamiento de Joule y su significado mediante la determinación de la potencia disipada en un circuito básico					✓	
• Definir el trabajo mecánico a partir del análisis de la acción de una fuerza constante aplicada a un objeto que se desplaza en forma rectilínea, considerando solo el componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.			✓			
• Demostrar analíticamente que la variación de la energía mecánica representa el trabajo realizado por un objeto, utilizando la segunda ley de Newton y las leyes de la cinemática y la conservación de la energía, a través de la resolución de problemas que involucren el análisis de sistemas conservativos donde solo fuerzas conservativas efectúan trabajo.			✓			
• Determinar el concepto de potencia mediante la comprensión del ritmo temporal con que ingresa o se retira energía de un sistema.			✓			
• Determinar que la temperatura de un sistema es la medida de la energía cinética promedio de sus partículas, haciendo una relación con el conocimiento de que la energía térmica de un sistema se debe al movimiento caótico de sus partículas y por tanto a su energía cinética.				✓		
• Describir el proceso de transferencia de calor entre y dentro de sistemas por conducción, convección y/o radiación, mediante prácticas de laboratorio.				✓		
• Analizar que la variación de la temperatura de una sustancia que no cambia de estado es proporcional a la cantidad de energía añadida o retirada de la sustancia y que la constante de proporcionalidad representa el recíproco de la capacidad calorífica de la sustancia.				✓		
• Explicar mediante la experimentación el equilibrio térmico usando los conceptos de calor específico, cambio de estado, calor latente, temperatura de equilibrio, en situaciones cotidianas.				✓		
• Reconocer que un sistema con energía térmica tiene la capacidad de realizar trabajo mecánico deduciendo que, cuando el trabajo termina, cambia la energía interna del sistema, a partir de la experimentación (máquinas térmicas).				✓		
• Reconocer mediante la experimentación de motores de combustión interna y eléctricos, que en sistemas mecánicos, las transferencias y transformaciones de la energía siempre causan pérdida de calor hacia el ambiente, reduciendo la energía utilizable, considerando que un sistema mecánico no puede ser ciento por ciento eficiente.				✓		
• Establecer la ley de gravitación universal de Newton y su explicación del sistema copernicano y de las leyes de Kepler, para comprender el aporte de la misión geodésica francesa en el Ecuador, con el apoyo profesional de don Pedro Vicente Maldonado en la confirmación de la ley de gravitación, identificando el problema de acción a distancia que plantea la ley de gravitación newtoniana y su explicación a través del concepto de campo gravitacional.		✓				

El proyecto de **Física** 2

Unidad 0



- Una unidad inicial para facilitar los nuevos aprendizajes.

Para empezar

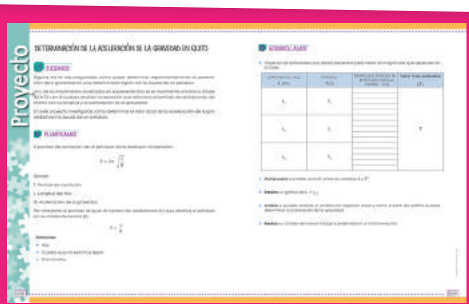
Activa tu conocimiento con el gráfico

- Tu unidad arranca con noticias y temas que te involucran en los contenidos.

Contenidos

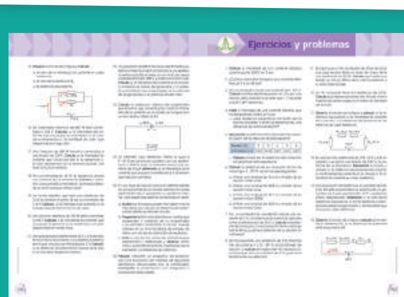
- Aprendemos física a través de actividades.

Proyecto



- Propuesta de actividades interdisciplinarias, que promueven el diálogo y el deseo de nuevos conocimientos.

Ejercicios y problemas



Un alto en el camino

- Y, además, se incluye una evaluación quimestral con preguntas de desarrollo y de base estructurada.

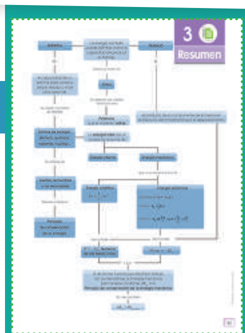
Experimento

- Te convertirás en un joven físico.

Zona Wifi

- Aprenderás la física en relación con la sociedad.

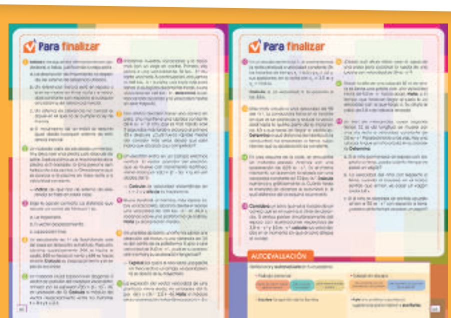
Resumen



- Síntesis de lo aprendido

Para finalizar

Evaluando tus destrezas



Autoevaluación

¿Qué significan estos íconos?

Y TAMBIÉN:

TIC

CALCULADORA

TEN EN CUENTA QUE:

Conéctate con: Edibosco Interactiva

Actividades interactivas

Enlaces web

Videos

Perfiles interactivos

Documentos

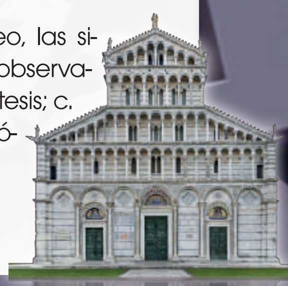
Presentaciones multimedia

Colaboratorios

0 Medida y método científico

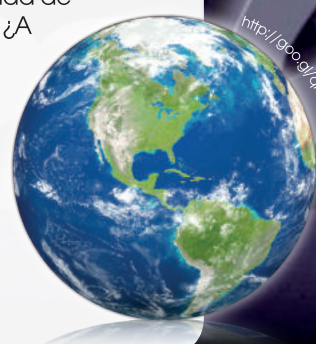
1. El método científico

- Durante un viaje de estudios a Italia, se hallan visitando la catedral de Pisa. El guía os explica que, en 1583, Galileo Galilei se encontraba en la catedral cuando una de las lámparas de aceite que pendían del techo atrajo su atención. Observó que en el balanceo de la lámpara cada oscilación completa ocurría exactamente en el mismo tiempo, independientemente de que describiera arcos más grandes o más pequeños. Galileo midió el tiempo con su propio pulso.
- Realicen en clase, lluvia de ideas para crear una lista de los factores de los que podría depender el período de oscilación de la lámpara, seleccionen las que les parezcan más probables y discutan de qué forma podríais comprobar si esto es así.
- A continuación, consulta el artículo «El péndulo simple y el método científico», que hallarás en el enlace http://goo.gl/CJhU3E, y visiona el video que contiene.
- Identifica, en la situación inicial y el video, las siguientes etapas del método científico: a. observación de un hecho; b. formulación de hipótesis; c. experimentación (comprobación de hipótesis); d. extracción de conclusiones.


http://goo.gl/T45YEM

3. Instrumentos de medida

- Esta noche te ha despertado un pequeño temblor de tierra. La cama vibraba y algunos objetos sobre los muebles también se movían ligeramente. Ciertamente, el suceso te ha dejado inquieto, por lo que has buscado información sobre los terremotos y, entre otros, has tropezado con un artículo sobre el seísmo ocurrido en Japón en 2011: http://goo.gl/RzEQL2 . Este temblor llegó a modificar el eje terrestre, lo que conlleva un cambio en la duración del día.
- ¿Qué observas respecto de los resultados iniciales y definitivos de la medida de la desviación del eje terrestre y del acortamiento en la duración del día? ¿A qué puede deberse esta diferencia?
- ¿Piensas que puede existir incertidumbre en el proceso de medida de una magnitud física? ¿Cuáles pueden ser las fuentes de incertidumbre?
- ¿Qué te preguntas respecto a la forma de expresar una medida experimental o el resultado de un cálculo basado en medidas experimentales? ¿Cómo debería hacerse?
- Pongan sus respuestas en común.


http://goo.gl/am2esf

2. Medida: magnitudes y unidades

- En el mundo científico-tecnológico, es muy importante adoptar un lenguaje común para posibilitar la interrelación entre científicos o técnicos de diferentes países. En este contexto, utilizar con rigor y coherencia las unidades de medida de las distintas magnitudes es imprescindible, ya sea mediante el uso de un sistema de unidades común o aplicando los factores de conversión necesarios entre distintas unidades.
- Para que comprendas su importancia, en el siguiente enlace puedes informarte sobre lo que ocurrió en el año 1999 con la nave Mars Climate Orbiter:

http://links.edebe.com/vsd

- Explica brevemente lo que sucedió y el motivo del incidente. A continuación, trata de dar respuesta a la siguiente cuestión: ¿todos utilizamos las mismas medidas o hay medidas diferentes en cada país?
- Investiga acerca de los orígenes del Sistema Internacional de Unidades y su relación con el Sistema Métrico Decimal. ¿Cuándo se estableció? ¿Con qué finalidad? ¿Cuáles fueron las primeras unidades básicas que se definieron y cómo las definieron?

http://goo.gl/OPlOqs

4. Análisis de los datos

- Mientras observas embelesado a tu hermana en su cuna, ella juega con un muñeco que cuelga de un muelle. Entonces, recuerdas de tus clases de ciencias que el alargamiento del muelle es proporcional a la fuerza ejercida, por lo que decides comprobar si esta ley se cumple con el juguete de tu hermana, colocando en el extremo del muelle diferentes masas. En la siguiente tabla, se muestran los resultados que has obtenido:

MASA (kg)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
Alargamiento (cm)	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0

- Representa los valores de la tabla en una gráfica.
- ¿Cuáles son las variables que intervienen en el experimento?
- ¿Qué masa necesitarías colgar del muelle para que se alargara exactamente 2,0 cm?
- ¿Qué valor estimas que se estiraría el muelle al colgarle una masa de 3,0 kg?
- ¿Qué ley matemática se cumple? Formúlala con palabras.

http://goo.gl/WzOUeR

http://goo.gl/nFxd2r

Y TAMBIÉN: ¿?

Según el Diccionario de Inglés de Oxford el método científico es: «un método o procedimiento que ha caracterizado a la ciencia natural desde el siglo XVII, que consiste en la observación sistemática, medición, experimentación, la formulación, análisis y modificación de las hipótesis». Sin embargo desde el siglo XX, la física vanguardista crea condiciones especiales para observar fenómenos que no pueden estudiarse en condiciones normales, tales como la amplificación de la luz. Esto ha permitido el avance vertiginoso de la Física Teórica, dentro de la cual no todas las leyes son fundamentales, es decir aquellas que sirven como base y que se articulan para formar un sistema coherente al cual llamamos Teoría Física, encontrar las leyes fundamentales en una teoría, es lo que permite dar un salto en la comprensión de un fenómeno físico.
Un ejemplo de ello es la Ley de Ohm, que pese a no ser fundamental, es parte de un Sistema de leyes que llamamos Teoría Electromagnética.

Y TAMBIÉN: ¿?

Las teorías científicas están siempre en proceso de revisión crítica. La aparición de nuevos hechos experimentales no explicados por la teoría, o la aparición de nuevas teorías que expliquen mayor número de fenómenos observados y de forma más precisa, deben conducirnos a cuestionar la validez de la teoría preexistente.

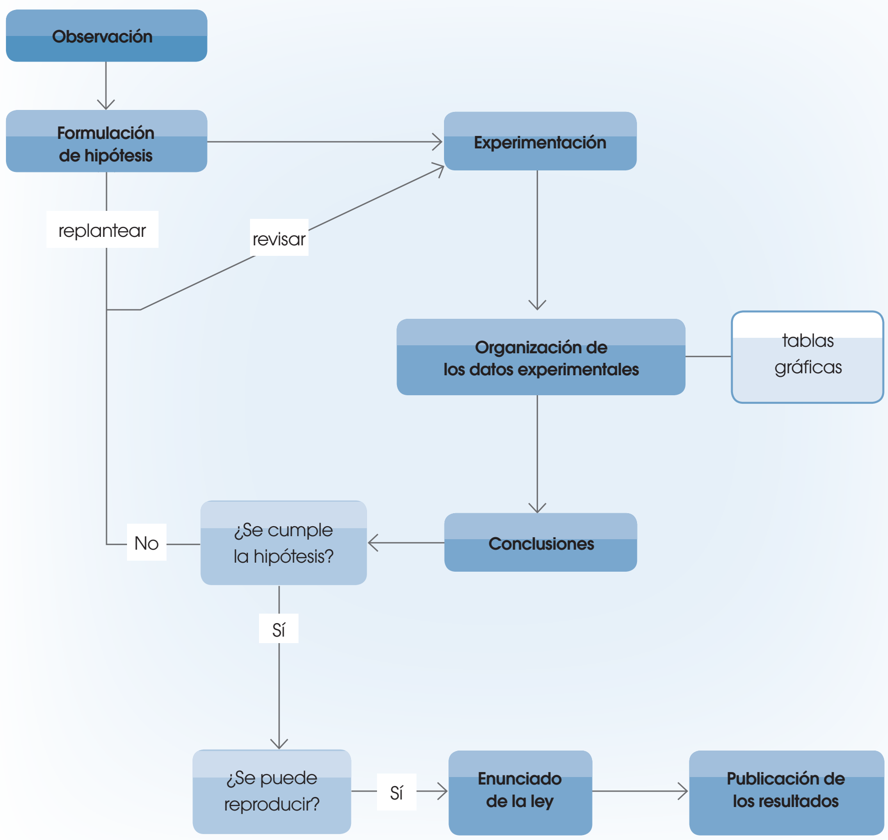
TEN EN CUENTA QUE:

La ciencia es el conjunto de conocimientos, sistemáticamente estructurados, que se han adquirido a partir de un método objetivo, basado en la observación, el razonamiento y la experimentación.

1. EL MÉTODO CIENTÍFICO

Los seres humanos siempre hemos intentado entender y explicar los fenómenos que se observan en la naturaleza. A veces, nos parece que ya está todo descubierto; sin embargo, sabemos que esto no es así. Aún nos queda un largo recorrido en la comprensión de nuestro mundo. Los antiguos griegos observaban la naturaleza y predecían leyes que justificaran su comportamiento. Mucho más tarde, en el siglo XVI, se desarrolló en toda su extensión lo que hoy conocemos como método científico.

Como has podido ver en la página 10, en 1583, Galileo Galilei estudió el comportamiento del péndulo. La lámpara que le sirvió de inspiración sigue en la catedral de Pisa, se llama lámpara de Galileo. Galileo podría haberse hecho más preguntas relacionadas con el movimiento pendular de la lámpara: ¿tardaría lo mismo en hacer una oscilación si el cable fuera más corto? ¿Y si la lámpara pesara más? Podemos tratar de resolver estas preguntas siguiendo las etapas del método científico.



Este método es la base de la ciencia como la conocemos actualmente.

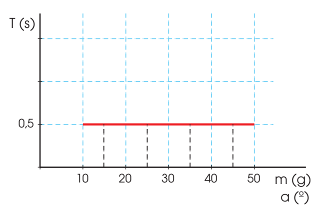
1.1. Etapas del método científico

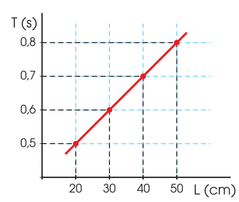
Aunque la investigación científica no siempre sigue un proceso tan detallado, resulta útil establecer una serie de etapas.

Etapas	Ejemplo
0. Para formular una teoría nos debemos basar en las leyes fundamentales, encontradas con anterioridad experimentalmente. Adicionalmente, antes de proceder a establecer una hipótesis sobre las relaciones cuantitativas de las variables analizadas, debemos caracterizar con magnitudes medibles a los fenómenos estudiados.	Nos basamos en las leyes inferidas anteriormente en cinemática. Para la magnitud longitud, usamos la unidad internacional, metro. Para la magnitud masa, usamos la unidad internacional kilogramo. Para la magnitud tiempo usamos la unidad internacional tiempo.
1. Observación de un hecho o fenómeno. Para poder observar con mayor precisión, los científicos han desarrollado instrumentos de observación, como telescopios, microscopios...	El período de oscilación no depende de la amplitud de la oscilación ni de la masa, sino únicamente de la longitud del hilo. 
2. Formulación de hipótesis. Una hipótesis es una suposición sobre el fenómeno observado, propuesta por el científico para explicarlo. La hipótesis tendrá que ser demostrada experimentalmente. 3. Experimentación. Experimentar es provocar un fenómeno en condiciones controladas, de manera que se pueda repetir y modificar. El experimento que diseñemos para comprobar la hipótesis tiene que ser reproducible por otros. Debemos tener en cuenta qué variables vamos a estudiar: • **Variable independiente**. La que nosotros vamos a elegir para cambiar su valor a nuestra voluntad. • **Variable dependiente**. Aquella en la que tratamos de averiguar la influencia de la anterior. • Es importante ser muy minucioso y metódico en la recogida de datos para minimizar los errores.	Construimos un péndulo colgando una tuerca de un hilo. Variamos el ángulo inicial de la oscilación, la masa de la tuerca y la longitud del hilo.  En todos los casos, la variable dependiente es el período T. Las variables independientes son Θ, m y L, respectivamente, para cada uno de los tres experimentos.
4. Organización de los datos experimentales. Lo más habitual es organizarlos en tablas de datos y gráficas. En la tabla, organizamos los datos en filas (para las medidas) y columnas (para las variables). La tabla debe incluir las unidades de medida. Las gráficas pueden ser de varios tipos: de puntos en ejes de coordenadas, de barras, de sectores... En el apartado 4, ampliaremos la información sobre este punto. Además debemos hacer una comprobación con otros experimentos.	(ver tablas y gráficas)

Θ (°)	T (s)	m (g)	T (s)
15	0,5	15	0,5
25	0,5	25	0,5
35	0,5	35	0,5
45	0,5	45	0,5

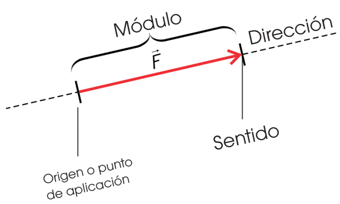
L (cm)	T (s)
20	0,5
30	0,6
40	0,7
50	0,8





Y TAMBIÉN: ¿?

Un vector es un segmento orientado, que consta de:



- El módulo indica la longitud del vector, y se expresa con un valor numérico y su unidad correspondiente.
- La dirección es la recta sobre la que se encuentra el vector, es decir, sobre la que se aplica la magnitud vectorial.
- El sentido indica la orientación y se representa mediante la punta de la flecha.
- El punto de aplicación es el lugar donde comienza el vector, y se aplica la magnitud vectorial.

TIC

Aprende sobre los antecedentes del SI y la evolución en la definición del metro a lo largo del tiempo:

http://goo.gl/y9EmOu

Y TAMBIÉN: ¿?

Aunque el SI de unidades es el más utilizado por la comunidad científica, no es el único; hay otras magnitudes que no están incluidas, aunque están aceptadas por él, y hay también otros sistemas, como el sistema técnico o el anglosajón.

2. MEDIDA: MAGNITUDES Y UNIDADES

Las ciencias experimentales miden las relaciones entre magnitudes, que caracterizan a los fenómenos físicos.

La magnitud es toda propiedad física que se puede medir o cuantificar; por ejemplo, la presión, el volumen, la temperatura, la masa, la concentración...

Medir una magnitud física consiste en compararla con otra magnitud conocida, la cual tiene asignada una unidad patrón, elegida por convención.

2.1. Tipos de magnitudes y sistema de unidades

Las magnitudes pueden clasificarse en escalares y vectoriales.

Una magnitud es escalar si queda perfectamente determinada mediante un número y su correspondiente unidad. Por ejemplo, el tiempo, la temperatura y la masa son magnitudes escalares.

Una magnitud es vectorial si, para su completa determinación, además de una cantidad numérica y su unidad correspondiente, son necesarios otros elementos, como su dirección y su sentido. Por ejemplo, la velocidad y la fuerza son magnitudes vectoriales.

En 1960, científicos de todo el mundo se reunieron en Ginebra para acordar el llamado Sistema Internacional de Unidades (SI), basado en el Sistema Métrico Decimal. El SI establece siete magnitudes fundamentales, a partir de las cuales se pueden expresar todas las demás, llamadas derivadas, mediante expresiones matemáticas. De igual forma, la unidad de una magnitud cualquiera puede expresarse en función de las unidades de las magnitudes fundamentales.

La relación que se establece entre una magnitud derivada y las magnitudes fundamentales recibe el nombre de ecuación de dimensión. La dimensión de cualquier magnitud se representa indicando dicha magnitud entre corchetes.

MAGNITUDES FUNDAMENTALES		UNIDADES SI	
Longitud	L	metro	m
Tiempo	T	segundo	s
Masa	M	kilogramo	kg
Intensidad de corriente	I	amperio	A
Temperatura	Θ	kelvin	K
Cantidad de sustancia	N	mol	mol
Intensidad luminosa	I_v	candela	cd

Si, por ejemplo, queremos determinar la ecuación de dimensión de la velocidad, haríamos: $v = s / t$; $[v] = L / T = L \cdot T^{-1}$.

2.2. Notación científica

Para manejar cómodamente números de diferentes órdenes de magnitud (muy grandes o muy pequeños), se recurre a la notación científica, que consiste en expresar cada número mediante una parte entera con una sola cifra no nula y tantos decimales como se desee o se acuerde, acompañado de una potencia de 10 de exponente entero.
Si, por ejemplo, queremos expresar el radio medio de la Tierra, que es de 6 370 000 m, en notación científica, tendríamos 6,37 x 10^6 m.

2.3. Cambios de unidades. Factores de conversión

Para cambiar unidades, es muy útil emplear factores de conversión.

Un factor de conversión es una fracción en la que el numerador y el denominador expresan la misma cantidad, pero en distintas unidades.

Por lo tanto, al multiplicar una cantidad, con unas unidades, por un factor de conversión, esta pasa a estar expresada en las unidades que nos interese. Podemos usar tantos factores de conversión como unidades queramos cambiar.

Ejemplo 1

Considerando la Tierra como una esfera homogénea, **calcula**:

a. las dimensiones y unidades en el SI de su densidad media;

b. el valor de esta magnitud en notación científica.

DATOS: masa promedio de la Tierra, 5,98 x 10^{24} kg; radio medio de la Tierra, 6 370 km.

COMPRENSIÓN. Una vez determinadas las dimensiones de la densidad y sus unidades en el SI, deberemos expresar el radio medio de la Tierra en metros (SI), mediante un factor de conversión, para hallar el volumen y, a continuación, la densidad.

DATOS. m = 5,98 x 1024 kg; RT = 6370 km.
RESOLUCIÓN.

a. Determinamos las dimensiones de la densidad a partir de la ecuación de dimensión:

$$d = \frac{m}{V}; \quad [d] = \frac{M}{L^3} = M \cdot L^{-3}$$

Y, por tanto, su unidad en el SI es el $kg \cdot m^{-3}$.

b. En primer lugar, hacemos el cambio de unidades del radio de la Tierra, para después calcular su volumen, suponiéndola esférica, y finalmente la densidad media:

$$R_T = 6\,370 \cancel{km} \cdot \frac{10^3 \ m}{1 \cancel{km}} = 6{,}37 \cdot 10^6 \ m$$

$$V_T = \frac{4}{3} \pi R_T^3 = \frac{4}{3} \pi (6{,}37 \cdot 10^6 \ m)^3$$

$$d = \frac{m}{V} = \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \ kg}{1{,}08 \cdot 10^{21} \ m^3} = 5{,}54 \cdot 10^3 \ kg \cdot m^{-3}$$

COMPROBACIÓN. Las dimensiones y las unidades en el SI del resultado son coincidentes con lo determinado en el apartado a), que debe corresponder a una densidad.

Y TAMBIÉN: ¿?

Además de las unidades mencionadas, existen múltiplos y submúltiplos decimales aceptados por el SI, cuyos prefijos se recogen aquí:

MÚLTIPLOS		
FACTOR	PREFIJO	SÍMBOLO
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h

SUBMÚLTIPLOS		
FACTOR	PREFIJO	SÍMBOLO
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

TIC

Leonardo da Vinci, en *El hombre de Vitrubio*, trata el tema de la medida, desvelando la proporción entre todas las partes del cuerpo humano. Para profundizar más en el análisis de este dibujo o en los logros de este polifacético personaje, visita:

http://goo.gl/STwZ6h

Balanza digital de laboratorio.Una balanza con una resolución de centésimas de gramo nos dará una medida con incertidumbre de ± 0,01 g.

Y TAMBIÉN: ¿?

Las fuentes de error se pueden clasificar en tres conjuntos:

- Errores accidentales o aleatorios. Aparecen cuando, al realizar la misma medida varias veces, hay una variación en el resultado obtenido. Estos errores se minimizan si se repite más veces el experimento.
- Errores sistemáticos. Suponen una desviación constante de todas las medidas realizadas, y pueden deberse, por ejemplo, a una mala calibración del instrumento de medida.
- Errores personales. Lectura o manejo inadecuados de los instrumentos, equivocaciones.

Y TAMBIÉN: ¿?

Error absoluto: $\varepsilon_i = |x_i - \bar{x}|$

Error absoluto medio (desviación media):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum \varepsilon_i}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Error relativo (en %):

$$\varepsilon_r = \frac{\bar{\varepsilon}_{abs.}}{\bar{x}} \cdot 100$$

3. INSTRUMENTOS DE MEDIDA

Para medir las magnitudes, se utilizan instrumentos de medida, como por ejemplo, una regla o un metro para medir longitud, un cronómetro para medir tiempo, un amperímetro para medir intensidad de corriente eléctrica... Para poder hacer buenas medidas experimentales, es importante conservar los instrumentos de medida en buenas condiciones.

3.1. Características de los instrumentos

Hay tres términos que nos dan una idea de la bondad de un instrumento de medida y, por lo tanto, de la propia medida.

- Exactitud. Grado de coincidencia del valor tomado con el valor real de la medida.
- Precisión. Está relacionada con la reproducibilidad de las medidas, y representa la cercanía entre los valores que se han obtenido al repetir una medida varias veces. Un instrumento puede ser preciso, pero no exacto, o al revés.
- Sensibilidad o resolución. Nos indica la imprecisión del aparato; es decir, la mínima variación de la magnitud medida que detecta el instrumento.

3. 2. Errores en la medida

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre o error, que puede deberse a los siguientes factores: la naturaleza de la magnitud que se mide, el instrumento de medición, el observador y las condiciones externas.

Cuando una medida es reproducible, se le asigna una incertidumbre debida a la resolución del instrumento de medida, la cual se conoce como error de resolución. Así, con una pipeta que mide hasta décimas de mililitro, el error de resolución sería de ± 0,1 ml.

Sin embargo, para determinar la incertidumbre de las medidas experimentales, debemos tener en cuenta de qué forma se han obtenido estas.

- Si se realiza una única medición de cierta magnitud, la incertidumbre en la medida será igual al error de resolución del instrumento.
- Si se realizan varias medidas, se toma como medida exacta la media de los valores obtenidos, y se calcula el error absoluto medio o error de dispersión.

El error absoluto medio, o error de dispersión e, es la media de los valores absolutos de la diferencia entre cada medida obtenida y su valor considerado como exacto.

En este caso, el error cometido (la incertidumbre) será el valor mayor de las dos cantidades siguientes: la resolución del aparato y el error absoluto medio.

El problema es que el error absoluto no nos da ninguna idea de la calidad de la medida (no es igual cometer un error de 1 s en la medida de un minuto que en la de un día completo). Para ello, se utiliza el error relativo medio.

- Si la medida es indirecta, es decir, aplicando una fórmula matemática sobre medidas experimentales, el cálculo de la incertidumbre suele ser más complicado. Como regla general, estableceremos las siguientes pautas:
- El error absoluto de una suma (o resta) es igual a la suma de los errores absolutos.
- El error relativo de un producto (o cociente) es igual a la suma de los errores relativos.

3.3. Expresión del resultado de una medida

Cuando expresamos el resultado de una medida, debemos indicar su valor incluyendo todos los dígitos que se conocen con precisión, más un último dígito que está afectado por el grado de incertidumbre de la medida. Por ejemplo, (1,287 ± 0,003) g, (0,05 ± 0,01) l, etc.

Por lo tanto, debemos utilizar un número adecuado de cifras significativas.

> Las cifras significativas son los dígitos que se conocen con precisión, más un último dígito, que debe estimarse.

Así pues, tal como se indica en el lateral, si expresamos el valor de cierta magnitud como 23,45, estamos indicando que este tiene cuatro cifras significativas.

Para operar con cifras significativas, hay que tener en cuenta las siguientes normas:

El resultado de una suma (o resta) se debe expresar con el mismo número de decimales que el sumando que tenga menos.

Ejemplo: 1,623 + 2,24 = 3,86; no 3,863.

El resultado de un producto (o cociente) no debe tener más cifras significativas que la cantidad que menos tiene.

Ejemplo: 1,33 x 2,5 = 3,3; no 3,325.

Y TAMBIÉN: ¿?

Reglas del redondeo:

- Si la cifra decimal situada más a la izquierda, de aquellas de las que se va a prescindir, es menor que 5, se eliminan sin más. Por ejemplo, 3,723 se redondea con un solo decimal a 3,7.
- Si es igual o mayor que 5, se añade una unidad al dígito anterior. Por ejemplo, 3,76 se redondea a 3,8.

Y TAMBIÉN: ¿?

Cifras significativas:

- Los dígitos distintos de cero son siempre significativos.
- Los ceros entre otros dígitos también son siempre significativos. Por ejemplo, 3,04 tiene tres cifras significativas.
- Los ceros a la izquierda no son significativos. Por ejemplo, 0,028 tiene dos cifras significativas y puede expresarse $2,8 \times 10^{-2}$.
- Los ceros a la derecha de la coma decimal sí son significativos. Por ejemplo, 3,00 tiene tres cifras significativas.
- Los ceros a la derecha en un número entero pueden ser o no cifras significativas; para evitar esta ambigüedad, es mejor escribir el número con notación científica. Por ejemplo, el número 3000 puede tener una, dos, tres o cuatro cifras significativas, pero si escribes 3×10^3 ya sabes que tiene una cifra significativa.

Ejemplo 2

Las dimensiones oficiales de un campo de fútbol son de 105 m por 70 m, aunque hay un margen de variación permitido. Un hincha comprobó, tras varias medidas, que el terreno de su equipo tenía un tamaño de (105 ± 1) m y (70 ± 1) m. **Determina**, con su grado de incertidumbre: a) el valor de la superficie; b) el valor del perímetro.

COMPRENSIÓN. Como la superficie es el producto de sus dimensiones, para calcular el error absoluto de la superficie, tendremos que calcular primero el error relativo de dimensión y, luego, sumarlos. En cambio, en el caso del perímetro, sumaremos los errores absolutos.

DATOS: A = (105 ± 1) m; B = (70 ± 1) m.

RESOLUCIÓN:

a. Hallamos el valor de la superficie con su incertidumbre:

$$S = A \cdot B = 105\ \text{m} \cdot 70\ \text{m} = 7350\ \text{m}^2$$

$$\varepsilon_r(S) = \varepsilon_r(A) + \varepsilon_r(B) = \frac{1}{105} + \frac{1}{70} = 0{,}024$$

$$\varepsilon_r(S) = \frac{\varepsilon_{abs.}(S)}{S} \Rightarrow \varepsilon_{abs.}(S) = \varepsilon_r(S) \cdot S = 0{,}024 \cdot 7\,350\ \text{m}^2 = 176\ \text{m}^2$$

$$S = (7\,350 \pm 176)\ \text{m}^2$$

b. Hallamos el valor del perímetro con su incertidumbre:

$$P = 105 + 105 + 68 + 68$$

$$P = 346\ \text{m}$$

$$\varepsilon_{abs}(P) = \varepsilon_r(P) \cdot P = 0{,}024 \cdot 346\ \text{m} = 8{,}304\ \text{m}$$

$$P = (346 \pm 8{,}304)\ \text{m}$$

4. ANÁLISIS DE LOS DATOS

Una vez obtenidos los datos experimentales, es importante llevar a cabo un tratamiento de estos que nos permita extraer conclusiones. Para ello, disponemos de dos herramientas muy útiles: tablas, para ordenar los datos, y gráficas, para observar las relaciones entre ellos.

4.1. Tablas

Cuando se clasifican los datos obtenidos en un experimento, es útil ordenarlos y clasificarlos construyendo una tabla, en la que se disponen las variables en filas o columnas. Es importante que en la cabecera de la tabla se indique qué variable se recoge en cada fila o columna, y en qué unidades está expresada. Generalmente, se indica en primer lugar la variable independiente y después la variable dependiente.

Es frecuente que estas tablas se utilicen posteriormente para representar los valores obtenidos en una gráfica, cuyo impacto visual es mayor y nos ayuda a observar más fácilmente la relación entre las variables. fuerza, F = (Fx ,Fy ,Fz).

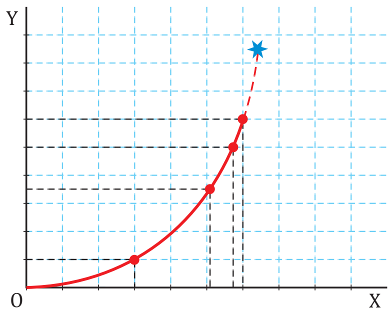
4.2. Gráficas

Cuando transferimos los datos a una gráfica, podemos comprobar la relación matemática entre las variables, viendo si la gráfica se ajusta a alguna función matemática, como una recta, una hipérbola, una parábola... Según este aspecto, la relación puede ser:

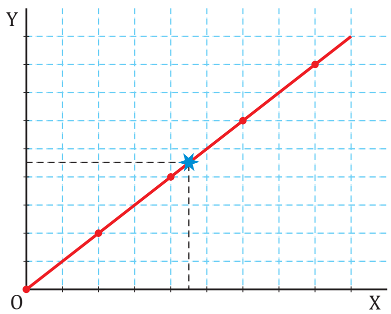
- De proporcionalidad directa. Corresponde a aquellas funciones cuya representación gráfica es una recta. En este caso, la función es del tipo y = m x (función afín) o y = m x + n (función lineal).
- De proporcionalidad inversa. Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al unir sus puntos, obtenemos una hipérbola. La expresión matemática de estas funciones es del tipo y = k / x.
- Cuadrática. Corresponde a aquellas funciones donde la dependencia es con el cuadrado de x ; ($y = ax^2 + bx + c$), y cuya representación gráfica es una parábola.

A la hora de representar los datos en una gráfica, es importante adaptar la escala para que esta quede proporcionada. Hay que indicar en el extremo de cada eje la magnitud que se representa y la unidad en que está medida, representando la variable independiente en el eje de abscisas y la variable dependiente en el de ordenadas.

Finalmente, para unir los puntos, hay que hacerlo ajustándolos a la línea que mejor representa al conjunto de todos ellos; es decir, en ocasiones será necesario descartar algún punto, ya que al tratarse de resultados experimentales, alguna medida puede haber salido distorsionada y hay que ser capaz de discriminarla.



Extrapolación



Interpolación

Y TAMBIÉN:

Interpolación y extrapolación

En ocasiones, nos puede interesar conocer el valor de un punto intermedio entre los que hemos medido. A partir de la gráfica, podemos estimar el valor de un punto; este proceso se llama interpolación.

Análogamente, cuando el valor que nos interesa conocer se encuentra fuera del rango que hemos representado, podemos prolongar la gráfica para estimar dicho valor; este proceso se llama extrapolación.

4.3. Extracción de conclusiones

Una vez que hemos confirmado una hipótesis mediante el diseño y la ejecución de un experimento científico, y después de comprobar que nuestro experimento es repetible, debemos transformar nuestras conclusiones en una ley, expresada generalmente en lenguaje matemático.

Es importante también dar a conocer el trabajo experimental a la comunidad científica mediante la elaboración de un informe de investigación, la publicación de nuestros resultados en una revista científica o su presentación en un congreso para su divulgación.

Ejemplo 3

En un experimento, se ha estudiado la relación entre el volumen que ocupa un gas y la presión que ejerce, y se han obtenido los resultados que aparecen en la siguiente tabla:

Presión (10^5 Pa)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Volumen (L)	62	30	19	14	12	10

a. Representa los valores obtenidos en una gráfica y deduce la relación que existe entre las variables. b. ¿Qué presión se espera que ejerza el gas cuando ocupe un volumen de 25 litros? c. ¿Qué volumen ocupará el gas cuando ejerza una presión de 4 x 10^5 Pa?

COMPRENSIÓN. A partir de los datos de la tabla, comprobamos que al aumentar la presión del gas disminuye su volumen, y viceversa, por lo que aparentemente las variables guardan una relación de proporcionalidad inversa. Si multiplicamos presión por volumen en cada caso, observamos que esta relación permanece constante.

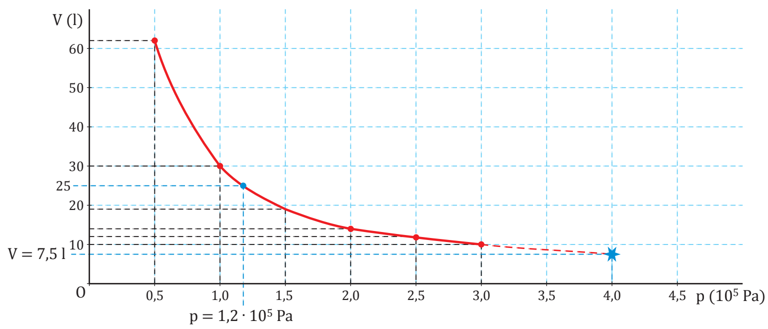
DATOS. Los incluidos en la tabla del enunciado.

RESOLUCIÓN.

a. Completamos la tabla con los valores del producto de la presión y el volumen:

Presión (10^5 Pa)	Volumen (l)	p x V (10^5 Pa x l)	Presión (10^5 Pa)	Volumen (l)	p x V (10^5 Pa x l)
0,5	62	31	2,0	14	28
1,0	32	30	2,5	12	30
1,5	19	29	3,0	10	30

- El producto p x V permanece constante, por lo que la relación entre ambas magnitudes es de proporcionalidad inversa: V = k / p.
- Representamos los pares de valores en una gráfica. A partir de esta, constatamos la relación inversa entre las variables, obteniendo una hipérbola.



b. Podemos estimar, a partir de la gráfica, que para un volumen de 25 litros corresponde un valor de presión de 1,2 x 10^5 Pa. Este valor lo hemos obtenido por interpolación.

c. Para estimar el volumen del gas cuando la presión sea de 4 x10^5 Pa, tenemos que salir del rango de la gráfica. Así, extrapolamos un valor de 7,5 litros.

COMPROBACIÓN. Podemos comprobar que los valores que hemos estimado por interpolación y extrapolación se ajustan a la misma relación de proporcionalidad inversa.

TIC

Puedes simular un experimento análogo al del Ejemplo 3 en el siguiente enlace:

http://goo.gl/csPIOd

Y TAMBIÉN:

Un informe científico debe contener el título del trabajo y sus autores, el objetivo de la investigación (breve resumen), todas las etapas del trabajo y la bibliografía.

Ejercicios y problemas

1 El método científico

1. **Señala** cuáles de las siguientes afirmaciones relacionadas con el método científico son correctas. **Justifica** tu respuesta.

a. Las teorías científicas son hipótesis que parten de la observación.

b. El experimento pone a prueba la validez de la hipótesis.

c. Las hipótesis deben ser ciertas; de lo contrario, no serían hipótesis.

2. En el siguiente caso, indica cuáles son las variables dependiente, independiente y controlada:

- En un experimento, se mide la variación en la presión de un gas al modificar la temperatura. Se realiza el experimento en un recipiente cerrado.

3. En los siguientes supuestos, formula las hipótesis; **diseña** un experimento que te permita verificarlas; **indica** cuál sería la variable independiente, la dependiente y las variables controladas, y **explica** también cómo organizarías los datos obtenidos:

a. ¿Cómo varía la solubilidad del azúcar en agua al variar la temperatura? ¿Influye la presencia de otra sustancia disuelta en dicha solubilidad?

b. ¿Influye la rugosidad de la superficie de los cuerpos en la fuerza de rozamiento?

2 Medida: magnitudes y unidades

4. **Indica** cuáles de las siguientes magnitudes son fundamentales o derivadas, y cuáles son escalares o vectoriales: longitud, aceleración, temperatura, volumen, presión, cantidad de sustancia.

5. **Redondea** los siguientes números a tres cifras significativas y escríbelos utilizando notación científica:

a. 0,0652 m;

b. 38,258 s;

c. 1 352 cm;

d. 122,45 km · h^{-1}.

6. **Indica** cuál de las siguientes expresiones es dimensionalmente incorrecta:

a. $v^2 = 2\,a\,x$;

b. $x = v^2/a$;

c. $F = m\,\Delta v/\Delta t$;

d. $m\,g\,h = 1/2 \cdot m\,v^2$.

7. **Busca** en Internet los siguientes datos y observa su orden de magnitud, expresando su valor en unidades del SI y notación científica: masa de un electrón, carga de un protón, distancia entre la Tierra y la Luna, antigüedad del universo, temperatura media del Sol.

8. **Expresa** en notación científica:

a. La capacidad de un ordenador es de quinientos doce millones de bytes.

b El radio de un átomo de litio es de 0,123 milmillonésimas de metro.

9. Las ondas electromagnéticas se caracterizan por su amplitud y por su frecuencia. Cuanto mayor es su frecuencia, más peligrosas son para la salud. De acuerdo con ello, **ordena** las siguientes ondas electromagnéticas, según su peligrosidad creciente: rayos X (1018 PHz); ondas de radio AM (1000 kHz); luz visible (500 THz); microondas (1011 MHz); ultravioleta (900 THz).

10. **Efectúa** los siguientes cambios de unidades:

a. 45 cm · min^{-1} a km · $semana^{-1}$

b. 0,11 cal · g^{-1} · $°C^{-1}$ a J · kg^{-1} · K^{-1}

c. 2,59 g · l^{-1} a kg · m^{-3}

d. 65 ml · cm^{-2} a l · m^{-2}

11. **Investiga** sobre las siguientes unidades de medida y **expresa** su equivalencia en unidades del SI:

a. yarda;

b. legua marina;

c. año luz;

d. libra;

e. galón inglés.

3 Instrumentos de medida

12. Razona mediante un ejemplo si una medida puede ser muy precisa, pero muy poco exacta. ¿Y al contrario?

13. **Halla** la incertidumbre de las siguientes medidas y escríbelas a continuación acompañadas de esa incertidumbre:

    a. 2,04 g;

    b. 18,15 m;

    c. 5,4 °C;

    d. 16,5 atm.

14. Se ha medido el radio de una circunferencia y ha resultado ser de 4,22 cm. **Expresa** el valor de la longitud de la circunferencia con el número adecuado de cifras significativas.

15. Razona si tiene el mismo significado físico indicar que un objeto pesa 15,5 g que 15,500 g. ¿En qué se diferencian las dos medidas? ¿Qué relación guarda con la sensibilidad del aparato? ¿Cómo se expresaría cada una de las medidas con su grado de incertidumbre?

16. Una persona que utiliza para pesarse una báscula que aprecia kilogramos, dice que su masa es de 65,2 kg. ¿Qué ha hecho mal? ¿Qué debería haber dicho? Expresa su masa con su grado de incertidumbre.

17. Los valores obtenidos al medir la longitud de un objeto siete veces son: 28,3 cm, 27,9 cm, 28,2 cm, 28,4 cm, 28,0 cm, 28,3 cm, 28,1 cm. **Calcula**: a. El valor considerado como valor real de la medida. b. El error relativo porcentual que se comete en las dos primeras medidas.

18. Con una balanza que aprecia hasta centigramos, se ha determinado la masa de dos muestras de mármol, obteniéndose 3,42 g y 2,56 g. **Determina** la masa conjunta de las muestras y el error relativo que se comete.

Seleccione la opción correcta en cada caso:

19. La unidad de medida de masas en el sistema internacional es:

a. g

b. kg

c. lb

d. oz

20. El sistema internacional se puede identificar también por las siglas de su predecesor sistema:

a. CGS

b. FPS

c. MKS

d. Ninguna es correcta.

21. Convertir a las unidades que se indica:

- $20\ \text{ft} \rightarrow \text{yd}$
- $15\ \text{yd} \rightarrow \text{ft}$
- $30\ \text{in} \rightarrow \text{ft}$
- $4600\ \text{yd} \rightarrow \text{mi}$
- $15\,000\ \text{lb} \rightarrow \text{T}$
- $5\ \text{qt} \rightarrow \text{oz}$
- $3\ \text{T} \rightarrow \text{lb}$
- $15\ \text{in} \rightarrow \text{m}$
- $1\ \text{a} \rightarrow \text{min}$
- $5\ \text{min} \rightarrow \text{s}$
- El límite de velocidad en una autopista de Quito es de 75 mi/h. Conociendo que un conductor viaja a 40 m/s, **investiga** si rebasó el límite de velocidad.
- Las medidas de un terreno rectangular son 150 yd por 200 yd. **Calcula** el área de éste terreno en metros cuadrados.
- Un tanque de agua de 55 gal demora en llenarse 10 min. **Determina** la rapidez a la que se llena el tanque en metros cúbicos por segundo.

1 El movimiento

CONTENIDOS:

http://goo.gl/Km4ecw

Noticia:

«Las 41 zancadas de Bolt»

El campeón olímpico de los 100 metros de Pekín alcanzó los $43{,}902 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ y los mantuvo 30 m.

La carrera de 100 metros se divide en tres fases: aceleración (hasta los 50-60 metros), velocidad máxima (de los 50 a los 70-80 m) y desaceleración. Su importancia relativa en el crono se ha medido, respectivamente, en el $64\ \%$, $18\ \%$ y $12\ \%$. El tiempo de reacción al disparo apenas significa un 1 % del resultado final.

Los primeros 30 metros de Bolt fueron los más veloces jamás logrados durante la conquista de un récord mundial. No irguió el tronco hasta la zancada número 13 (25 metros) y cruzó los 30 metros en 3,78 segundos.

Adaptado de: El Periódico de Aragón, 15/10/2008.
http://goo.gl/7YtGBH

Película:

Con los aviones hipersónicos y los trenes de levitación magnética, el ser humano intenta conseguir velocidades cada vez mayores. En el vídeo «Aviación extrema 1/5», http://goo.gl/pybh2S, se muestran detalles del avión X-43, capaz de alcanzar los $11\,000 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, y de otros prototipos que han conseguido récords de velocidad.

EN CONTEXTO:

a. Lee la noticia completa sobre Bolt en la web de El Periódico de Aragón. 3

- Anota la palabra que más te haya llamado la atención, una idea que sea significativa para ti y una frase que te haya ayudado a comprender el texto.
- En pequeños grupos, pongan en común sus palabras, ideas y frases, explicando por qué las has escogido.

  Respondan: ¿Qué temas hay en común? ¿Qué interpretaciones o implicaciones se pueden extraer? ¿Qué aspectos no se han tenido en cuenta en la discusión grupal?
- ¿Qué es el tiempo de reacción? Investiga cómo se mide en la salida de los 100 m lisos y cómo podrías medir de un modo sencillo tu tiempo de reacción.

b. En el vídeo del apartado «Películas», has visto la evolución de los aviones hipersónicos:

- Busca y explica el concepto de mach. En 2004, el X-43 alcanzó la velocidad de mach7. ¿A cuántos km · h^{-1} equivale?

> **TEN EN CUENTA QUE:**
>
> - **Móvil**. Cuerpo en movimiento respecto a un sistema de referencia.
> - **Móvil puntual**. Cuerpo, reducido a un solo punto, cuyas dimensiones son mucho más pequeñas que la distancia que recorre.
> - **Sistema de coordenadas**. En general, las más utilizadas son las cartesianas, que en el plano se representan con dos ejes perpendiculares, el eje X o eje de abscisas y el eje Y o eje de ordenadas.

> **Y TAMBIÉN:**
>
> Para hacer un estudio completo del movimiento de un cuerpo, es necesario conocer en cada instante su posición respecto a un sistema de referencia dado.

1. MOVIMIENTO Y SISTEMAS DE REFERENCIA

La **cinemática** es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta la causa que lo produce. Para simplificar su estudio, se considera que los móviles son puntuales, es decir, con la masa concentrada en un punto y de volumen despreciable. Esta simplificación es válida para movimientos de traslación con cualquier trayectoria, sea rectilínea o no.

Imaginemos la siguiente situación: un pasajero se encuentra en el interior de un tren, mira a través de la ventana y observa cómo los bancos del andén se mueven hacia la cola del tren. ¿Podemos afirmar que realmente se están moviendo? Para responder a la pregunta, podemos considerar dos puntos de vista:

a. Si estamos en el andén, veremos que los bancos NO se mueven.

b. Si estamos en el tren, veremos que los bancos SÍ se mueven.

Así pues, podemos definir el movimiento de la siguiente forma:

> El movimiento es el cambio de posición de un cuerpo en un tiempo determinado respecto a un punto de observación elegido.

Por lo tanto, para saber si un objeto se mueve, necesitamos un **sistema de referencia.**

> Un sistema de referencia es un sistema de coordenadas cartesianas, más un reloj, respecto a los cuales describimos el movimiento de los cuerpos.

Siguiendo con el caso anterior, según el sistema de referencia escogido, el tren se moverá o no. Así, si elegimos como sistema de referencia los bancos del andén, el tren se mueve. Sin embargo, si escogemos como sistema de referencia los asientos del tren, este no se mueve. Por eso, decimos que el **movimiento es relativo** y depende del **sistema de referencia** utilizado.

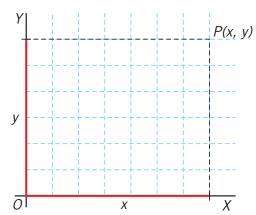
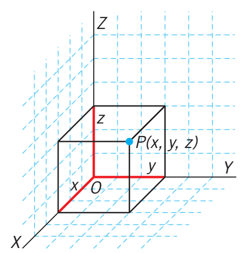
SISTEMA DE REFERENCIA		
EN UNA DIMENSIÓN	Para determinar la posición de un móvil sobre una recta, bastará con un solo eje de coordenadas, OX. La posición del punto queda determinada por una coordenada, x.	
EN DOS DIMENSIONES	Para determinar la posición de un móvil en el plano, se necesita un sistema de dos ejes de coordenadas, OX y OY. La posición del punto queda determinada por dos coordenadas, x, y.	
EN TRES DIMENSIONES	Para determinar la posición de un móvil en el espacio, se necesita un sistema de tres ejes de coordenadas, OX, OY y OZ. La posición del punto queda determinada por las coordenadas x, y, z.	

Tabla 1.

1.1. Sistemas de referencia inerciales y no inerciales

Si viajamos de pasajeros en un auto y el conductor frena bruscamente, tendremos la sensación de ser empujados hacia delante. Según un sistema de referencia fijo en los asientos del auto, cuando el conductor pisa el pedal del freno, los ocupantes, en reposo según este referencial, empiezan a moverse.

En cambio, para un sistema de referencia fijo en la carretera, el auto y sus ocupantes están en movimiento antes de que el conductor frene. Y cuando frena, el auto se detiene mientras que sus ocupantes **mantienen su movimiento** un breve instante. Este sistema de referencia fijo o solidario a la carretera es un ejemplo de sistema de referencia inercial:

> Un sistema de referencia inercial es aquel en el que se cumple la ley de la inercia. Respecto a este sistema de referencia, todo cuerpo mantiene su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme si sobre él no se realiza ninguna acción externa.

En caso contrario, hablamos de un sistema de referencia no inercial. Es el supuesto del sistema de referencia fijo en los asientos de un auto que está frenando. Respecto a este sistema, los pasajeros empiezan a moverse sin que actúe una fuerza.

Los sistemas de referencia inerciales están en **reposo** o bien **se mueven en línea recta y a velocidad constante** con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial.

Sabemos que la Tierra tiene un movimiento de rotación alrededor de su eje y un movimiento de traslación en torno al Sol. Sin embargo, en la mayoría de los casos, la **Tierra** se puede considerar como un sistema de referencia inercial.

El **sistema de referencia del laboratorio** es el sistema de referencia fijo, en el lugar donde se lleva a cabo un experimento físico determinado. En consecuencia, las magnitudes cinemáticas del experimento se miden con respecto a este sistema de referencia.

TEN EN CUENTA QUE:

- **Referencial.** Sistema de referencia.
- **Mecánica.** Parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos y la influencia de las fuerzas sobre el movimiento.
- **Inercia.** Propiedad de los cuerpos de no modificar su estado de reposo o de movimiento, si no es por la acción de una fuerza.

Y TAMBIÉN: ¿?

Después del frenado, los ocupantes del auto siguen en movimiento durante un instante, pero acaban deteniéndose debido a la acción de los cinturones de seguridad y de los asientos. Como estudiaremos en la unidad 2, estas «acciones» se denominan fuerzas.

TEN EN CUENTA QUE:

Un sistema de referencia en reposo con respecto a las denominadas estrellas fijas, objetos celestes que parecen no moverse en relación con el resto de las estrellas del firmamento, puede considerarse como un sistema de referencia inercial. De hecho, este fue el referencial que Isaac Newton utilizó en el siglo xvii para el desarrollo de la mecánica clásica.

Ejemplo 1

Indica si estos móviles constituyen un sistema de referencia inercial o no inercial:

a. Una camioneta que circula en un tramo recto de autopista a $87\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

b. Una noria que gira a velocidad constante.

COMPRENSIÓN. Los sistemas de referencia inerciales son los que están en reposo o bien se mueven a velocidad constante y en línea recta con respecto a otro sistema de referencia inercial.

DATOS. a. trayectoria recta; $v = 87\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$; b. giro; v constante.

RESOLUCIÓN. Consideramos la Tierra como un sistema de referencia inercial.

a. Los ejes de coordenadas fijos a la camioneta constituyen un sistema de referencia inercial, porque esta se mueve en línea recta y a velocidad constante con respecto a la Tierra.

b. Los ejes de coordenadas fijos a la periferia de la noria constituyen un sistema de referencia no inercial, ya que estos ejes no siguen un movimiento rectilíneo con respecto a la Tierra, sino que describen circunferencias.

Y TAMBIÉN:

La fuerza peso es la responsable de que, cerca de la superficie terrestre, los cuerpos que se dejan libres caigan en dirección al centro de la Tierra con la aceleración de la gravedad: $g = 9{,}8\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$.

TEN EN CUENTA QUE:

El principio de relatividad de Galileo fue generalizado por A. Einstein (1879-1955) a todas las leyes de la física, y no solo a las de la mecánica.

Esto le llevó a desarrollar su **teoría de la relatividad**, en la que la medida del **tiempo** y de las **longitudes depende del sistema de referencia**.

En la **mecánica** clásica de Newton, válida para cuerpos macroscópicos que no se mueven a velocidades próximas a las de la luz, todos los **sistemas de referencia inerciales coinciden** en la medida del **tiempo** y de las **longitudes**.

1.2. Principio de relatividad de Galileo

Volvamos de nuevo al tren que circula al lado de un andén. Consideremos que el tren se mueve a velocidad constante en un tramo de vía recto. Si un pasajero, en reposo con respecto al tren, deja caer un objeto macizo, observará que este cae en línea recta en la dirección perpendicular al suelo del tren.

Lo mismo sucede para una persona quieta en el andén. Al soltar un objeto macizo en reposo, la persona del andén lo ve caer en línea recta en la dirección perpendicular al suelo del andén.

Según el sistema de referencia fijo en el tren, el movimiento causado por la fuerza peso sobre un objeto que se suelta en reposo es el mismo que según el sistema de referencia situado en el andén.

Este hecho es generalizable a todos los sistemas de referencia inerciales y a todas las leyes de la mecánica. Es el **principio de relatividad de Galileo**:

> En todos los sistemas de referencia inerciales se cumplen las mismas leyes de la mecánica.

De acuerdo con este principio, el movimiento de un móvil es descrito de distinta forma desde dos **sistemas de referencia inerciales diferentes** (miden valores de posición y velocidad distintos), pero ambos referenciales **miden la misma aceleración del móvil**. En el apartado 4, estudiaremos la magnitud aceleración.

La persona del andén no ve caer el objeto del tren en línea recta, ya que el objeto, además de caer, se mueve con el tren. Lo mismo le sucede al pasajero del tren con respecto al objeto que cae en el andén. Sin embargo, ambos observadores miden la misma aceleración de caída del objeto soltado por el otro observador.

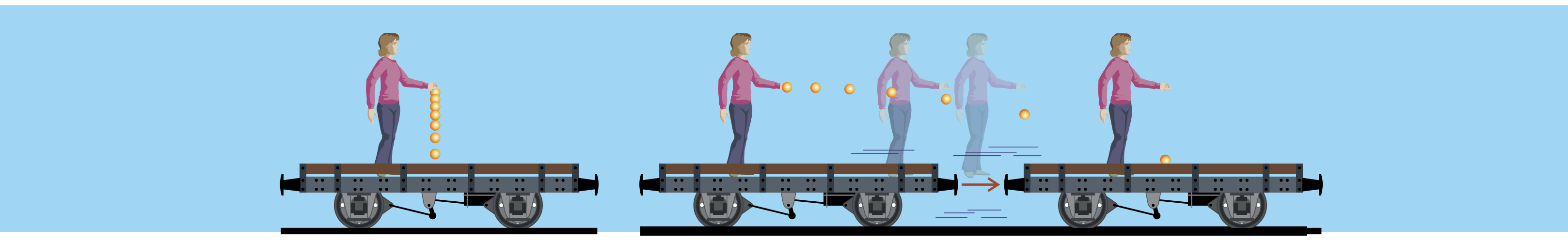


Fig. 1.

Observador en reposo

Observador en el andén

Según el principio de relatividad de Galileo, todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes entre sí, y es imposible distinguir mediante experimentos físicos si un sistema de referencia inercial se mueve o está en reposo. Es decir, **no se puede medir el movimiento absoluto**.

Así, en un tren que se mueve en línea recta y a velocidad constante, un pasajero no podría saber que el tren avanza por el resultado de ningún experimento físico. Muchos han observado que cuando el tren coincide junto a otro en la estación, al mirar por la ventana no es posible distinguir cuál de los dos se mueve. Solo puede asegurarse que existe un movimiento relativo entre ambos.

En la práctica, el traqueteo debido a las imperfecciones de la vía altera la dirección y la velocidad del tren, por lo que percibimos que nos estamos moviendo. Cuando el tren toma una curva, también notamos su movimiento. No obstante, en este caso, al variar la dirección de su velocidad, el tren ya no es un sistema de referencia inercial.

2. TRAYECTORIA, POSICIÓN Y DESPLAZAMIENTO

Las marcas que dejamos al caminar en la playa, las de un esquiador en la nieve o las estelas de un avión nos indican el camino seguido por la persona, el esquiador o el avión, respectivamente. Si visualizamos el rastro que el móvil deja por donde pasa, este rastro será la trayectoria.

Así, a lo largo del tiempo, el móvil ocupa diferentes posiciones.

La posición de un móvil es el punto del espacio donde se encuentra en un instante determinado, es decir, respecto a un sistema de referencia.

Si el objeto se mueve en el plano, para describir la posición de cada punto de la trayectoria, necesitamos un sistema de referencia con los ejes OX y OY.

Dado un punto P de la trayectoria, este determina el vector OP con inicio en el origen de coordenadas y extremo en el punto P. El vector OP se llama vector de posición del punto P, y se simboliza por r. Si la trayectoria está en un plano, se cumple:

$$\overrightarrow{OP} = \vec{r} = (x, y) = x\vec{i} + y\vec{j}$$

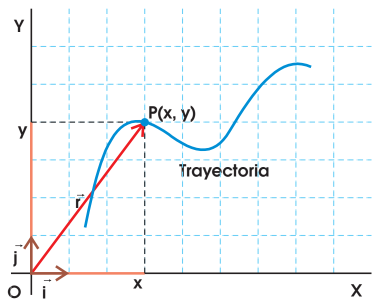


Fig. 2.

Y TAMBIÉN:

Trayectoria, posición y desplazamiento son conceptos relacionados, pero no idénticos. Es importante emplear correctamente y de forma habitual la terminología científica, pero también ser capaz de explicarla en un lenguaje cotidiano.

Un **vector** es un segmento orientado, que consta de los siguientes elementos:

- El **módulo** es la longitud del vector.
- La **dirección** es la recta sobre la que se encuentra el vector.
- El **sentido** se representa mediante la punta de la flecha e indica la orientación.
- El **punto de aplicación** es el lugar donde comienza y se aplica el vector.

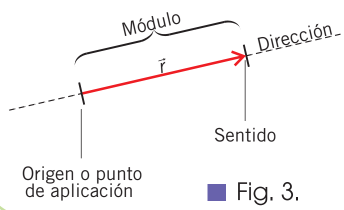


Fig. 3.

Fíjate en que las componentes de $\vec{r}$ son x e y, que son las proyecciones del vector sobre cada uno de los ejes de coordenadas, y coinciden con las coordenadas del punto P en el sistema de referencia que hemos tomado, mientras que $\vec{i}$ y $\vec{j}$ son los vectores unitarios correspondientes a cada eje.

El módulo del vector de posición es: $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Y la unidad del módulo del vector de posición en el SI es el **metro (m)**.

En general, podemos expresar el vector de posición en función del tiempo

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

que es la ecuación del movimiento.

Las ecuaciones de las componentes del vector de posición en función del tiempo, $x = x(t)$, $y = y(t)$, son las **ecuaciones paramétricas** de r.

Finalmente, si en una de las ecuaciones paramétricas se despeja la variable tiempo y se sustituye en la otra, resulta una función de x y de y. Es decir, se obtiene $F(x, y) = 0$, que es la **ecuación de la trayectoria**.

Y TAMBIÉN: ¿?

En física, se utilizan mucho las letras griegas. El símbolo Δ (letra griega delta mayúscula) se lee como incremento, e indica la diferencia entre el estado final y el estado inicial.

TIC

Observa la diferencia entre distancia y vector desplazamiento:

http://goo.gl/d3nVaM

Desplazamiento

Consideremos dos puntos, P_0 y P, correspondientes a dos posiciones de un móvil a lo largo de su trayectoria. Si unimos estos dos puntos de la trayectoria mediante un vector, obtenemos el vector desplazamiento: $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$

El vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$ entre dos puntos, P_0 y P, es el vector con origen en P_0 y extremo en P.

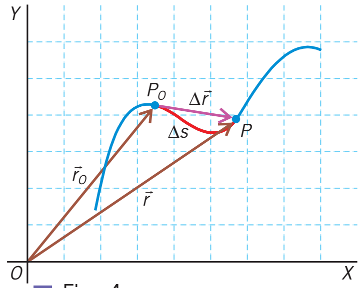


Fig. 4.

Cuando la trayectoria es una línea recta y no hay cambios de sentido, el módulo del vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$ coincide con la **distancia recorrida** por el móvil **sobre la trayectoria** (Δs). En cualquier otro caso, la distancia recorrida, Δs, es mayor que el módulo del vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$.

Ejemplo 2

El vector posición de una pelota que se ha lanzado a canasta viene dado, en función del tiempo, por la expresión $\vec{r} = 3t\vec{i} + (6t - 5t^2)\,\vec{j}$, en unidades del SI.

a. **Determina** la posición del móvil en los instantes $t = 0$ s, $t = 0{,}50$ s y $t = 1{,}0$ s.

b. **Calcula** la distancia del móvil respecto al origen de coordenadas en $t = 1{,}0$ s.

c. **Calcula** el vector desplazamiento entre los instantes de $t = 0{,}50$ s y $t = 1{,}0$ s.

d. **Determina** la ecuación de la trayectoria y dibújala.

COMPRENSIÓN. Para hallar el valor del vector de posición en un instante dado, basta con sustituir el valor del tiempo en la ecuación del movimiento. La distancia al origen será el módulo del vector de posición, mientras que el desplazamiento entre dos instantes es la diferencia entre los vectores de posición.

DATOS. $\vec{r} = 3t\vec{i} + (6t - 5t^2)\vec{j}$, en unidades del SI.

RESOLUCIÓN.

a. Hallamos el vector de posición en los instantes propuestos:

TIEMPO	VECTOR POSICIÓN	POSICIÓN
$t = 0$	$\vec{r}\,(0s) = 0$	$P_0(0;\,0)$
$t = 0{,}50$	$\vec{r}\,(0{,}50s) = 1{,}5\vec{i} + 1{,}8\vec{j}$	$P_{0,5}(1{,}5;\,1{,}8)$
$t = 1{,}0$	$\vec{r}\,(1{,}0s) = 3{,}0\vec{i} + 1{,}0\vec{j}$	$P_1(3{,}0;\,1{,}0)$

b. Calculamos la distancia del móvil respecto al origen de coordenadas cuando $t = 1{,}0$ s:

$$|\vec{r}(1{,}0\text{ s})| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(3{,}0\text{ m})^2 + (1{,}0\text{ m})^2} = 3{,}2\text{ m}$$

c. Obtenemos el vector desplazamiento entre los 0,50 y 1,0 s:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(1{,}0\text{ s}) - \vec{r}(0{,}50\text{ s}) = (1{,}5\vec{i} - 0{,}8\vec{j})\text{ m}$$

Su módulo es: $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(1{,}5\text{ m})^2 + (0{,}8\text{ m})^2} = 1{,}7\text{ m}$

d. Determinamos la trayectoria a partir de las ecuaciones paramétricas del movimiento:

$$x(t) = 3t \rightarrow t = \frac{x}{3}\ ;\ y(t) = 6t - 5t^2 = 2x - \frac{5x^2}{9}$$

La ecuación de la trayectoria es una parábola:

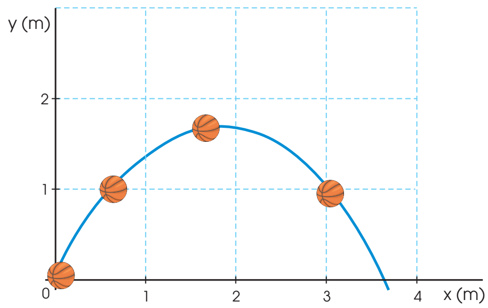


Fig. 5.

COMPROBACIÓN. La trayectoria es una parábola, como corresponde al lanzamiento de una pelota de baloncesto.

3. VELOCIDAD

Considera un autobús que efectúa el trayecto entre dos poblaciones, A y B, invirtiendo en el viaje un tiempo determinado. Según sea la relación entre el desplazamiento y el tiempo empleado, el autobús se mueve a mayor o menor **velocidad**.

La velocidad es una **magnitud vectorial** porque viene determinada por su módulo, dirección y sentido. Su unidad en el SI es el $m \cdot s^{-1}$.

http://goo.gl/1XxuUc

- Bolt gana los 100 m lisos en Pekín 2008.

3.1. Velocidad media

Analicemos los 100 metros lisos de Usain Bolt en las olimpiadas de Pekín 2008. Esta tabla muestra el tiempo marcado por el atleta cada 10 metros recorridos:

POSICIÓN (m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
TIEMPO (s)	0	1,85	2,87	3,78	4,65	5,50	6,32	7,14	7,96	8,79	9,69

Tabla 2.

Ante estos datos, podemos preguntarnos: ¿En qué tramos fue más veloz? ¿Durante cuánto tiempo? ¿A qué velocidad corrió de promedio? Para responder estas preguntas, definiremos las magnitudes **velocidad media** y **rapidez media**.

Consideremos el sistema de ejes coordenados de la figura de la derecha. En el instante t_0, el móvil está en la posición P_0 de vector de posición r_0, y en el instante t, el móvil está en el punto P de vector de posición r.

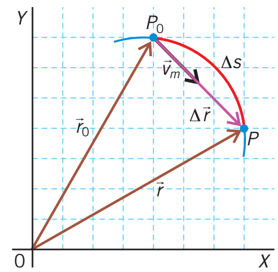


Fig. 6.

- Velocidad media entre P_0 y P. La velocidad media tiene la misma dirección y sentido que $\Delta\vec{r}$.

La velocidad media, $\vec{v}_m$ es el cociente entre el vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$, y el tiempo transcurrido en ese desplazamiento, Δt:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$$

Por otra parte, la magnitud escalar rapidez media se define de la siguiente manera:

La rapidez media es el cociente entre la distancia recorrida sobre la trayectoria y el intervalo de tiempo transcurrido, $\Delta s/\Delta t$.

TIC

Observa un ejemplo de la diferencia entre rapidez media y velocidad media en:

Visita:

http://goo.gl/MoYsDy

En un movimiento rectilíneo sin cambios de sentido, el vector desplazamiento y la longitud recorrida sobre la trayectoria coinciden, por lo que: $\left|\vec{v}_m\right| = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

Ejemplo 3

Una moto se desplaza 120 km hacia el norte en 2 horas, y luego 180 km hacia el este en 4 horas. Determina el vector velocidad media en:
a. El primer tramo; b. El recorrido total.

COMPRENSIÓN. Para calcular la velocidad media, solo nos interesan las posiciones final e inicial de nuestro móvil.

DATOS. $P_0(0,0)$; $t_0 = 0\ h$; $\vec{r}_0 = (0,0)$; $P_1(0, 120\ km)$; $t_1 = 2\ h$; $\vec{r}_1 = (0, 120)$
$P_2(180\ km, 120\ km)$; $t_2 = 6\ h$; $\vec{r}_2 = (180, 120)$

RESOLUCIÓN. a. La velocidad media del primer tramo es: $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{t_1 - t_0} = \dfrac{120\vec{j}\ km}{2\ h} = 60\vec{j}\ km \cdot h^{-1}$

b. En el recorrido total es: $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{r}_2 - \vec{r}_0}{t_2 - t_0} = \dfrac{(180\vec{i} + 120\vec{j})\ km}{6\ h} = (30\vec{i} + 20\vec{j})\ km \cdot h^{-1}$

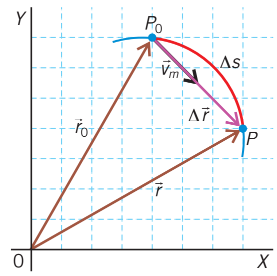


Fig. 7.

Velocidad instantánea. El vector velocidad instantánea es tangente a la trayectoria.

Y TAMBIÉN:

Uno de los retos del ser humano es conseguir mayor velocidad. En las carreras de Fórmula 1, se han alcanzado los $300\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Y, en Japón, los trenes de levitación magnética han llegado a casi $600\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Puedes informarte sobre los trenes de levitación magnética MAGLEVS en:
http://goo.gl/9lyYCl

3.2. Velocidad instantánea

Si consideramos de nuevo nuestro viaje en autobús, su velocidad no es la misma en cualquier instante de tiempo ni es igual a su velocidad media: circula a mayor o menor velocidad según las características de la carretera y del tráfico.

Para calcular la velocidad en un instante, el intervalo de tiempo considerado debe hacerse cada vez más pequeño ($\Delta t \to 0$). En la imagen, vemos que al tomar un punto P de la trayectoria, cada vez más próximo a P_0, se cumple:

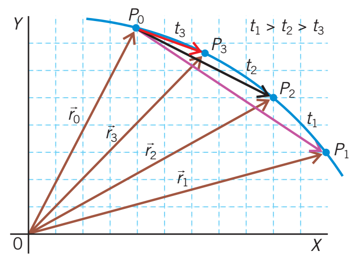


Fig. 8.

- El vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$, se aproxima cada vez más a la trayectoria. En el límite, $\Delta\vec{r}$ es tangente a la trayectoria.
- El módulo del vector desplazamiento, $(\Delta\vec{r})$, se aproxima al valor de la distancia recorrida.
- El vector velocidad media se aproxima al vector velocidad en un instante de tiempo, t. Este vector recibe el nombre de velocidad instantánea.

El vector velocidad instantánea es el cociente entre el vector desplazamiento y el incremento de tiempo cuando Δt tiende a cero: $= \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Es tangente a la trayectoria y su módulo recibe el nombre de rapidez.

El módulo del vector velocidad instantánea, v, es la rapidez: $= |\vec{v}| = \left| \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

Ejemplo 4

La ecuación del movimiento de un móvil es:

$$\vec{r} = 10t\vec{i} + (100 - 4t^2)\vec{j}$$

en unidades del SI. Calcula su vector velocidad instantánea y su rapidez cuando $t = 2$ s.

COMPRENSIÓN. Para hallar la velocidad instantánea, consideramos un instante de tiempo, t, y otro muy cercano, $t + \Delta t$.

DATOS. $\vec{r} = 10t\vec{i} + (100 - 4t^2)\vec{j}$, en unidades del SI.

RESOLUCIÓN. En primer lugar, hallamos el vector desplazamiento entre los instantes t y $t + \Delta t$:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = 10(t + \Delta t)\vec{i} + (100 - 4(t + \Delta t)^2)$$
$$\vec{j} - 10t\vec{i} - (100 - 4t^2)\vec{j} = 10\,\Delta t\vec{i} - 8t\,\Delta t\vec{j} - 4(\Delta t)^2\,\vec{j}$$

Para obtener la velocidad instantánea en función del tiempo, dividimos $\Delta\vec{r}$ por Δt y calculamos el límite para $\Delta t \to 0$:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{10\Delta t\vec{i} - 8t\,\Delta t\,\vec{j} - 4(\Delta t)^2\,\vec{j}}{\Delta t} =$$
$$\lim_{\Delta t \to 0} (10\vec{i} - 8t\,\vec{j} - 4\Delta t\,\vec{j}) = 10\vec{i} - 8t\,\vec{j}$$

En $t = 2$ s:

$$v(t = 2\ \mathrm{s}) = 10\vec{i} - 8 \cdot 2\vec{j} = (10\vec{i} - 16\vec{j})\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Y la rapidez en ese mismo instante es su módulo:

$$|\vec{v}(t = 2\ \mathrm{s})| = \sqrt{10^2 + 16^2}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 19\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

COMPROBACIÓN. Debemos ser rigurosos en los cálculos y la expresión de los resultados obtenidos.

4. ACELERACIÓN

Volvamos a los 100 metros lisos de Usain Bolt. En la siguiente tabla, se han registrado los valores de su velocidad media cada 10 metros:

Posición inicial (m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Posición final (m)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Velocidad ($km \cdot h^{-1}$)	19,5	35,3	39,6	41,4	42,3	43,9	43,9	43,9	43,7	40,0

Tabla 3.

En los diez primeros metros, la velocidad era de $19{,}5\ km \cdot h^{-1}$, y ha aumentado considerablemente en los siguientes 10 metros a $35{,}3\ km \cdot h^{-1}$. Esta **variación del módulo** de la velocidad en un período de tiempo determinado nos indica que el atleta ha adquirido una cierta **aceleración**.

En el caso de un automóvil que traza una curva, el vector velocidad **cambia de dirección** en cada instante. También tiene **aceleración**.

La aceleración es una **magnitud vectorial** porque viene determinada por su dirección y sentido, que coinciden con los de $\Delta\vec{v}$. La **unidad** de la aceleración en el SI es el $m \cdot s^{-2}$.

4.1. Aceleración media

Si observamos el esquema de la derecha, vemos que un móvil que está en el punto P_0, de vector posición r_0, en el instante de tiempo t_0, se mueve con una velocidad v_0. En un instante de tiempo posterior, t, el móvil está en el punto P, con un vector de posición r y con una velocidad v.

Podemos calcular la variación de velocidad, $\Delta\vec{v}$, del móvil en un intervalo de tiempo dado, Δt (en el esquema anterior, $\Delta\vec{v}$ se ha calculado gráficamente, trasladando el vector $\vec{v}$ al punto P).

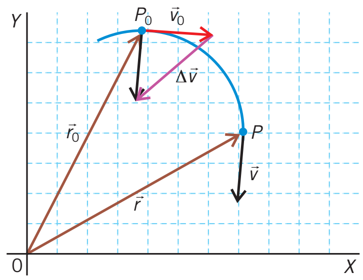


Fig. 9.
Aceleración media.
La aceleración media tiene la misma dirección y sentido que $\Delta\vec{v}$.

El vector aceleración media, $\vec{a}_m$, , es el cociente entre el incremento del vector velocidad, $\Delta\vec{v}$, y el intervalo de tiempo transcurrido, Δt:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Las leyes de la cinemática nos permiten interpretar el entorno cotidiano, y son parte de una formación científica básica.

Ejemplo 5

La velocidad de un auto en un instante determinado es de (2, −6) $m \cdot s^{-1}$, mientras que 2 décimas de segundo más tarde es de $4\vec{j}\ m{\cdot}s^{-1}$.
Calcula la aceleración media.

COMPRENSIÓN. Para calcular la aceleración media, solo necesitamos conocer las velocidades inicial y final del auto.

DATOS. $\vec{v}_0 = (2, -6)\ m \cdot s^{-1}$; $\vec{v}_f = (0,4)\ m \cdot s^{-1}$; $\Delta t = 0{,}2\ s$

RESOLUCIÓN. Determinamos la aceleración media:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{(0,\ 4)\ m \cdot s^{-1} - (2,\ -6)\ m \cdot s^{-1}}{0{,}2\ s} =$$

$$= \frac{(-2,\ 10)\ m \cdot s^{-1}}{0{,}2\ s} = (-10,\ 50)\ m \cdot s^{-2}$$

COMPROBACIÓN. Podemos comprobar que hemos obtenido un vector, con la misma dirección y sentido que $\Delta\vec{v}$, y que sus unidades son las correctas en el SI.

- **Aceleración instantánea.** La aceleración instantánea, igual que la aceleración media, se debe a la variación en el módulo y/o en la dirección del vector velocidad.

4.2. Aceleración instantánea

En la Fórmula 1, los autos experimentan notables variaciones de velocidad en intervalos de tiempo muy cortos. Para calcular la aceleración en un instante de tiempo determinado, podemos seguir el mismo proceso utilizado en la obtención de la velocidad instantánea

El vector aceleración instantánea, o simplemente aceleración, es el cociente entre el incremento del vector velocidad y el incremento de tiempo cuando Δt tiende a cero:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La dirección y el sentido de la aceleración instantánea son los que marca el vector $\Delta \vec{v}$, y su unidad en el SI es el $m \cdot s^{-2}$.

A diferencia del vector velocidad instantánea, la dirección del vector aceleración no tiene por qué ser tangente a la trayectoria. Solo lo es cuando la dirección del vector velocidad es constante; es decir, cuando $\Delta \vec{v}$ es tangente a la trayectoria.

Ejemplo 6

La velocidad de un pequeño robot de juguete aumenta con el tiempo, según la ecuación $\vec{v} = t\vec{i} + 5\vec{j}$ en unidades del SI, por lo que describe un movimiento rectilíneo acelerado en el eje X y uniforme en el eje Y. **Halla** su aceleración en el instante $t = 1\,s$.

COMPRENSIÓN. Para hallar la aceleración instantánea, consideramos un instante de tiempo, t, y otro muy próximo, $t + \Delta t$.

DATOS. $\vec{v}(t) = t\vec{i} + 5\vec{j}$ en unidades del SI.

RESOLUCIÓN. Para calcular la aceleración instantánea, hallamos primero la variación de la velocidad entre los instantes de tiempo t y $t + \Delta t$:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = (t + \Delta t)\,\vec{i} + 5\vec{j} - t\vec{i} - 5\vec{j} = \Delta t\vec{i}$$

Y, a continuación, determinamos el límite del cociente entre Δt, cuando $\Delta t \to 0$:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta t\vec{i}}{\Delta t} = 1\vec{i}\ \ m \cdot s^{-2}$$

La aceleración de este móvil es constante en el tiempo.

COMPROBACIÓN. Solo existe aceleración según el eje X, lo cual concuerda con que el movimiento es acelerado en el eje X y uniforme en el eje Y.

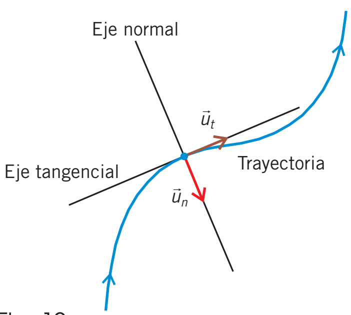


Fig. 10.

- **Sistema de referencia intrínseco.** Los ejes varían según el punto de la trayectoria. En cada punto, un eje es tangente a la trayectoria y el otro es perpendicular a ella.

4.3. Componentes intrínsecas de la aceleración

La **velocidad** de un móvil puede sufrir un **cambio en el módulo**, como sucede en la carrera de los 100 metros lisos, un **cambio de dirección**, lo cual ocurre cuando se toma una curva, o ambos.

En función de lo que varíe, podemos distinguir dos componentes de la aceleración: la **aceleración normal** o **centrípeta**, que expresa la variación en la dirección, y la aceleración tangencial, que expresa la variación en el módulo.

Se trata de las componentes de la aceleración en un **sistema de referencia intrínseco** asociado a un punto de la trayectoria. Este sistema está formado por un eje tangente a la trayectoria y otro perpendicular o normal a ella.

Así, en cualquier punto A de la trayectoria, podemos definir los vectores unitarios $\vec{u}_n$ y $\vec{u}_t$. El vector $\vec{u}_n$ tiene dirección perpendicular a la trayectoria y sentido hacia el centro de curvatura. El vector $\vec{u}_t$ es tangente a la trayectoria y con el mismo sentido que $\vec{v}$. En este punto, A, y en un instante de tiempo, t, el vector aceleración instantánea, $\vec{a}$, se puede dividir en sus componentes intrínsecas: una tangencial, $\vec{a}_t$, y otra normal, $\vec{a}_n$.

De esta manera, usando el teorema de Pitágoras, el módulo de la aceleración instantánea es:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

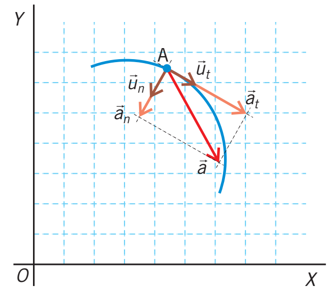


Fig. 11

Aceleración normal y aceleración tangencial

TIC

Observa, en el siguiente enlace, cómo la aceleración normal implica un cambio en la dirección de la velocidad:

Visita:

http://goo.gl/KrPDGG

Aceleración normal o centrípeta

Supongamos que un bólido de Fórmula 1 va a una determinada velocidad, $\vec{v}$. Al tomar una curva, la velocidad va cambiando de dirección, por lo que definimos a la aceleración normal o centrípeta de la siguiente manera:

> La aceleración normal o centrípeta es la aceleración que refleja el cambio en la dirección de la velocidad a lo largo de la trayectoria.

Su expresión matemática es: $\vec{a}_n = a_n\,\vec{u}_n = \dfrac{v^2}{R}\vec{u}_n$, donde v es el módulo de la velocidad y R es el radio de curvatura de la trayectoria, por lo que a_n siempre es positiva.

La dirección de la aceleración normal es perpendicular a la trayectoria y su sentido es hacia el centro del tramo de curva descrita.

Aceleración tangencial

Cuando se inicia la carrera de Fórmula 1 y el bólido arranca, el módulo de su velocidad cambia. La definimos de la siguiente manera:

> La aceleración tangencial es la aceleración que refleja la variación del módulo de la velocidad.

Su expresión matemática es: $\vec{a}_t = a_t\,\vec{u}_t = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t}\vec{u}_t$.

Si el módulo de la velocidad aumenta, el sentido de la aceleración $\vec{a}_t$ coincide con el sentido de la velocidad. En cambio, si el módulo de la velocidad disminuye, el sentido de $\vec{a}_t$ es contrario al de la velocidad.

Ejemplo 7

En una competición de ciclismo en pista, un ciclista describe una curva de 30 m de radio. **Calcula** su aceleración total en un instante en el que el ciclista se encuentra acelerando uniformemente y su velocidad ha pasado de $14{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $15{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en 0,5 s.

COMPRENSIÓN. En este caso, varían tanto la dirección como el módulo de la velocidad. Por lo tanto, el ciclista tiene aceleración normal y aceleración tangencial. La aceleración total es la suma de ambas: a= atut + an un.

DATOS. $R = 30$ m; $v_0 = 14{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_f = 15{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\Delta t = 0{,}5$ s

R . Calculamos los valores de a_n y a_t:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(15{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{30\ \text{m}} = 7{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(15{,}0 - 14{,}5)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{0{,}5\ \text{s}} = 1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

El módulo de la aceleración total es:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{7{,}5^2 + 1^2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 7{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

5. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

http://goo.gl/DMXVrP

Vehículos que circulan a velocidad constante en un tramo de carretera.

Y TAMBIÉN: ¿?

Las características del MRU son:

- Trayectoria rectilínea.
- Vector velocidad constante.
- La distancia recorrida coincide con el desplazamiento.

Y TAMBIÉN: ¿?

En el MRU podemos hacer coincidir la dirección del movimiento con el eje OY. Entonces, la ecuación del movimiento es: $y = y_0 + v\,(t - t_0)$

En ocasiones, encontramos cuerpos cuya trayectoria es una línea recta y que no varían su velocidad. Es el caso, por ejemplo, de un vehículo que se mueve en línea recta a la velocidad constante de $80\ km \cdot h^{-1}$.

Otro ejemplo es el de una pequeña esfera metálica que dejáramos caer en un recipiente mucho mayor que la bola y lleno de aceite. A partir de cierta distancia recorrida, la velocidad de la bola es constante y esta recorre espacios iguales en intervalos de tiempo iguales, como puede comprobarse experimentalmente con los datos de la posición de la bola en diferentes instantes de tiempo:

t (ms)	90	94	98	102	106	110	150
y (mm)	134	140	146	152	158	164	224

Tabla 4.

Estos casos son ejemplos de **movimiento rectilíneo uniforme**:

En el MRU no hay aceleración, ya que el vector velocidad es constante.

El movimiento rectilíneo uniforme es el movimiento que tiene como trayectoria una línea recta y cuya velocidad es constante en módulo, dirección y sentido.

5.1. Ecuación del movimiento

En el estudio de cualquier movimiento se debe buscar la relación matemática entre todas sus magnitudes. Como hemos visto, el MRU se caracteriza por tener un vector velocidad constante, independiente del tiempo tanto en módulo como en dirección y sentido, e igual en todo momento a la velocidad media:

$$\vec{v} = \vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0} = cte$$

Si despejamos la posición final $\vec{r}$, obtenemos la **ecuación vectorial del movimiento**:

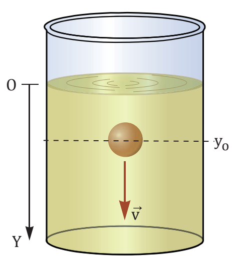
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}\,(t - t_0)$$

Al ser un movimiento en una recta, podemos hacer coincidir su dirección con el eje OX. La ecuación del movimiento es, entonces: $x = x_0 + v\,(t - t_0)$

Ejemplo 8

Halla la ecuación del movimiento de la esfera sumergida en aceite, a partir de los datos de la tabla de esta misma página.

COMPRENSIÓN. Al sumergirse en el aceite, la esfera cae con una trayectoria rectilínea en la dirección del eje OY. Habrá que comprobar si su velocidad es constante.



DATOS. Los de la tabla anterior. Tomamos:
$t_0 = 90\ ms = 0{,}090\ s$;
$y_0 = 134\ mm = 0{,}134\ m$

RESOLUCIÓN. Si calculamos la velocidad de la esfera en distintos tramos, siempre obtenemos el mismo valor:

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{140 - 134}{94 - 90} = \frac{146 - 140}{98 - 94} = \ldots =$$
$$= \frac{224 - 164}{150 - 110} = 1{,}5\ mm \cdot ms^{-1} = 1{,}5\ m \cdot s^{-1}$$

Por tanto, se trata de un MRU y su ecuación del movimiento en unidades del SI es:

$$y = y_0 + v\,(t - t_0) = 0{,}134 + 1{,}5\,(t - 0{,}090)$$

COMPROBACIÓN. Si sustituimos los valores de tiempo de la tabla en la ecuación del movimiento, obtenemos los correspondientes valores de la posición.

5.2. Representación gráfica

Si en cualquier MRU dibujas las gráficas correspondientes a la posición y a la velocidad en función del tiempo, obtendrás figuras similares a las siguientes, que son las gráficas características de un MRU:

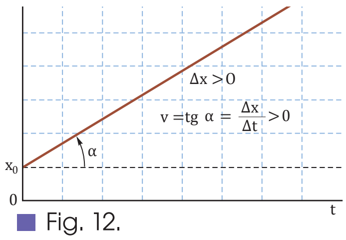


Fig. 12.

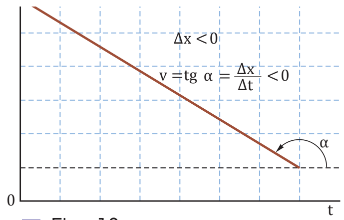


Fig. 13.

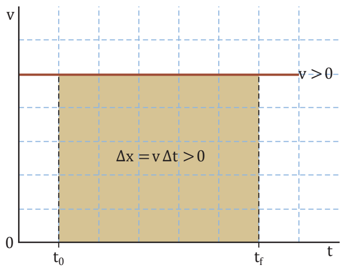


Fig. 14.

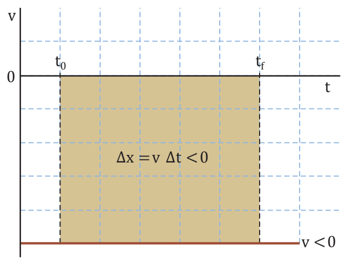


Fig. 15.

Del análisis de las gráficas deducimos:

- **Gráfica x - t.** Es una recta cuya ordenada en el origen nos indica la posición inicial x_0. La pendiente de la recta es el valor de la tangente del ángulo α y coincide con el valor de la velocidad.
- **Gráfica v - t.** La velocidad es una línea paralela al eje de abscisas, puesto que es constante. El área limitada por la recta de la velocidad y el eje de abscisas entre t_0 y t_f es la distancia recorrida.

Y TAMBIÉN:

Si en la gráfica **x - t** la pendiente es positiva ($tg\ \alpha > 0$), esto significa que la velocidad es positiva.
Si la pendiente es negativa ($tg\ \alpha < 0$), la velocidad es negativa. Es el caso en que la velocidad tiene el sentido negativo del eje X (el móvil se mueve hacia la izquierda).

TIC

- **Fíjate** cómo varía la pendiente de la gráfica posición-tiempo del MRU según el valor de la velocidad:

Visita:

http://goo.gl/IcxKeP

- **Observa** la gráfica velocidadtiempo en el MRU:

Visita:

http://goo.gl/zbb4Ef

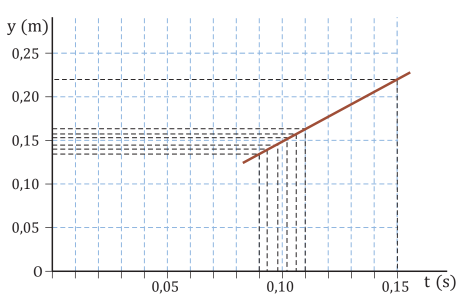
Ejemplo 9

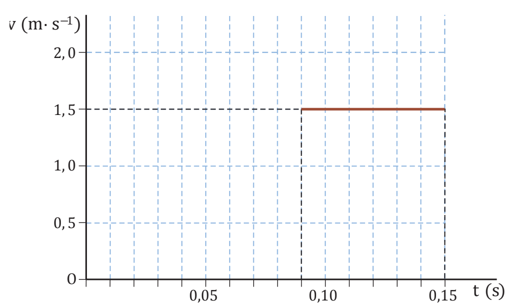
Dibuja las gráficas de la posición y de la velocidad en función del tiempo en el caso de la esfera del Ejemplo 8 de la página anterior.

COMPRENSIÓN. A partir de los datos y de la ecuación del movimiento representamos las gráficas de la posición y la velocidad.

DATOS. $y_0 = 134$ mm $= 0{,}134$ m; $t_0 = 90$ ms $= 0{,}090$ s; $v = 1{,}5\ m \cdot s^{-1}$; $y = 0{,}134 + 1{,}5\ (t - 0{,}090)$ en unidades del SI.

RESOLUCIÓN.





COMPROBACIÓN. Las gráficas corresponden a las esperadas para un MRU.

6. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

Y TAMBIÉN: ¿?

En general, los movimientos más habituales son aquellos en los que la aceleración no es constante.

Es el caso de una carrera de 100 metros lisos: en los primeros metros, la aceleración es máxima gracias al impulso suministrado por los tacos de salida; después, esta aceleración va disminuyendo hasta que el atleta consigue su máxima velocidad; y a partir de los 80 metros, se produce una desaceleración (disminución del módulo de la velocidad).

http://goo.gl/CbZqS7

En la naturaleza es posible encontrar movimientos en que la velocidad cambia con el tiempo, pero la aceleración se mantiene constante. Pueden ser, por ejemplo, un objeto que rueda por una superficie plana con rozamiento o un objeto sometido a una fuerza constante, como la fuerza eléctrica o la gravitatoria.

Consideremos ahora que dejamos rodar por un plano inclinado una pequeña bola y cronometramos el tiempo en que alcanza diferentes posiciones. El resultado de esta experiencia podría ser el que se indica en la tabla:

x (cm)	0	20	40	60	80	100	120	140
t (s)	0	1,2	2,8	3,5	4,3	4,9	5,2	5,5

Tabla 5.

Vemos que la relación entre la posición y el tiempo no obedece a la fórmula del MRU, sino que se trata de un movimiento con aceleración. La velocidad varía en cada tramo pero de forma regular. Por lo tanto, se trata de un **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado**:

El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es el movimiento cuya trayectoria es una línea recta y en el que se mantiene una aceleración constante.

6.1 Ecuaciones del movimiento

Como hemos visto, el MRUA se caracteriza por tener un vector aceleración constante, independiente del tiempo, y que, por lo tanto, coincide en todo momento con la aceleración media. Así, de la definición de la aceleración media deducimos la **ecuación de la velocidad**:

$$\vec{a} = \vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}; \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,\Delta t$$

Esta expresión nos servirá para deducir la ecuación de la posición. Para ello, primero hallamos la expresión de la velocidad media en el intervalo de tiempo Δt como la semisuma de la velocidad en los instantes t y t_0:

Y la igualamos con la definición del vector velocidad media para despejar el vector de posición en el instante t:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{v} + \vec{v}_0}{2} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{\Delta t}; \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{\Delta t\,(\vec{v} + \vec{v}_0)}{2}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Al ser un movimiento rectilíneo, si hacemos coincidir su dirección con el eje OX, entonces la ecuación del movimiento es:

$$x = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2$$

Finalmente, sustituimos el vector $\vec{v}$ por su expresión según la ecuación de la velocidad en el MRUA y obtenemos:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{\Delta t\,(\vec{v} + \vec{v}_0)}{2} = \vec{r}_0 + \frac{\Delta t\,(\vec{v}_0 + \vec{a}\,\Delta t + \vec{v}_0)}{2} = \vec{r}_0 + \frac{\Delta t\,(2\vec{v}_0 + \vec{a}\,\Delta t)}{2}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\,\vec{a}\,(\Delta t)^2$$

Esta es la **ecuación de la posición** del MRUA.

6.2. Representación gráfica

De la misma forma que en el caso del MRU, las **gráficas** de la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo de un **MRUA** tienen unas características concretas:

- **Gráfica x - t**. La gráfica de la posición del móvil frente al tiempo es una parábola. La ordenada en el origen corresponde a la posición inicial.

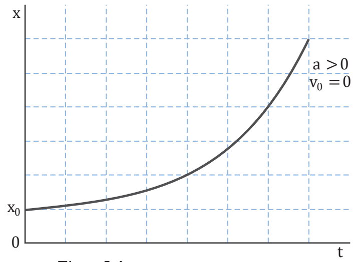


Fig. 16.

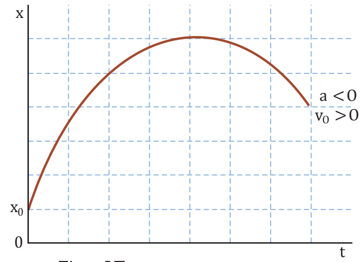


Fig. 17.

- **Gráfica v - t**. Es una recta cuya pendiente nos da el valor de la aceleración. Si la pendiente es negativa, significa que el móvil desacelera; y si es positiva, significa que acelera.

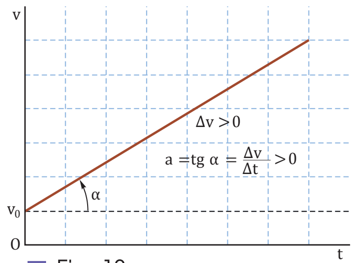


Fig. 18.

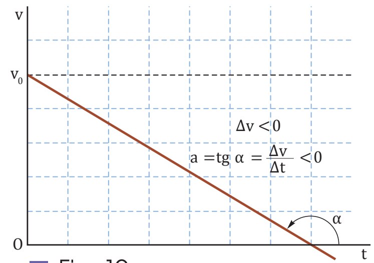


Fig. 19.

- **Gráfica a - t**. Es una recta paralela al eje de abscisas, que nos indica que durante todo el trayecto la aceleración es constante. El área limitada por la recta de la aceleración y el eje de abscisas entre t_0 y t_f es igual al incremento de la velocidad.

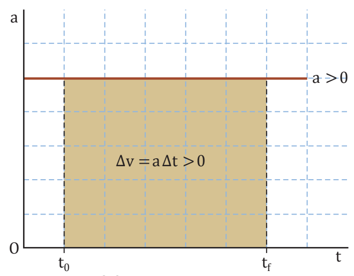


Fig. 20.

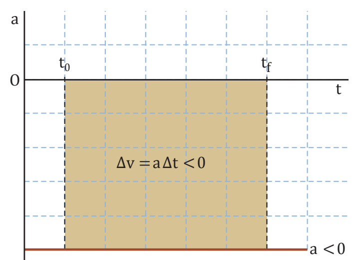


Fig. 21.

- **Gráfica x - t²**. En los casos en que la velocidad inicial es nula, la gráfica de la posición respecto del cuadrado del tiempo es una recta cuya ordenada en el origen es la posición inicial.

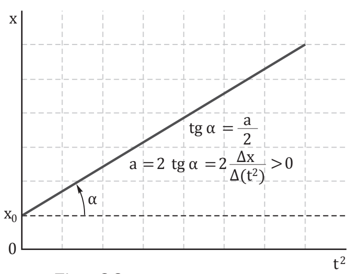


Fig. 22.

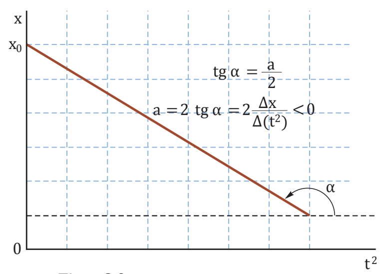


Fig. 23.

TIC

Mediante los siguientes *applets* podrás ver cómo varían las gráficas de la posición y de la velocidad frente al tiempo en el MRUA, según sea el valor de la aceleración:

Visita:

http://goo.gl/nOIXPC

http://goo.gl/gDRkic

http://goo.gl/ATPXCE

Y gracias a este otro podrás analizar el encuentro de dos objetos que se mueven con MRUA:

Visita:

http://goo.gl/sE7D3u

6.3. Movimiento vertical de los cuerpos

Una pinza que cae del tendedero de un piso al patio interior, el bote de la pelota que realiza el tenista antes del saque o el lanzamiento de una moneda al aire son ejemplos de **movimiento vertical**.

En la unidad 12 estudiaremos la fuerza de la gravedad. La fuerza de gravedad es la responsable de que los cuerpos cerca de la superficie de la Tierra caigan con una aceleración constante. Esta aceleración es la aceleración de la gravedad.

La aceleración de la gravedad es una magnitud vectorial:

- Su módulo se designa por g y en puntos próximos a la superficie de la Tierra vale aproximadamente: $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.
- Su dirección es perpendicular a la superficie terrestre.
- Su sentido es hacia el centro de la Tierra.

El movimiento de los cuerpos sometidos a la aceleración de la gravedad que se mueven en la dirección perpendicular a la superficie de la Tierra se denomina movimiento vertical:

> El movimiento vertical es un MRUA en el que la aceleración del móvil es la aceleración de la gravedad.

Sus ecuaciones del movimiento son las del MRUA con $a = -g$:

$$v = v_0 - g\ \Delta t; \qquad y = y_0 + v_0\ \Delta t - \frac{1}{2}\ g\ (\Delta t)^2; \qquad v^2 = v_0^2 - 2\ g\ \Delta y$$

Donde la última ecuación se obtiene de aislar Δt en la primera y sustituirlo en la segunda.

Hay diferentes tipos de movimiento vertical, según las **condiciones iniciales**:

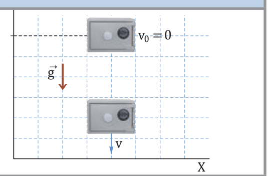
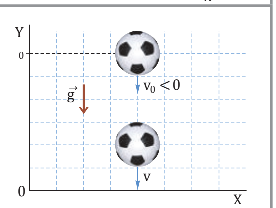
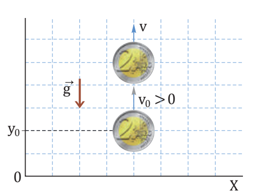
TIPO	CARACTERÍSTICAS	
Caída libre	Se deja caer el objeto desde cierta altura y_0 con velocidad inicial nula: $v_0 = 0$; $a = -g = -9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ El módulo de la velocidad aumenta a medida que el cuerpo cae.	
Lanzamiento vertical hacia abajo	Se lanza un objeto hacia abajo desde cierta altura y_0 con velocidad inicial v_0: $v_0 < 0$; $a = -g = -9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ El módulo de la velocidad aumenta a medida que el cuerpo cae.	
Lanzamiento vertical hacia arriba	Se lanza un objeto hacia arriba desde cierta altura y_0 con velocidad inicial v_0: $v_0 > 0$; $a = -g = -9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ El móvil va perdiendo velocidad hasta que esta se anula y, a continuación, inicia la caída libre.	

Tabla 6.

Y TAMBIÉN: ¿?

El físico y astrónomo Galileo Galilei, después de muchas experiencias, afirmó: «Todos los cuerpos caen con movimiento uniformemente acelerado, con la misma aceleración, sin importar su masa y su forma».
Ahora bien, si desde una cierta altura dejamos caer a la vez dos folios, uno arrugado y otro sin arrugar, primero llegará al suelo el papel arrugado. ¿Contradice esto la afirmación de Galileo? La respuesta es que no, ya que los cuerpos caen con la misma aceleración solo en ausencia de rozamiento con el aire.

TIC

Observa este video del experimento realizado en 1971 por un astronauta de la misión Apolo 15 en la Luna, y que confirma que todos los cuerpos caen con la misma aceleración (también en la Luna):

Visita:

http://goo.gl/p6zQ0U

TIC

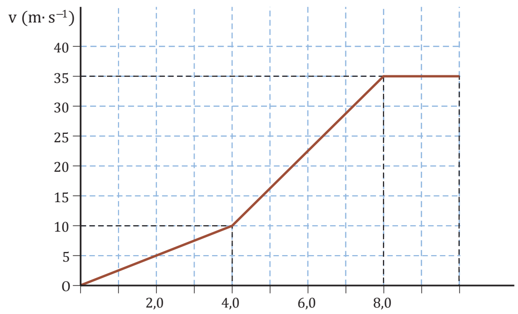
En esta simulación de una caída libre puedes ver que el desplazamiento entre dos intervalos de tiempo iguales es mayor a medida que el cuerpo va cayendo, puesto que se trata de un movimiento acelerado:

Visita:

http://goo.gl/B287bw

Ejemplo 10

A partir de esta gráfica v - t, que representa la velocidad de un móvil que sigue una trayectoria rectilínea, determina:
a. la aceleración en cada tramo.
b. la distancia total recorrida.



COMPRENSIÓN. Los tramos en que la velocidad es una recta con determinada pendiente corresponden a un MRUA. Si la recta es horizontal (pendiente nula), se trata de un MRU. Consideraremos que la posición inicial es $x_0 = 0$ m.

RESOLUCIÓN.

a. Como se trata de un movimiento rectilíneo, calculamos la aceleración en cada tramo con la expresión:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Entre 0,0 s y 4,0 s: $a = \frac{(10 - 0)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{(4{,}0 - 0{,}0)\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Entre 4,0 s y 8,0 s: $a = \frac{(35 - 10)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{(8{,}0 - 4{,}0)\ \text{s}} = 6{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Entre 8,0 s y 10,0 s no hay aceleración, $a = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

b. Para calcular la distancia recorrida hallamos la posición al final de cada tramo de la gráfica mediante las ecuaciones del MRUA y el MRU en una sola dimensión:

$$x = x_0 + v_0\,\Delta t + \frac{1}{2}a\,(\Delta t)^2; \qquad x = x_0 + v_0\,\Delta t$$

En t = 4,0 s: $x = 0 + \frac{1}{2}\cdot 2{,}5\ \text{m}\cdot\cancel{\text{s}^{-2}}\cdot 4{,}0^2\ \cancel{\text{s}^2} = 20\ \text{m}$

En t = 8,0 s: $x = 20\ \text{m} + 10\ \text{m}\cdot\cancel{\text{s}^{-1}}\cdot 4{,}0\ \cancel{\text{s}} +$

$$+ \frac{1}{2}\cdot 6{,}3\ \text{m}\cdot\cancel{\text{s}^{-2}}\cdot 4{,}0^2\ \cancel{\text{s}^2} = 110\ \text{m}$$

En t = 10,0 s: $x = 110\ \text{m} + 35\ \text{m}\cdot\cancel{\text{s}^{-1}}\cdot 2{,}0\ \cancel{\text{s}} = 180\ \text{m}$

Como se trata de un movimiento rectilíneo sin cambios de sentido, la distancia total recorrida es de 180 m.

COMPROBACIÓN. La distancia calculada mediante las ecuaciones del movimiento debe coincidir con el área bajo la gráfica v - t.

En el primer tramo: $A_1 = \frac{1}{2}\cdot 4{,}0\cdot 10 = 20$

En el segundo tramo: $A_2 = 4{,}0\cdot 10 + \frac{1}{2}\cdot 4{,}0\cdot 25 = 90$

En el tercer tramo: $A_3 = 2{,}0\cdot 35 = 70$

Así, el área total entre la gráfica de la velocidad y el eje de abscisas es:

$$A = 20 + 90 + 70 = 180$$

Por lo tanto, la distancia recorrida es de 180 m.

Ejemplo 11

Un niño quiere jugar a pelota con una amiga que lo observa desde la ventana de su casa. La ventana está a 3,0 m del suelo. ¿A qué velocidad mínima deberá lanzar la pelota desde el suelo para que llegue a su amiga?

COMPRENSIÓN. Es un lanzamiento vertical hacia arriba. Por tanto, la velocidad de la pelota disminuye a medida que asciende. Así, la velocidad mínima a que debe lanzarse la pelota es aquella para la cual su velocidad se anula justo a la altura de 3 m.

DATOS. $\Delta y = 3{,}0$ m; $a = -g = -9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_f = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

RESOLUCIÓN. De la ecuación que relaciona velocidades con distancia vertical recorrida:

$$v_f^2 = v_0^2 - 2\,g\,\Delta y; \qquad v_0 = \sqrt{v_f^2 + 2\,g\,\Delta y} = \sqrt{2\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 3{,}0\ \text{m}} = 7{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

COMPROBACIÓN. Mediante las otras dos ecuaciones, comprobamos que $\Delta y = 3{,}0$ m:

$$v_f = v_0 - g\,\Delta t; \qquad \Delta t = \frac{v_0 - v_f}{g} = \frac{7{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 0{,}79\ \text{s}$$

$$\Delta y = v_0\Delta t - \frac{1}{2}g\,(\Delta t)^2 = 7{,}7\ \text{m}\cdot\cancel{\text{s}^{-1}}\cdot 0{,}79\ \cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}9{,}8\ \text{m}\cdot\cancel{\text{s}^{-2}}\ (0{,}79\ \cancel{\text{s}})^2 = 3{,}0\ \text{m}$$

7. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

La mayoría de los movimientos cotidianos son movimientos compuestos, es decir, que pueden describirse como la combinación de dos o más movimientos simples. Un ejemplo de movimiento en dos dimensiones es el movimiento de lanzamiento a canasta de una pelota de baloncesto. Para su estudio aplicamos el principio de superposición de movimientos de Galileo:

> El principio de superposición de movimientos establece que, si un cuerpo está sometido a varios movimientos independientes simultáneos, el movimiento total se obtiene de la suma vectorial de estos movimientos simples.

En el estudio de cualquier movimiento compuesto, una vez definido el sistema de referencia, hay que seguir estos pasos:

- Distinguir claramente cada uno de los movimientos independientes simples que forman el movimiento compuesto.
- Aplicar a cada movimiento simple las ecuaciones correspondientes.
- Obtener por superposición las ecuaciones del movimiento compuesto. Hay que tener en cuenta que el **tiempo** del movimiento compuesto es igual al de cada uno de los movimientos que lo componen.

7.1. Composición de movimientos en la misma dirección

Muchas veces habrás visto a personas que caminan por una escalera mecánica de un aeropuerto o una cinta transportadora de un gimnasio.

Para estudiar estos movimientos se define un sistema de referencia (S) en reposo y otro sistema de referencia (S') que se mueve respecto a S a velocidad constante v_0. Además, S y S' se toman de forma que en el instante inicial coinciden. Así, al cabo de un tiempo, Δt, S' se ha desplazado una distancia $v_0 \Delta t$ con respecto a S.

Si un móvil se mueve con respecto a S', el movimiento total del móvil respecto a S es la composición de su movimiento con respecto a S' y del movimiento de S' con respecto a S. Si el móvil se desplaza una distancia x' respecto a S', por el principio de superposición de Galileo, un observador en S ve un desplazamiento:

$$x = x' + v_0 \Delta t$$

El tiempo transcurrido para cada sistema es el mismo. Así, si dividimos la expresión anterior por Δt obtenemos la velocidad total del móvil:

$$v = v' + v_0$$

Al ser un movimiento en una dimensión no es necesario utilizar vectores, pero sí es preciso tener en cuenta correctamente los signos.

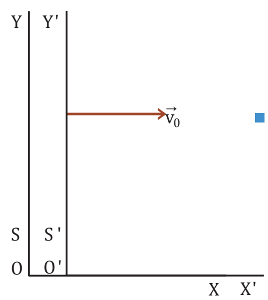
Para el caso de la composición de dos movimientos rectilíneos de la misma dirección, obtendremos siempre un movimiento con esa misma dirección:

- Si se trata de dos MRU, el resultado es un MRU.
- Si uno o los dos movimientos son MRUA, el resultado es un MRUA.

Y TAMBIÉN: ¿?

Si un cuerpo se mueve a consecuencia de varios movimientos simultáneos, su posición al cabo de un tiempo Δt es la misma que la que tendría si estos movimientos tienen lugar de forma sucesiva e independiente uno de otro durante el mismo tiempo Δt.

La posición y la velocidad son magnitudes vectoriales.



- Los ejes X y X' de los sistemas de referencia S y S' se mantienen en el tiempo. Los ejes Y e Y' se van separando pero se mantienen paralelos entre sí.

Fig. 24.

Ejemplo 12

En un aeropuerto, una persona camina sobre una cinta transportadora a 1,1 m · s^{-1} en el mismo sentido de avance de la cinta. Si la velocidad de la cinta es de 0,4 m · s^{-1}, ¿cuál es la velocidad de la persona según un observador en reposo fuera de la cinta?

COMPRENSIÓN. Por el principio de superposición, el movimiento de la persona es la composición de su movimiento con respecto a la cinta (S') y del movimiento de la cinta con respecto al suelo en reposo (S).

DATOS. v_0 = 0,4 m · s^{-1}; v' = 1,1 m · s^{-1}.

RESOLUCIÓN. La velocidad total respecto del observador en reposo fuera de la cinta es de:

$$v = v' + v_0 = 1{,}1\ m \cdot s^{-1} + 0{,}4\ m \cdot s^{-1} = 1{,}5\ m \cdot s^{-1}$$

http://goo.gl/zIn5pV

7.2. Composición de movimientos perpendiculares

A veces un objeto desarrolla un movimiento en una dirección pero, simultáneamente, está sometido a otro movimiento en dirección perpendicular a la propia. Es el caso, por ejemplo, de una nave (barco o avión) que se mueve dentro de un medio (agua o aire) también en movimiento, o el del lanzamiento de un proyectil.

Composición de dos MRU perpendiculares

Consideremos un barco que está en una orilla del río y que se mueve a velocidad constante hacia la orilla opuesta. El agua del río le comunica una velocidad también constante en dirección perpendicular a la suya propia.

Para estudiar este movimiento consideramos el sistema de referencia S', que se mueve solidario al río, y el sistema de referencia S, que corresponde a un observador en reposo en la orilla. La figura muestra la situación inicial (t_0 = 0) en que ambos sistemas coinciden, de forma que tomamos como origen de coordenadas el punto de salida del barco desde la orilla.

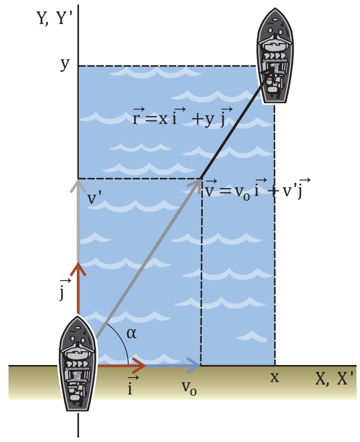


Fig. 25.

- Movimiento del barco respecto de un observador fijo.

El barco tiene un MRU de velocidad v con respecto al río (S'). A su vez, el río tiene un MRU de velocidad v_0 con respecto al observador (S). Las ecuaciones de cada movimiento por separado son:

- Según el observador (S), la posición de S' en un instante de tiempo t es: $x = v_0\,t$.
- Según el sistema de referencia del río (S'), la posición del barco en el instante de tiempo t es: $y = v'\,t$.

El movimiento del barco según el observador fijo es la suma vectorial de los dos movimientos. Por lo tanto, las **ecuaciones de la posición** y de **la velocidad** del barco son:

$$\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}; \quad \vec{v} = v_0\,\vec{i} + v'\,\vec{j}$$

La ecuación de la trayectoria se halla a partir de las ecuaciones paramétricas de la posición. En este caso, obtenemos una línea recta de pendiente $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{v'}{v_0}$:

$$y = \frac{v'}{v_0}\,x$$

Así, se trata de un MRU. La **distancia recorrida** y el **módulo de la velocidad** son:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(x^2 + y^2)}; \quad |\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + v'^2}$$

Movimiento parabólico

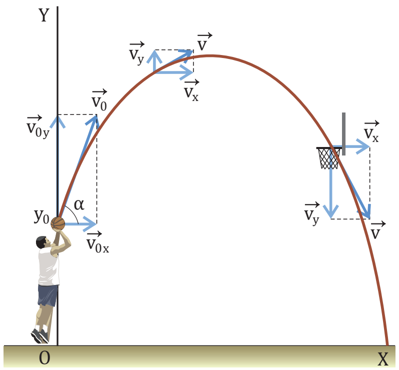


Fig. 26

- Velocidad en distintos puntos de la trayectoria de un movimiento parabólico.
Como en todos los movimientos, la velocidad es tangente a la trayectoria.

Y TAMBIÉN: ¿?

Antes de Galileo, se creía que un proyectil del tipo de una bala de cañón se desplazaba en línea recta hasta que el impulso que lo empujaba se agotaba, por lo que después caía en línea recta hacia abajo. Galileo, sin embargo, realizó el gran adelanto de combinar los dos movimientos, y, en 1688, explicaba así el movimiento parabólico:
«El movimiento horizontal, que no incluye ninguna otra fuerza aparte del impulso inicial (si despreciamos el viento, la resistencia del aire, etc.), es de velocidad constante (...) y la distancia que recorre horizontalmente el objeto es proporcional al tiempo transcurrido. Sin embargo, el movimiento vertical cubre una distancia (...) que es proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido».

El tiro de una pelota a una portería de fútbol (en general, el lanzamiento de un proyectil) o el salto de altura de un atleta son ejemplos de movimientos parabólicos.

El **movimiento parabólico** está **compuesto** por dos movimientos simples:

- Un **MRU** horizontal de velocidad v_{0x}.
- Un **MRUA** vertical de velocidad inicial v_{0y} con aceleración $a = -g$.

Consideremos un balón que se lanza desde una determinada altura y_0 con una velocidad v_0 que forma un ángulo α con la horizontal. Tomamos el sistema de referencia en el suelo, como en la figura del margen.

Las **condiciones iniciales** (en $t_0 = 0$) de este movimiento son:

$$x_0 = 0;\ v_{0x} = v_0 \cos\alpha;\ a_x = 0$$

$$y_0 \neq 0;\ v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\alpha;\ a_y = -g$$

Sustituimos estos valores en las ecuaciones del MRU y del MRUA que, de acuerdo con el principio de superposición de Galileo, los podemos considerar por separado. De esta forma, obtenemos las **ecuaciones del movimiento** y de la **velocidad**:

$$\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \begin{cases} x = v_{0x}t = (v_0 \cos\alpha)\,t \\ y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = y_0 + (v_0 \operatorname{sen}\alpha)\,t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \operatorname{sen}\alpha - gt \end{cases}$$

Si en la ecuación del movimiento de la componente x aislamos la variable tiempo y la sustituimos en la ecuación de y, obtenemos la **ecuación de la trayectoria**, que se trata de una **parábola**:

$$y = y_0 + x \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}$$

En el movimiento parabólico hay dos **parámetros** característicos importantes:

- **Altura máxima**: El móvil alcanza la altura máxima en el instante en que la velocidad en la dirección vertical se anula, $v_y = 0$:

$$v_y = 0:$$

$$v_y = 0 = v_0 \operatorname{sen}\alpha - gt \rightarrow t = \frac{v_0 \operatorname{sen}}{g}$$

Sustituimos este valor de t en la ecuación de la coordenada y para hallar la altura máxima:

$$y_{máx} = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\alpha \frac{v_0 \operatorname{sen}\alpha}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\alpha}{g}\right)^2 = y_0 + \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{2g}$$

- **Alcance máximo**: Es la distancia horizontal que ha recorrido el móvil en el instante en que llega al suelo (cuando $y = 0$): $y = 0 = y_0 + v_0 (\operatorname{sen}\alpha)\,t - \frac{1}{2}gt^2$.

Al resolver esta ecuación de segundo grado hallaríamos la expresión del valor de t para el que el móvil llega al suelo y que, al sustituirla en la ecuación de x, nos daría la expresión del alcance máximo.

En el **caso particular** de que $y_0 = 0$, se obtiene: $0 = v_0\ (\text{sen}\ \alpha)\ t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \frac{2 v_0\ \text{sen}\ \alpha}{g}$

De modo que, al sustituirlo en la ecuación de x, calculamos el alcance máximo:

$$x_{máx} = v_0 \cos \alpha \frac{2 v_0\ \text{sen}\ \alpha}{g} = \frac{v_0^2\ \text{sen}\ 2\alpha}{g}$$

Un caso particular de movimiento parabólico es el **lanzamiento horizontal**. Es un movimiento parabólico cuya velocidad inicial solo tiene componente horizontal (el ángulo de lanzamiento es cero). Sus condiciones iniciales son:

$$x_0 = 0;\ v_{0x} = v_0;\ a_x = 0;\ y_0 \neq 0;\ v_{0y} = 0;\ a_y = -g$$

Por lo tanto, sus ecuaciones del movimiento y de la velocidad son:

$$\begin{cases} x = v_{0x} t = v_0 t \\ y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

TIC

Consulta una simulación del movimiento parabólico en la web:

Visita:

http://links.edebe.com/6693u

Ejemplo 13

Una avioneta vuela a una velocidad respecto del aire de 205 km · h-1 y se dirige al norte. Si sopla viento en dirección este-oeste a 50 km · h-1, determina en qué dirección y a qué velocidad se desplaza la avioneta con respecto de un observador en tierra firme.

COMPRENSIÓN. El movimiento de la avioneta respecto de tierra firme (S) es la composición del movimiento del aire respecto de tierra y de la avioneta respecto del aire (S').

DATOS. $\vec{v}' = 205\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}\ \vec{j}$; $\quad \vec{v}_0 = -50\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}\ \vec{i}$.

RESOLUCIÓN. La velocidad de la avioneta es la suma vectorial de la velocidad del aire con respecto del observador fijo y de la velocidad de la avioneta con respecto del aire:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}' = (-50\,\vec{i} + 205\,\vec{j})\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Así, la dirección de la velocidad de la avioneta (que es su dirección de desplazamiento) es:

$$\text{tg}\ \theta = \frac{v'}{v_0} = \frac{205\ \cancel{\text{km} \cdot \text{h}^{-1}}}{50\ \cancel{\text{km} \cdot \text{h}^{-1}}} = 4{,}1 \rightarrow \theta = 76^0$$

Es decir, se desplaza en dirección noroeste formando un ángulo de 90° - 76° = 14° con la dirección norte. El módulo de su velocidad es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + v'^2} = \sqrt{50^2 + 205^2}\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = 2{,}1 \cdot 10^2\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

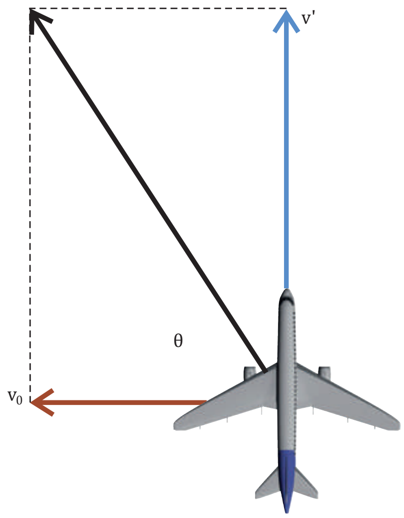


Fig. 27.

Ejemplo 14

La atleta Tia Hellebaut consiguió el récord de salto de altura (2,05 m) en los Juegos Olímpicos de Pekín. Suponiendo que inició el salto bajo un ángulo de 70°, ¿con qué velocidad inicial se elevó del suelo?

COMPRENSIÓN. Se trata de un movimiento parabólico desde el suelo ($y_0 = 0$), del que conocemos la altura máxima.

DATOS. $y_{máx} = 2{,}05$ m; $\alpha = 70°$.

RESOLUCIÓN. Utilizamos la expresión de la altura máxima del movimiento parabólico para hallar la velocidad inicial v_0:

$$y_{máx} = y_0 + \frac{v_0^2\ \text{sen}^2\ \alpha}{2g} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{(y_{máx} - y_0) \cdot 2g}{\text{sen}^2\ \alpha}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{(2{,}05 - 0)\ \text{m} \cdot 2 \cdot 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{sen}^2\ 70º}} = 6{,}7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPROBACIÓN. El valor obtenido equivale a 24 km · h-1, que es un valor de velocidad de salto alcanzable por el ser humano.

8. MOVIMIENTO CIRCULAR

El movimiento de las aspas de un molino o el de una noria son ejemplos de movimiento circular.

> El movimiento circular es aquel movimiento cuya trayectoria es una circunferencia.

El movimiento circular es un movimiento en el plano, por lo que se podría estudiar con las dos coordenadas cartesianas x e y. Pero su estudio es mucho más fácil si se utilizan las coordenadas polares.

Las coordenadas polares de un punto son dos:

- El radio (R) es la distancia al origen de coordenadas.
- El ángulo (φ) es el determinado por el segmento que une el punto con el origen de coordenadas y el semieje X positivo (origen de los ángulos). Su unidad en el SI es el radián (rad).

Si la trayectoria de una partícula es una circunferencia, su coordenada radio no varía, solo varía su ángulo j, lo que simplifica los cálculos.

Veamos algunas de las magnitudes del movimiento circular:

- **Distancia recorrida**: Consideremos una partícula que describe una circunferencia de radio *R*, tal que en el instante t_0 se encuentra en **A**, de coordenadas (*R*, φ). Al cabo de un tiempo Δt se encuentra en **B**, de coordenadas (R, φ). El incremento del ángulo de giro de la partícula es: $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$.

  La distancia o longitud recorrida es el arco de circunferencia Δs de **A** a **B**, que se relaciona con el ángulo descrito medido en radianes mediante la expresión: $\Delta s = R\,\Delta\varphi$

Velocidad angular: El cociente entre el incremento de ángulo girado y el intervalo de tiempo es la **velocidad angular media**: $\omega_m = \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$.

Si calculamos el valor de la velocidad angular media para un incremento de tiempo muy pequeño, obtenemos la **velocidad angular instantánea**: $\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$.

La unidad de ambas en el SI es el radián por segundo ($rad \cdot s^{-1}$).

A partir de la relación entre la longitud del arco de circunferencia y su ángulo, es posible determinar la relación entre la velocidad lineal y la angular: $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{R\,\Delta\phi}{\Delta t} = R\,\omega \rightarrow v = R\,\omega$.

Esta expresión es válida tanto para valores medios como instantáneos.

Como podemos ver en esta figura, los puntos que describen ángulos iguales en un mismo intervalo de tiempo, pero cuyo radio es distinto, tienen la misma velocidad angular y, en cambio, una velocidad lineal distinta.

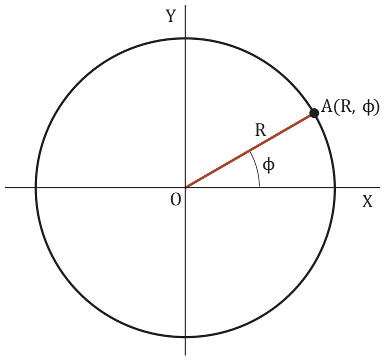


Fig. 28

- **Coordenadas polares de un punto A**
  A partir del semieje X positivo, el sentido positivo de los ángulos es el antihorario (sentido contrario al avance de las agujas de un reloj).

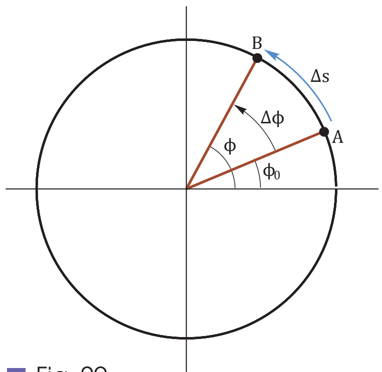


Fig. 29

- **Distancia recorrida sobre la trayectoria**
  Si una partícula recorre toda la circunferencia, la longitud recorrida y el ángulo descrito son respectivamente:
  $\Delta s = 2\varphi\ R$; $\Delta\varphi = 2p$ rad. Por tanto, $\Delta s = R\ \Delta\varphi$.

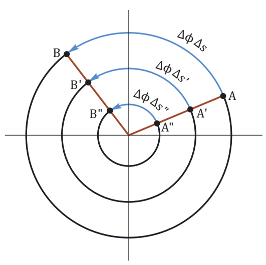


Fig. 30

8.1. Movimiento circular uniforme (MCU)

Consideremos un CD que está girando, de modo que cualquiera de sus puntos describe ángulos iguales en intervalos de tiempo iguales. Entonces, su velocidad angular es constante y se dice que tiene **movimiento uniforme**.

El movimiento circular uniforme es el movimiento cuya trayectoria es circular y su velocidad angular es constante.

De la definición del MCU, cuya velocidad angular es constante e igual a la velocidad angular media, deducimos la **ecuación del movimiento**:

$$\omega = \omega_m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi - \phi_0}{\Delta t} = cte \rightarrow \phi = \phi_0 + \omega\,\Delta t$$

Como consecuencia de su trayectoria circular y velocidad angular constante, el MCU tiene carácter periódico: se repite con regularidad en el tiempo. Por ello, podemos definir las magnitudes período y frecuencia:

El período (T) es el tiempo que tarda un punto de un MCU en describir la circunferencia completa.

La frecuencia (f) de un MCU es el número de vueltas descritas por unidad de tiempo.

La unidad del período en el SI es el segundo (s). Y la unidad de la frecuencia en el SI es el hercio o hertz (Hz); $1\ Hz = 1\ s^{-1}$.

El período y la frecuencia se relacionan con la velocidad angular por: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$

En el MCU, para R constante, el módulo de la velocidad lineal es constante, pero su dirección varía. Por tanto, no hay aceleración tangencial pero sí **aceleración normal** ($\vec{a}_n$) o **centrípeta** dirigida hacia el centro de la circunferencia, que es la responsable del cambio en la dirección de la velocidad.

Para determinar su expresión, consideraremos dos puntos A y B muy próximos entre sí, como se muestra en la figura (de forma que $\Delta t \rightarrow 0$ y la distancia recorrida sobre la trayectoria, que es un arco de circunferencia, coincide con el desplazamiento). Para ellos, se cumple que:

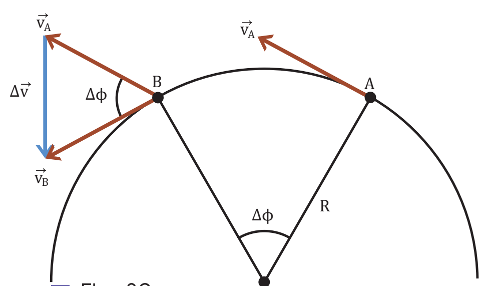


Fig. 32.

$$|\Delta\vec{r}| = R\,\Delta\phi; \quad |\Delta\vec{v}| = v\,\Delta\phi$$

$$\frac{|\Delta\vec{r}|}{R} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{v}$$

Al dividir entre Δt para $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\frac{|\Delta\vec{r}|}{R\,\Delta t} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{v\,\Delta t} \rightarrow \frac{v}{R} = \frac{a_n}{v} \rightarrow$$

$$\rightarrow a_n = \frac{v^2}{R}$$

Un valor de ángulo de 360° equivale a 2π radianes.

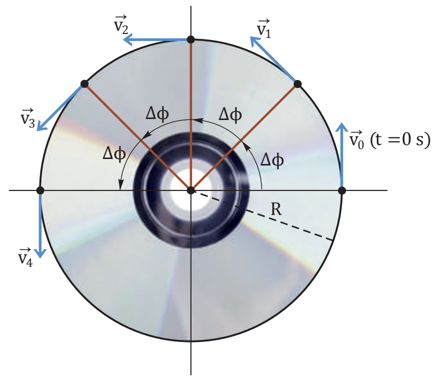


Fig. 31.

- Un punto con MCU, por ejemplo de un CD, recorre ángulos iguales en tiempos iguales.

Y TAMBIÉN: ¿?

El estudio de los diferentes tipos de movimiento que hemos tratado en esta unidad tiene múltiples aplicaciones técnicas; por ejemplo: balística, obtención de gravedad artificial en naves espaciales mediante rotación, análisis de los accidentes de tráfico, etc.

- Cita otras aplicaciones que conozcas.
- Busca información sobre las principales causas de accidentalidad en la carretera y las circunstancias en que se producen los accidentes. Relaciona estas con las campañas institucionales de tránsito y las formas de reducir la siniestralidad.

La aceleración normal tiene la dirección de Δv, por tanto, está dirigida hacia el centro de la circunferencia.

8.2. Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA)

En muchos movimientos circulares, por ejemplo, en una lavadora cuando inicia el centrifugado, la velocidad angular ω no se mantiene constante. Para cuantificar la variación de ω se introduce una nueva magnitud: la aceleración angular.

La aceleración angular es el cociente entre el incremento de la velocidad angular $\Delta\omega$ y el intervalo de tiempo transcurrido Δt.

TIC

Con el siguiente *applet* podrás simular el MCU y el MCUA de un satélite artificial:

Visita:

http://links.edebe.com/7hf3

Y TAMBIÉN ¿?

La velocidad angular también se suele expresar en r. p. m. (revoluciones por minuto, rev · min⁻¹):

$$\frac{1\ \cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \cancel{\text{rev}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{min}}}{60\ \text{s}} = \frac{2\pi}{60}\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y TAMBIÉN ¿?

Las ecuaciones de la velocidad angular y del movimiento para el MCUA son las mismas que las ecuaciones del MRUA cambiando la aceleración lineal *a* por la angular α, la posición *x* por el ángulo j y la velocidad lineal *v* por la angular ω.

De igual forma: $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha\,\Delta\varphi$

Como en el caso de la velocidad angular, podemos definir la **aceleración angular media** (α_m) y la **aceleración angular instantánea** (α):

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}; \qquad \alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Para ambas, la unidad en el SI es el radián por segundo al cuadrado ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$).

Si una partícula describe una trayectoria circular de forma que su velocidad angular tiene la misma variación para intervalos de tiempo iguales, decimos que describe un movimiento circular uniformemente acelerado:

El movimiento circular uniformemente acelerado es el movimiento cuya trayectoria es circular y su aceleración angular es constante.

En el MCUA varían la dirección de la velocidad lineal y también su módulo. Así, como vimos anteriormente, además de la aceleración normal, hay una aceleración tangencial $\vec{a}_t$. Dado que R es constante:

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad v = R\,\omega \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = R\,\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow a_t = R\,\alpha$$

De forma análoga al caso del MRUA, de la definición de la aceleración angular media deducimos la **ecuación de la velocidad angular del MCUA**:

$$\alpha = \alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} \rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha\,\Delta t$$

Y también su **ecuación del movimiento**: $\phi = \phi_0 + \omega_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\,\alpha\,(\Delta t)^2$.

Ejemplo 15

Una lavadora inicia el centrifugado a 50 r. p. m. y en 2,00 min acelera uniformemente hasta 1600 r. p. m., velocidad que mantiene durante 10 min. Halla la aceleración angular del tambor y las vueltas que da durante los 7,00 min siguientes al inicio de la aceleración.

COMPRENSIÓN. El tambor sigue un MCUA en los 2 minutos iniciales y un MCU en los 10 minutos siguientes.

DATOS. $\Delta t\text{MCUA} = 2{,}00\ \text{min} = 120\ \text{s}$; $\Delta t\text{MCU} = 7{,}00 - 2{,}00 = 5{,}00\ \text{min} = 300\ \text{s}$; $\omega = 5{,}2\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $\omega = 167{,}6\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

RESOLUCIÓN. Calculamos la aceleración angular:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{(167{,}6 - 5{,}2)\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}}{120\ \text{s}} = 1{,}35\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

El número de vueltas que da en estos 2 minutos es:

$$\Delta\phi = \phi - \phi_0 = \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 = 5{,}2\ \text{rad} \cdot \cancel{\text{s}^{-1}} \cdot 120\ \cancel{\text{s}} + \frac{1}{2}1{,}35\ \text{rad} \cdot \cancel{\text{s}^{-2}} \cdot (120\ \cancel{\text{s}})^2 = 1{,}034 \cdot 10^4\ \text{rad} = 1646\ \text{vueltas}$$

El número de vueltas en los primeros 5 minutos con MCU es: $\Delta\phi = \phi - \phi_0 = \omega\,\Delta t = 167{,}6\ \text{rad} \cdot \cancel{\text{s}^{-1}} \cdot 300\ \cancel{\text{s}} =$

$$= 5{,}02 \cdot 10^4\ \text{rad} = 7{,}99 \cdot 10^3\ \text{vueltas}$$

Por lo tanto, el número de vueltas en los 7 minutos es:

$$1{,}646 \cdot 10^3 + 7{,}99 \cdot 10^3 = 9{,}64 \cdot 10^3\ \text{vueltas}$$

Problemas resueltos

A Trayectoria, posición y desplazamiento

Se lanza una piedra al mar desde un acantilado. Su ecuación del movimiento es $r(t) = 5t\,i + (40 - 5t^2)j$, en unidades del SI. **Halla**: a. el vector de posición en $t_0 = 0s$ y en $t_1 = 1s$; b. la distancia al origen de coordenadas en t_1; c. el vector desplazamiento entre t_0 y t_1.

—**Determina** y **dibuja** la ecuación de la trayectoria. ¿El vector desplazamiento coincide con la trayectoria? ¿Por qué?

Solución

COMPRENSIÓN. Calcularemos las diferentes magnitudes a partir de los vectores de posición en cada instante de tiempo.

DATOS. $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (40 - 5t^2)\vec{j}$; $t0 = 0s$; $t_1 = 1s$

RESOLUCIÓN.

a. Calculamos el vector de posición en t_0 y en t_1, sustituyendo sus valores en la ecuación del movimiento:

$$\vec{r}(0s) = 40\vec{j}\ \text{m};\quad r(1s) = (5\vec{i} + 35\vec{j})\ \text{m}$$

b. La distancia al origen de coordenadas será igual al módulo del vector de posición para $t_1 = 1$ s:

$$|\vec{r}(1s)| = \sqrt{5^2 + 35^2}\ \ \text{m} = 35{,}4\ \text{m}$$

c. El vector desplazamiento es la diferencia entre los vectores de posición en los instantes $t_0 = 0$ y $t_1 = 1$ s:

$$\Delta\vec{r} = (5\vec{i} + 35\vec{j} - 40\vec{j})\ \text{m} = (5\vec{i} - 5\vec{j})\ \text{m}$$

— Determinamos la trayectoria a partir de las ecuaciones paramétricas del movimiento:

$$x(t) = 5t \rightarrow t = \frac{x}{5}\ \ ;\ y(t) = 40 - 5t2 = 40 - \frac{x^2}{5}$$

La ecuación de la trayectoria es una parábola:

El vector desplazamiento no coincide con la trayectoria porque no es un movimiento rectilíneo.

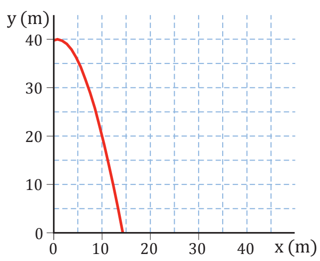


Fig. 33

1. Un móvil describe un movimiento según las ecuaciones: $x(t) = 2t^2$; $y(t) = 3t^2 - 1$, en unidades del SI. **Halla** la ecuación de la trayectoria y el vector de posición en función del tiempo.

2. En una prueba de tiro con arco, la ecuación del movimiento de una flecha es $r = (30t, 40t - 5t^2)$, en unidades del SI. **Halla** la ecuación de la trayectoria y **dibújala** en los primeros 5 segundos.

B La velocidad del barco

Un barco intenta atravesar un río. El vector de posición del barco, en unidades del SI, es $\vec{r}(t) = 4t^2\vec{i} + t\vec{j}$.

Determina:

a. La expresión del vector velocidad instantánea; b. El valor del vector velocidad instantánea para $t = 2$ s y su módulo.

Solución

COMPRENSIÓN. Se trata de un movimiento en el plano. Dado que la posición varía con el tiempo en las dos componentes, también habrá dos componentes en la velocidad.

DATOS. $\vec{r}(t) = 4t2\vec{i} + t\vec{j}$, en unidades del SI.

RESOLUCIÓN.

a. Para calcular la velocidad instantánea, consideramos la posición del barco en un instante de tiempo, t, y otro muy cercano, $t + \Delta t$.

$$\vec{r}(t) = 4t^2\vec{i} + t\vec{j};\quad \vec{r}(t + \Delta t) = 4(t + \Delta t)^2\,\vec{i} + (t + \Delta t)\vec{j}$$

Por tanto, la velocidad media entre estos dos instantes es:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{4(t + \Delta t)^2\vec{i} + (t + \Delta t)\vec{j} - 4t^2\vec{i} - t\vec{j}}{\Delta t} =$$

$$= \frac{\cancel{4t^2\vec{i}} + 8t\,\Delta t\vec{i} + 4(\Delta t)^2\vec{i} + \cancel{t\vec{j}} + \Delta t\,\vec{j} - \cancel{4t^2\vec{i}} - \cancel{t\vec{j}}}{\Delta t} =$$

$$= 8t\vec{i} + 4\,\Delta t\vec{i} + \vec{j}$$

Cuando $\Delta t \rightarrow 0$, obtenemos el vector velocidad instantánea:

$$\vec{v} = (8t\vec{i} + \vec{j})\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b. Si sustituimos el valor de $t = 2$ s, obtenemos:

$$\vec{v}(2s) = (16\vec{i} + \vec{j})\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y el módulo, con dos cifras significativas, es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{16^2 + 1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 16\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. En la clase de educación física, un estudiante corre describiendo una trayectoria rectilínea. Su posición en los instantes en que el reloj marca 20 s, 30 s, 40 s y 50 s es, respectivamente, 50 m, 70 m, 60 m y 10 m. **Calcula** la velocidad media entre los instantes: a. 20 s y 30 s; b. 20 s y 40 s; c. 20 s y 50 s; d. 30 s y 40 s; e. 40 s y 50 s.

4. Un objeto sigue una trayectoria rectilínea a lo largo del eje Y. Su vector de posición, en unidades del SI, es: $r(t) = (3t^2 + 1)j$.

—**Calcula**: a. el vector velocidad instantánea en función del tiempo; b. su valor y su módulo para $t = 2$ s.

C Aceleración de un insecto

El vector velocidad instantánea de un insecto viene dado por la expresión $\vec{v}(t) = (4t - 1)\vec{i} + 2\vec{j}$, en unidades del SI. **Calcula** para $t = 2$s el vector aceleración instantánea y su módulo.

Solución

COMPRENSIÓN. La velocidad tiene dos componentes, una en el eje X (que depende del tiempo) y otra en el eje Y (constante). Ello nos indica que, cuando calculemos la aceleración, esta solo dependerá del eje X.

DATOS. $\vec{v}(t) = (4t - 1)\vec{i} + 2\vec{j}$, en unidades del SI; $t = 2$ s

RESOLUCIÓN. Calculamos la aceleración mediante:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Para ello, consideramos el vector velocidad del insecto en un instante de tiempo, t, y otro muy próximo, $t + \Delta t$:

$$\vec{v}(t) = (4t - 1)\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{v}(t + \Delta t) = [4(t + \Delta t) - 1]\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) =$$

$$= \cancel{4t\vec{i}} + 4\,\Delta t\vec{i} - \cancel{\vec{i}} + \cancel{2\vec{j}} - \cancel{4t\vec{i}} + \cancel{\vec{i}} - \cancel{2\vec{j}} = 4\,\Delta t\vec{i}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{4\Delta t\vec{i}}{\Delta t} = 4\vec{i}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Vemos que no depende del tiempo, y su módulo vale $4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

COMPROBACIÓN. Como habíamos previsto, solo tenemos aceleración en la dirección horizontal (eje X).

5. **Calcula** el vector velocidad y el vector aceleración de la piedra del problema resuelto A.

6. El vector de posición de un móvil viene dado por la ecuación $r = 2ti + (1 - t^2)j$, en unidades del SI. **Calcula**: a. el desplazamiento efectuado entre los 3 s y 6 s; b. el módulo de la velocidad y de la aceleración a los 5 s.

D Componentes intrínsecas de la aceleración

La noche de San Juan lanzamos un cohete, cuya velocidad viene dada por las ecuaciones paramétricas $v_x = 2{,}0$ y $v_y = 2{,}0t^2$, en unidades del SI. Para el instante $t = 1{,}0$ s, **calcula** la componente normal de la aceleración y el radio de curvatura de la trayectoria.

Solución

COMPRENSIÓN. El vector velocidad, $\vec{v}$, siempre es tangente a la trayectoria, y su dirección coincide con la de la aceleración tangencial, $\vec{a}t$. La dirección perpendicular a $\vec{v}$ es la dirección de la aceleración normal $\vec{a}n$.

DATOS. vx = 2,0; vy = 2,0t 2, en unidades del SI; t = 1 s. Incógnitas: an; R

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, **oculta** la columna de la respuesta y **sigue** estos pasos:

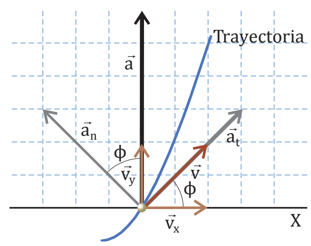


Fig. 34

Pasos

- Calculamos el vector aceleración, del mismo modo que en el ejemplo anterior, y su módulo para $t = 1{,}0$ s.
- Determinamos la expresión de la componente normal de la aceleración como la proyección de a en la dirección perpendicular a la velocidad.
- Hallamos el ángulo, j, a partir del valor del vector velocidad para $t = 1{,}0$ s.
- Calculamos el valor de la componente normal de la aceleración para $t = 1{,}0$ s.
- Calculamos el valor del radio de curvatura para $t = 1{,}0$ s.

Respuestas

— $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{[4{,}0t\,\Delta t + 2{,}0\,(\Delta t)^2]\vec{j}}{\Delta t} = 4{,}0t\,\vec{j}$

$\vec{a}(1\text{ s}) = 4{,}0\vec{j}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $\quad |\vec{a}(1\text{ s})| = 4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

$a_n = |\vec{a}_n| = |\vec{a}| \cos \phi$

— $\vec{v}(1\text{ s}) = 2{,}0\vec{i} + 2{,}0\vec{j}$

$\tan \phi = \frac{v_y(1\text{ s})}{v_x(1\text{ s})} = \frac{2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1 \rightarrow \phi = 45º$

— $a_n(1\text{ s}) = 4{,}0 \cos 45° = 2{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

— $a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{v^2}{a_n};\ R(1\text{ s}) = \frac{8{,}0\ \text{m}^{\cancel{2}} \cdot \cancel{\text{s}^{-2}}}{2{,}8\ \cancel{\text{m}} \cdot \cancel{\text{s}^{-2}}} = 2{,}9\ \text{m}$

E Persecución con MRU

A una patrulla de policía que circula a $100\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ le comunican por radio que están robando en un polígono industrial que está a $100\ \mathrm{m}$ de allí. En ese mismo momento, la patrulla ve salir a dos individuos corriendo a una velocidad de $4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. ¿A qué distancia los alcanza la policía?

Solución

COMPRENSIÓN. Como la velocidad de la policía es mayor que la de los ladrones, la policía acabará alcanzándolos.

DATOS. $vp = 100\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 27{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $d = 100\ \mathrm{m}$; $v_l = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

RESOLUCIÓN. Se trata de dos MRU. Tomamos como origen de coordenadas la posición de los policías y como origen de tiempo el instante en que ven salir a los ladrones.

Intenta resolver el problema individualmente. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos.

Pasos

1. Escribimos la ecuación de la posición para cada uno de los móviles en unidades del SI.
2. Cuando la policía alcanza a los ladrones, coinciden con ellos en posición y tiempo. Por tanto, igualamos las dos ecuaciones para calcular el valor del tiempo.
3. Sustituimos este valor del tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones de la posición para hallar dónde son alcanzados los ladrones.

Respuestas

1. Policia: $x_p = x_{0p} + v_p\,(t - t_0) = 27{,}8\,t$

   Ladrones: $x_l = x_{0l} + v_l\,(t - t_0) = 100 + 4{,}0\,t$
2. $27{,}8\,t = 100 + 4{,}0\,t \rightarrow t = 4{,}20\ \mathrm{s}$
3. $x_p = 27{,}8\,t = 27{,}8\ \mathrm{m \cdot \cancel{s^{-1}}} \cdot 4{,}20\ \cancel{\mathrm{s}} = 117\ \mathrm{m}$

Es decir, que se encuentran a $17\ \mathrm{m}$ del lugar del robo.

COMPROBACIÓN. El valor del instante de tiempo obtenido es positivo, por lo tanto, tiene sentido y los dos móviles pueden encontrarse. Además, si utilizamos la otra ecuación de movimiento, se obtiene el mismo valor de la posición:

$$x_l = 100\ \mathrm{m} + 4{,}0\ \mathrm{m \cdot \cancel{s^{-1}}} \cdot 4{,}20\ \cancel{\mathrm{s}} = 117\ \mathrm{m}$$

7. Un ciclista entra en el tramo de carretera recto de $12\ \mathrm{km}$ que lleva a la meta con una velocidad de $40\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, que mantiene constante. A los $2\ \mathrm{min}$ entra en el tramo otro ciclista, de forma que llegan los dos juntos a la meta. ¿A qué velocidad iba este segundo ciclista?

F Bajar la rampa

Una pelota rueda sobre una superficie horizontal a $2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ a lo largo de $2\ \mathrm{m}$, hasta alcanzar una rampa de $5\ \mathrm{m}$ de longitud por la que desciende en $2\ \mathrm{s}$. **Calcula**: a. la aceleración con la que baja por la rampa; b. la velocidad al final de la rampa; c. el tiempo total empleado.

Solución

COMPRENSIÓN. Se trata de un movimiento en el plano. Dado que la posición varía con el tiempo en las dos componentes, también habrá dos componentes en la velocidad.

DATOS. $r(t) = 4t_2 i + tj$, en unidades del SI.

RESOLUCIÓN.

a. Para calcular la velocidad instantánea, consideramos la posición del barco en un instante de tiempo, t, y otro muy cercano, $t + \Delta t$.

$$\Delta x_2 = v_0\,\Delta t_2 + \frac{1}{2}\,a\,(\Delta t_2)^2; \qquad a = \frac{2(\Delta x_2 - v_0\,\Delta t_2)}{(\Delta t_2)^2}$$

$$a = \frac{2\,(5\ \mathrm{m} - 2\ \mathrm{m} \cdot \cancel{\mathrm{s}^{-1}} \cdot 2\ \cancel{\mathrm{s}})}{(2\ \mathrm{s})^2} = 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

b. Calculamos la velocidad con que la pelota llega al final de la rampa mediante la ecuación correspondiente del MRUA:

$$v = v_0 + a\,\Delta t_2 = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} + 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot 2\ \mathrm{s} = 3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

c. Para determinar el tiempo total, necesitamos calcular el tiempo durante el que la pelota se mueve con MRU:

$$\Delta x_1 = v_0\,\Delta t_1; \qquad \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_0} = \frac{2\ \cancel{\mathrm{m}}}{2\ \cancel{\mathrm{m}} \cdot \mathrm{s}^{-1}} = 1\ \mathrm{s}$$

Así, el tiempo total es la suma de los tiempos empleados en recorrer cada tramo:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 1\ \mathrm{s} + 2\ \mathrm{s} = 3\ \mathrm{s}$$

COMPROBACIÓN. Las unidades de las distintas magnitudes obtenidas son correctas. Debemos ser rigurosos en los cálculos y la expresión de los resultados obtenidos.

$$x_l = 100\ \mathrm{m} + 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 4{,}20\ \mathrm{s} = 117\ \mathrm{m}$$

8. Un avión inicia el aterrizaje. Si al tocar el suelo aplica una aceleración de frenado de $20\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ y necesita $100\ \mathrm{m}$ para detenerse, **calcula**:

   a. ¿Con qué velocidad toca pista?

   b. ¿Qué tiempo necesita para detenerse?
9. Un automóvil recorre $15\ \mathrm{km}$ a $80\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Después, reduce su velocidad durante $5\ \mathrm{km}$ hasta los $50\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ y se para al cabo de $2{,}3\ \mathrm{s}$ de alcanzar esta velocidad. **Calcula** el tiempo total y la distancia total recorrida.

G Lanzamiento de una piedra

Se lanza una piedra horizontalmente desde lo alto de un acantilado a una velocidad de $15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. La piedra cae a tierra a una distancia de $45\ \mathrm{m}$ de la base del acantilado. **Calcula**: a. la altura del acantilado; b. el ángulo que la trayectoria de la piedra forma con la horizontal en el momento de impactar con el suelo.

Solución

COMPRENSIÓN. Se trata de un lanzamiento horizontal, pues solo hay componente horizontal de la velocidad inicial.

DATOS. $v_{0x} = 15\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $v_{0y} = 0$; $x_{máx} = 45\ \mathrm{m}$; $g = 9{,}8\mathrm{m \cdot s^{-2}}$

RESOLUCIÓN. a. Calculamos el tiempo que ha tardado la piedra en llegar al suelo, sabiendo que ha recorrido $45\ \mathrm{m}$ en la dirección X a velocidad constante (MRU):

$$x = v_{0x}\,\Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{45\ \cancel{\mathrm{m}}}{15\ \cancel{\mathrm{m}}\cdot \mathrm{s^{-1}}} = 3{,}0\ \mathrm{s}$$

Durante este intervalo de tiempo, la piedra ha recorrido en la dirección Y una distancia igual a la altura del acantilado. Es un MRUA en que la posición final es en el suelo: $y = 0\ \mathrm{m}$ y la inicial es en lo alto del acantilado: y_0.

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g\,(\Delta t)^2 \rightarrow y_0 = \frac{1}{2} 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot (3{,}0\ \mathrm{s})^2 = 44\ \mathrm{m}$$

b. Para calcular el ángulo que forma la trayectoria de la piedra en el momento del impacto, calculamos las componentes de la velocidad cuando llega a tierra:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= v_{0x} = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \\ v_y &= -g\ \Delta t = -9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot 3{,}0\ \mathrm{s} = -29\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \end{aligned}\right\}$$

$$\mathrm{tg}\ \phi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-29\ \cancel{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}}{15\ \cancel{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}} = -1{,}9;\ \phi = \mathrm{arc\ tg}\ (-1{,}9) = -62^{\circ}$$

COMPROBACIÓN. El valor absoluto del ángulo es mayor de 45° ya que, al tocar el suelo, la componente y de la velocidad es mayor que la componente x.

El signo negativo se debe a que la componente v_y es negativa. Equivale a decir que el ángulo al tocar al suelo es: $360^{\circ} - 62^{\circ} = 298^{\circ}$.

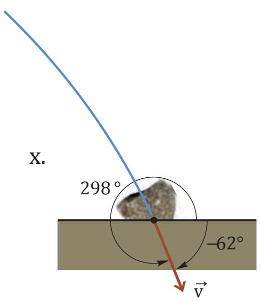


Fig. 35.

10. Desde un acantilado de $100\ \mathrm{m}$ de altura se lanza una piedra a una velocidad de $40\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ que forma un ángulo respecto de la horizontal de 30°. **Calcula**: a. la velocidad con que llegará al mar; b. el alcance máximo.

H Giro de un dvd

Un DVD empieza a girar desde el reposo. En los primeros $4{,}0\ \mathrm{s}$ aumenta su velocidad angular de manera uniforme y da dieciséis vueltas completas. **Calcula** las componentes intrínsecas del vector aceleración de un punto situado a una distancia de $5{,}0\ \mathrm{cm}$ del centro $2{,}0\ \mathrm{s}$ después de iniciarse el movimiento.

Solución

COMPRENSIÓN. Por ser un movimiento circular hay aceleración normal. Y como, además, es un MCUA, también hay aceleración tangencial.

DATOS. $\omega_0 = 0\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$; $\Delta t = 4{,}0\ \mathrm{s}$; $\Delta\varphi = 16$ vueltas $= 32\pi\ \mathrm{rad}$; $R = 5{,}0\ \mathrm{cm} = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$

RESOLUCIÓN. Hallamos: $at = \alpha R$; $an = \dfrac{v^2}{R} = \omega^2{\cdot}R$.

COMPRENSIÓN. En primer lugar, determinamos la aceleración angular del DVD, sabiendo que su velocidad angular inicial es 0 y que da dieciséis vueltas en $4{,}0\ \mathrm{s}$.

$$\phi = \phi_0 + \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \rightarrow \Delta\phi = \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{2\,\Delta\phi}{(\Delta t)^2} = \frac{64\ \pi\ \mathrm{rad}}{16\ \mathrm{s}^2} = 4{,}0\ \pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}$$

Por lo tanto, el módulo de la aceleración tangencial es:

$$at = \alpha R = 4{,}0\ \pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} =$$
$$= 20\pi \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 0{,}63\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Para calcular la aceleración normal, necesitamos primero hallar la velocidad angular para $\Delta t = 2{,}0\ \mathrm{s}$:

$$\omega = \omega_0 + \alpha\ \Delta t = 4{,}0\ \pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}} \cdot 2{,}0\ \mathrm{s} = 8{,}0\ \pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

Y el módulo de la aceleración normal es:

$a_n = \omega^2\ R = (8{,}0\ \pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}})2 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 32\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

11. Cada ciclo del centrifugado de una lavadora dura $4{,}0\ \mathrm{min}$. Durante los primeros $30\ \mathrm{s}$ el tambor acelera hasta llegar a las 800 r. p. m., velocidad que mantiene constante hasta que desacelera en los últimos $30\ \mathrm{s}$ para pararse. **Calcula** el número de vueltas total que ha dado el tambor en los cuatro minutos.

12. Un DVD, cuyo diámetro es de $12\ \mathrm{cm}$, gira a 500 r. p. m. y tarda $3{,}0\ \mathrm{s}$ en pararse. **Calcula**: a. la aceleración angular; b. el número de vueltas completas que da antes de pararse; c. la aceleración normal y tangencial de un punto de la periferia cuando $t = 0$ s.

Ejercicios y problemas

1 Movimiento y sistemas de referencia

1. Si estás en el interior de un autobús, ¿cómo puedes saber si está o no en movimiento?

2. Un pasajero de un auto sostiene un péndulo que hace oscilar. El auto va a velocidad constante en línea recta. ¿Cómo describiría el movimiento del péndulo un observador fuera del auto? ¿Y el pasajero del auto?

3. **Justifica** cuáles de los sistemas de referencia fijos en los siguientes cuerpos son inerciales: a. un ciclista que toma una curva a velocidad constante; b. un avión que circula en línea recta a $300\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$; c. el mismo avión en reposo en el aeropuerto; d. las escaleras automáticas de un centro comercial; e. una atracción de caída libre de un parque temático; f. un transbordador espacial durante su lanzamiento; g. un tiovivo que da vueltas.

4. En una escena de la película Ágora, de A. Amenábar, se suelta un saco lleno de tierra desde lo alto del mástil de un barco. El barco navega en línea recta y a una velocidad constante con respecto al puerto. Razona dónde quedará el saco cuando alcance la cubierta: unos metros delante del mástil o unos metros detrás de él.

5. ¿Se puede diseñar algún experimento físico que permita distinguir si un sistema de referencia inercial está en movimiento o en reposo? **Justifica** tu respuesta.

2 Trayectoria, posición y desplazamiento

6. Una canica se mueve sobre una superficie plana. La expresión del vector posición en función del tiempo es: $r = (2t + 2)i + (4t4 - 3t2)j$, en unidades del SI. **Halla**:

   a. La posición en los instantes $t = 0$ s y $t = 2$ s.

   b. El vector desplazamiento entre estos instantes.

7. Una hormiga que está en la posición $(5, 0)$ se mueve a la posición $(2, 2)$. **Calcula** la diferencia entre el vector de posición final y el inicial.

- ¿Cómo se llama esta diferencia? ¿En qué caso puede coincidir el espacio recorrido con el módulo de la diferencia anteriormente calculada?.

8. Un niño camina por la acera siguiendo un movimiento rectilíneo.

La ecuación del movimiento viene expresada por la ecuación $x = -6 + 2t$, en el SI.

   a. ¿Dónde se encuentra inicialmente?

   b. ¿En qué dirección se mueve y hacia dónde se dirige?

   c. ¿Cuál es la posición del niño a los 5 segundos?

   d. ¿Qué distancia ha recorrido en 5 segundos?

9. Una nadadora intenta cruzar la piscina. Las ecuaciones paramétricas que determinan su trayectoria son $x = 4t + 2$, $y = 3t$, en unidades del SI. **Determina**:

   a. El vector de posición en $t = 0$ s y en $t = 5$ s.

   b. La distancia al origen para $t = 5$ s.

   c. El vector desplazamiento entre los instantes $t = 0$ s y $t = 5$ s, y su módulo.

   d. La ecuación de la trayectoria en unidades del SI. Dibújala de forma aproximada.

10. Respecto a un sistema de referencia, el movimiento de una pelota viene determinado por la ecuación $r = 2ti + (3t^2 + 2)j$, en unidades del SI. **Determina**:

   a. El vector de posición inicial.

   b. La posición en el instante t = 3 s.

   c. La ecuación de la trayectoria.

   d. El vector desplazamiento que corresponde al intervalo de tiempo transcurrido entre el instante inicial y $t = 3$s, así como su módulo. ¿Es esa la distancia recorrida realmente por el objeto?

11. Un excursionista parte de un punto A y recorre hacia el oeste 300 m, después gira hacia el norte y camina 400 m, para finalmente volver al punto de partida por el camino más corto. ¿Cuál ha sido su desplazamiento? ¿Qué distancia ha recorrido?

3 Velocidad

12. Un auto que circula por la autopista recorre 100 km en 60 min a velocidad constante. ¿A qué velocidad iba en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$?

13. Un auto viaja con una velocidad media de $90 \, km \cdot h^{-1}$. **Calcula** su velocidad media en $m \cdot s^{-1}$.

14. Un automóvil hace el recorrido que une las poblaciones de Arriba, Enmedio y Abajo:

- De Arriba a Enmedio, tarda $2 \, h$ a $50 \, km \cdot h^{-1}$.
- De Enmedio a Abajo, tarda $1 \, h$ a $80 \, km \cdot h^{-1}$.

Calcula la velocidad media en el recorrido total.

15. **Explica** mediante ejemplos la diferencia entre *velocidad media* y *velocidad instantánea*.

16. Esta tabla muestra la distancia recorrida en una carrera de caballos por el caballo ganador en diferentes intervalos de tiempo:

t (s)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
s (m)	0,0	3,0	12,0	27,0	45,0	75,0

Tabla 7

Calcula la velocidad media en los intervalos de tiempo: a. de $1 \, s$ a $3 \, s$; b. de $2 \, s$ a $5 \, s$.

17. La siguiente gráfica muestra la posición de un juguete de cuerda en diferentes instantes de tiempo:

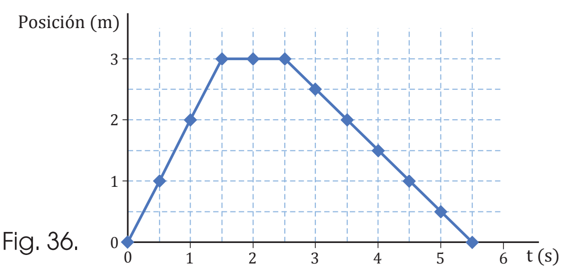


Fig. 36.

— **Calcula** el módulo de la velocidad media y la rapidez media entre los instantes de tiempo: a. $t = 2 \, s$ y $t = 5 \, s$; b. final e inicial del recorrido.

18. Una persona sale de su casa y se dirige a la panadería más cercana, que se encuentra en línea recta a $200 \, m$. Avanza a una velocidad constante de $1{,}4 \, m \cdot s^{-1}$. Permanece en la tienda $2{,}0 \, min$ y regresa a su casa a una velocidad de $1{,}8 \, m \cdot s^{-1}$. **Calcula** su velocidad media, el desplazamiento y la longitud que ha recorrido. **Elabora** una gráfica velocidad tiempo.

19. En grupos de seis, realicen la siguiente experiencia:

a. En el patio, sobre una distancia en línea recta de $50 \, m$, coloquen puestos de control cada $10 \, m$.

b. Uno de ustedes correrá los $50 \, m$, mientras los demás cronometrarán el tiempo de paso por cada control.

c. **Elabora** una tabla de datos y la gráfica x - t.

d. **Calcula** la velocidad media en cada tramo y la velocidad media del total del recorrido.

e. **Redacta** un informe del proceso y las conclusiones.

20. Un auto de juguete se mueve sobre un raíl recto. La ecuación de la trayectoria es $r = (2t - 1)i$, en unidades del SI. **Representa** gráficamente su posición en función del tiempo, y **calcula** su velocidad media y su velocidad instantánea.

21. El vector de posición de una atracción que consiste en someter a las personas a una gran aceleración lineal es $r(t) = 6t^2 i$. **Calcula**: a. el vector velocidad media entre $t = 1 \, s$ y $t = 4 \, s$; b. el vector velocidad instantánea en $t = 1 \, s$.

22. Las ecuaciones paramétricas del movimiento de un peatón con prisa son $x = 2t - 2$, $y = t$, en unidades del SI. **Calcula**: a. el vector posición; b. el vector velocidad media entre $t = 1 \, s$ y $t = 3 \, s$; c. el vector velocidad instantánea en $t = 2 \, s$.

23. Una nave espacial evoluciona según las siguientes ecuaciones: $x(t) = 3t^2 - 1$, $y(t) = t^2$. **Calcula**: a. la ecuación de la trayectoria; b. la velocidad media entre $t_1 = 1 \, s$ y $t_2 = 3 \, s$; c. la velocidad instantánea y su módulo en un instante cualquiera.

4 Aceleración

24. Un tren que se desplaza sobre un tramo rectilíneo de vía aumenta su velocidad de $16 \, m \cdot s^{-1}$ a $28 \, m \cdot s^{-1}$ en 3 segundos. **Halla** el módulo de su aceleración media.

25. Una partícula se mueve a lo largo de una curva, de forma que las componentes cartesianas de la velocidad son $vx = t^2$, $vy = t^2 - 4t$, en unidades del SI. **Halla** la aceleración en función del tiempo y **calcula** su módulo en $t = 1{,}0 \, s$.

26. ¿Por qué en un movimiento rectilíneo la aceleración tangencial coincide con la aceleración instantánea?

27. Una canica se mueve en un plano con aceleración constante. ¿Puede variar la dirección de su velocidad?

28. Una motocicleta sigue una trayectoria rectilínea. La gráfica muestra la variación del módulo de la velocidad en función del tiempo. **Calcula** el módulo de la aceleración media entre estos instantes de tiempo: a. $t = 0 \, s$ y $t = 2 \, s$; b. $t = 4 \, s$ y $t = 8 \, s$.

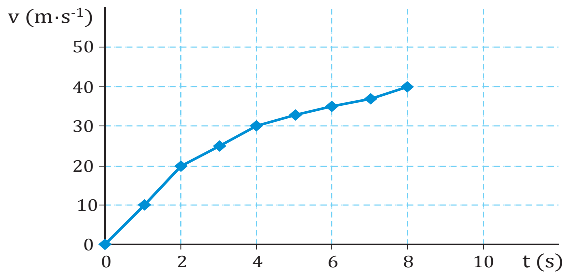


Fig. 37.

29. ¿Es posible que en un cierto instante un móvil tenga velocidad nula, pero aceleración diferente de cero? Si tu respuesta es negativa, razónalo. Si tu respuesta es afirmativa, pon un ejemplo.

30. En un partido de tenis, la pelota que devuelve uno de los jugadores se mueve de modo que el vector posición depende del tiempo, según $\vec{r} = (4 - t)\vec{i} + (t^2 + 2t)\vec{j}$. **Calcula** la aceleración para $t = 1$ s.

31. **Dada** la trayectoria $s = 15t^3$, ¿es constante la aceleración?

32. La ecuación del movimiento de un búfalo viene dada por $r = 5t\vec{i} + 10t\vec{j}$. Razona si se trata de un movimiento con velocidad constante, o bien es uniformemente acelerado. ¿Es rectilíneo? ¿Por qué?

33. Una bola de billar cae por una rampa que acaba en un *looping* de radio 2,0 m. **Calcula** el módulo de la aceleración total en un punto del looping en el que lleva una velocidad constante de $12{,}0\ m \cdot s^{-1}$.

34. Un ciclista describe una curva de 30 m de radio a velocidad constante de $15\ m \cdot s^{-1}$. **Halla** su aceleración.

35. Un tren que parte del reposo va por una vía circular de radio 300 m. Se desplaza con movimiento circular uniformemente acelerado hasta que a los 23 s de iniciada su marcha alcanza una velocidad de $36\ km \cdot h^{-1}$, que mantiene constante a partir de ese momento. **Calcula** su aceleración tangencial y normal en: a. $t = 23$ s; b. $t = 30$ s.

36. Una partícula se mueve a lo largo de una circunferencia de 30 m de radio, y la longitud que recorre sobre ella viene dada por $s = 10t^3 + 5$, en unidades del SI. **Calcula** su aceleración centrípeta en el instante $t = 2$ s.

37. La ecuación del movimiento de un nuevo prototipo de avión durante unas pruebas es $\vec{r} = 5t\vec{i} + 50t^2\vec{j}$. ¿Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es decir, un movimiento en línea recta con una aceleración de módulo constante? Demuéstralo.

5 Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

38. **Calcula** la distancia que hay de nuestro planeta al Sol, sabiendo que la luz del Sol tarda 8,0 min en llegar y que la velocidad de la luz es de $3{,}0 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$.

39. Se ha producido un relámpago a 5,25 km de un observador. Si la velocidad del sonido es de $340\ m \cdot s^{-1}$ y la de la luz es de $300\,000\ km \cdot s^{-1}$, ¿con qué diferencia de tiempo percibe el observador la luz y el trueno?

40. De los dos movimientos representados en la gráfica, ¿cuál de ellos tiene mayor velocidad? ¿Por qué?

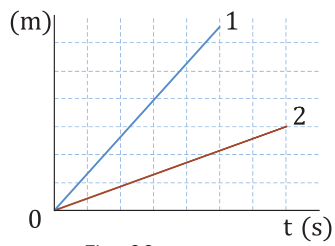


Fig. 38.

41. Un ciclista circula por una carretera en línea recta con una velocidad media de $1100\ cm \cdot s^{-1}$ durante 8,0 s, y luego con una velocidad media de $450\ cm \cdot s^{-1}$ durante 7,0 s en el mismo sentido. **Determina**:

a. el desplazamiento total;

b. la velocidad media del viaje completo.

42. Un vehículo se incorpora a una carretera a una velocidad de $90\ km \cdot h^{-1}$, que mantiene durante 7,0 min hasta que ve una señal de limitación de $80\ km \cdot h^{-1}$. Entonces, reduce inmediatamente su velocidad al valor indicado y la mantiene hasta su destino, situado a 15 km del punto en que se incorporó a la carretera. **Calcula** cuánto ha tardado en recorrer los 15 km en línea recta.

43. En una etapa de 200 km de una vuelta ciclista se han registrado, en un punto que dista 50 km del inicio, las velocidades de los dos primeros clasificados. El segundo pasó a una velocidad constante de $50\ km \cdot h^{-1}$ y 2,0 min después pasó el que finalmente sería el primer clasificado, a

una velocidad constante de $55\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. **Halla**:
a. con qué diferencia de tiempo llegan a la meta.
b. Qué distancia les separa cuando el primer clasificado cruza la meta.

44. **Observa** la siguiente gráfica del movimiento de un tren y **calcula** la velocidad en cada tramo:

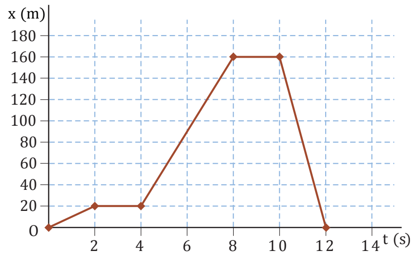


Fig. 39.

45. Una mujer sale a dar su paseo diario, cuya gráfica x - t se muestra a continuación. **Calcula** la velocidad en cada tramo.

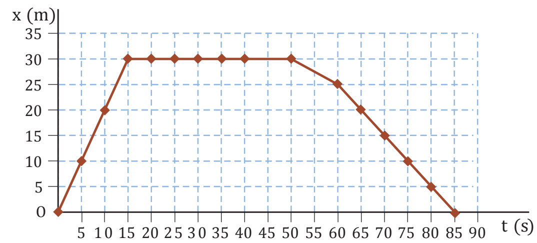


Fig. 40.

46. Un alumno que se dirige al colegio sale de casa y recorre en línea recta $100\ \mathrm{m}$ en $4{,}0\ \mathrm{min}$. Después gira a la derecha y recorre en línea recta $200\ \mathrm{m}$ en $8{,}0\ \mathrm{min}$. Luego acorta camino girando a la izquierda para recorrer $50\ \mathrm{m}$ en línea recta en $1{,}0\ \mathrm{min}$. **Calcula** las diferentes velocidades de cada tramo y representa gráficamente x - t.

6 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

47. Un avión despega a una velocidad de $360\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Sabiendo que ha partido del reposo y ha acelerado a razón de $10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, **calcula**:
a. el tiempo que ha empleado;
b. la distancia recorrida antes de ascender.

48. Una motorista que circula a $180\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ frena con una aceleración constante de $2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. **Halla**: a. el tiempo que tarda en detenerse; b. la distancia recorrida hasta pararse.

49. **Representa** la gráfica v - t de una persona cuya velocidad de paseo aumenta, a partir del reposo, a razón de $0{,}25\ \mathrm{m}$ por segundo cada segundo durante $5\ \mathrm{min}$.

50. Desde lo alto de un árbol de $3{,}0\ \mathrm{m}$ de altura dejamos caer una manzana. **Determina** la velocidad con la que llega al suelo y el tiempo que tarda.

51. Un guepardo intenta cazar a su presa. Cuando este corre a $50\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ con una aceleración de $3{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, la presa, que está a $100\ \mathrm{m}$, empieza a correr con una aceleración de $2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. ¿A qué distancia el guepardo caza a su presa? ¿Qué velocidad llevan en ese momento cada uno de ellos?

52. Una conductora que circula a $80\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ decide adelantar a un auto y lo hace con una aceleración de $4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Durante el adelantamiento, recorre $150\ \mathrm{m}$. **Calcula**:
a. El tiempo que dura el adelantamiento;
b. La velocidad de la conductora después de adelantar.

53. En una carrera de galgos, uno de ellos recorre la primera vuelta a una velocidad constante de $60\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Justo cuando pasa por la línea de meta ve, a $2{,}0\ \mathrm{km}$ delante de él, una liebre que va a una velocidad constante de $80\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. En este preciso instante, el galgo acelera a $2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. ¿Conseguirá el galgo atrapar a la liebre en un tramo recto de $5{,}0\ \mathrm{km}$? En caso afirmativo, ¿a qué distancia con respecto a la meta la alcanzará?

54. Un tren sale de la estación a $20\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ y acelera a $4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ durante $5{,}0\ \mathrm{s}$. A continuación, mantiene la velocidad durante $10{,}0\ \mathrm{s}$. Finalmente, frena con una aceleración constante y se para en $2{,}0\ \mathrm{s}$. **Dibuja** el gráfico v - t.

55. Un corredor aficionado se inscribe en una carrera en su lugar de residencia. Sus marcas registradas son:

x(km)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	3,5	4,0
t (s)	0	122	237	361	480	718	843	959

Tabla 8.

Representa las gráficas x-t y v-t.

56. Un camión que circula a $100\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ encuentra una pendiente del 7 %. A partir de allí, las señales de tráfico le indican a qué velocidad puede ir. A $2{,}0\ \mathrm{km}$ de iniciar la pendiente debe haber reducido la velocidad un 30 %. Después, durante $3{,}0\ \mathrm{km}$ debe variar uniformemente su velocidad hasta el valor $50\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. A continuación, debe aumentar su velocidad durante $5{,}0\ \mathrm{km}$ hasta los $100\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. **Calcula** la aceleración en cada tramo y representa la gráfica v-t.

57. A partir de la siguiente gráfica v-t calcula el espacio total recorrido:

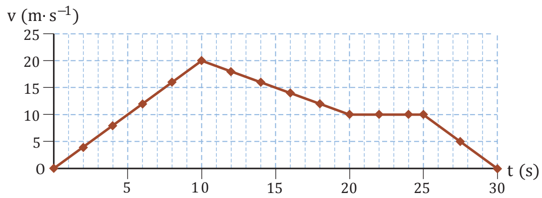


Fig. 41.

58. Se deja caer una bola de plastilina desde lo alto de un rascacielos. **Calcula**:

a. La distancia recorrida en $3{,}0$ s.
b. La velocidad una vez recorridos 150 m.
c. El tiempo necesario para alcanzar una velocidad de $25\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
d. El tiempo necesario para recorrer 300 m desde que cae.

59. Desde un puente lanzamos una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad de $8{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Si la piedra tarda $3{,}0$ s en llegar al agua, **determina**:

a. La velocidad con que llega al agua;
b. La altura del puente.

60. Lanzamos hacia arriba, desde una altura de $0{,}50$ m, una moneda al aire con una velocidad de $2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿A qué velocidad toca el suelo? ¿Qué altura llega a alcanzar la moneda?

61. Un niño deja caer una piedra desde lo alto de un árbol a $4{,}0$ m del suelo. Simultáneamente, otro niño lanza una piedra desde el suelo hacia arriba con una velocidad de $6{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿A qué distancia del suelo coinciden las dos piedras en sus respectivas trayectorias?

62. Desde un balcón situado a 15 m de altura se dejan caer unas llaves. A la vez, la persona que las va a recibir lanza hacia arriba a $12\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ un monedero. **Calcula** en qué momento se encuentran los dos objetos.

63. A una niña se le cae una pelota desde el quinto piso, a 15 m del suelo. El vecino del tercero, a $9{,}0$ m del suelo, la ve pasar. **Calcula**:

a. El tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo.
b. Su velocidad al pasar por el tercer piso.

64. Un cazador y su perro emprenden el camino a un refugio situado a $9{,}0$ km de distancia. El cazador avanza a $4{,}0\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ y el perro a $8{,}0\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. El perro llega antes al refugio y da la vuelta para regresar hacia su amo. ¿Dónde se encuentran por primera vez? A continuación, el perro repite constantemente el viaje de ir al refugio y volver a buscar al amo, hasta que por fin ambos llegan al refugio. **Calcula** la distancia total recorrida por el perro.

65. Carmen deja caer una moneda a un pozo y escucha el sonido del agua $2{,}5$ s después de iniciarse la caída. **Halla**:
a. la profundidad del pozo.
b. la velocidad con que llega la moneda al agua. (Dato: $v_{sonido} = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

66. Una grúa eleva una carga a una velocidad constante de $10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Cuando la carga está a $5{,}0$ m sobre el suelo, se rompe el cable y esta queda libre. **Halla**:
a. La altura hasta la que sigue subiendo la carga.
b. El tiempo que tarda en llegar al suelo desde que se rompe el cable.

7 Composición de movimientos

67. Un auto que circula a $60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ adelanta a otro que va a $45\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. ¿Cuál es la velocidad del primero respecto del segundo?

68. En una carrera, un ciclista recorre un tramo de bajada donde el viento le viene de frente a $19\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. Si la velocidad de pedaleo del ciclista es de $60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, ¿qué distancia recorre en 1150 s?

69. **Escribe** las ecuaciones del movimiento y la velocidad de un hombre bala que es disparado con un ángulo de $30°$ y una velocidad inicial de $6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, si la boca del cañón se encuentra a 50 cm de altura.

70. Una persona tarda 90 s en subir por una escalera mecánica parada por avería. Cuando la escalera funciona, tarda 60 s en hacer su recorrido. **Calcula** cuánto tardaría la persona en subir caminando por la escalera en marcha.

71. Un pasajero corre a $4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ por unas escaleras mecánicas que se mueven a $3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿A qué velocidad lo ve moverse otro pasajero parado en otras escaleras que se mueven a la misma velocidad pero en sentido opuesto?

72. Un oso intenta cruzar un río de $300\ \mathrm{m}$ de ancho a una velocidad de $3{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ perpendicular a la corriente del río, que es de $2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. **Calcula**:
   a. La velocidad del oso con respecto a un sistema de referencia fijo en la orilla.
   b. El tiempo que tarda en atravesar el río.
   c. La distancia recorrida por el oso con respecto a un sistema de referencia fijo en la orilla.

73. El trampolín de esquí de Bergisel, en Innsbruck, tiene una longitud aproximada de $91\ \mathrm{m}$ y una pendiente de $35°$. Un saltador adquiere una velocidad de salida del trampolín de $33\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, con solo componente horizontal no nula. Para tener un alcance máximo de $50\ \mathrm{m}$, ¿a qué altura del suelo debe encontrarse la cima del trampolín? ¿Con qué velocidad se aterriza?

74. Un esquiador de la modalidad de salto desciende por una rampa, que supondremos un plano inclinado que forma $13°$ con la horizontal y de $50\ \mathrm{m}$ de longitud, en un tiempo de $6{,}7\ \mathrm{s}$. El extremo inferior de la rampa se encuentra a $14\ \mathrm{m}$ sobre el suelo horizontal. Suponiendo que parte del reposo, **calcula**:
   a. La velocidad que tendrá al abandonar la rampa.
   b. La distancia horizontal que recorrerá en el aire antes de llegar al suelo.

75. Se dispara un proyectil con una velocidad de $300\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ y una inclinación de $60°$ con respecto a la horizontal. **Halla**:
   a. La velocidad del proyectil en el punto más alto de su trayectoria;
   b. El ángulo entre la velocidad y la aceleración $6{,}0\ \mathrm{s}$ tras el lanzamiento;
   c. El módulo de la velocidad cuando está a $400\ \mathrm{m}$ de altura.

76. Una pelota de béisbol se lanza desde la tercera base a la primera base, que se encuentran a una distancia de $38{,}7\ \mathrm{m}$, y se recibe al cabo de $2{,}0\ \mathrm{s}$ a la misma altura a la que fue lanzada. **Calcula**:
   a. La velocidad y el ángulo con los que salió lanzada la pelota;
   b. La altura a la que llegó en el punto más alto de su trayectoria, medida con respecto al punto de lanzamiento.

77. Se lanza una piedra desde un acantilado con un ángulo de $37°$ respecto a la horizontal. El acantilado tiene una altura de $30{,}5\ \mathrm{m}$ sobre el nivel del mar y la piedra alcanza el agua a 61 m medidos horizontalmente desde el acantilado. **Halla**:
   a. El tiempo que tarda la piedra en caer al mar.
   b. La altura máxima alcanzada.

78. Dos carreteras, situadas en planos horizontales, se cruzan formando un ángulo de $90°$ por medio de un puente, cuya altura (distancia vertical entre carreteras) es de $11\ \mathrm{m}$. Por la carretera superior circula un vehículo a $4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ y por la inferior, otro a $3{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Cuando el primero se encuentra en el centro del puente, el otro está situado justo debajo de él. **Calcula**:
   a. La distancia entre los dos vehículos a los $12\ \mathrm{s}$ de haberse separado.
   b. La velocidad relativa a los $12\ \mathrm{s}$ de haberse cruzado;
   c. El valor de la aceleración relativa en este instante.

8 Movimiento circular

79. Un yoyó tarda $3\ \mathrm{s}$ en bajar. Si parte del reposo y da tres vueltas por segundo, **calcula**:
   a. Su velocidad angular;
   b. El número de vueltas que da mientras baja.

80. La acción de un freno es capaz de detener un automóvil cuyas ruedas giran a 300 r. p. m. en $10\ \mathrm{s}$. **Halla** la aceleración angular de las ruedas.

81. Un auto entra en una curva de radio $250\ \mathrm{m}$ a una velocidad de $60\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. **Calcula**:
   a. La velocidad angular.
   b. La aceleración normal.

82. La Estación Espacial Internacional (ISS) se encontraba en junio de 2012 a $400\ \mathrm{km}$ de la superficie terrestre, dando una vuelta en su órbita cada $91\ \mathrm{min}$. **Calcula**: a. Las vueltas que daba en un día; b. La velocidad lineal a la que orbitaba. (Dato: $R_T = 6{,}37 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$)

83. Una rueda que gira a 300 r. p. m. comienza a frenar con una aceleración constante de $2{,}0\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}$. **Determina**:
   a. El tiempo que tarda en pararse;
   b. Las vueltas que da hasta detenerse;
   c. La distancia lineal recorrida por un punto que dista $20\ \mathrm{cm}$ del centro de la rueda.

84. Un disco de $15\ \mathrm{cm}$ de radio, inicialmente en reposo, acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de $5\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ en $1\ \mathrm{min}$. **Calcula**:
   a. La aceleración angular.
   b. La velocidad lineal de un punto de la periferia a los $25\ \mathrm{s}$ de iniciarse el movimiento.
   c. La aceleración tangencial.

85. El radio terrestre es de $6{,}37 \cdot 10^3$ km. **Calcula** la velocidad a la que se está moviendo una persona parada en el ecuador con respecto de un observador situado en el espacio (no se tiene en cuenta la traslación). ¿Cuál es su velocidad angular y su aceleración centrípeta?

86. Un CD describe una circunferencia de $6{,}0$ cm de radio, aumentando su velocidad de una forma constante. Partiendo del reposo, en un tiempo de $5{,}0$ s su borde exterior ha alcanzado una velocidad de $1{,}3\ m \cdot s^{-1}$. **Determina** el vector aceleración total.

9 Algo más

87. Un móvil se mueve sobre el eje OX de tal manera que su posición viene dada por $x = a + bt + ct^2$, donde $a = 2{,}25$ m, $b = 4{,}0\ m \cdot s{-}1$ y $c = -1{,}0\ m \cdot s^{-2}$.
   a. ¿En qué instante está parado?
   b. ¿Cuándo pasa por el origen?
   c. ¿Cuál es el alejamiento máximo del origen en el sentido positivo?

88. Hay distintos aspectos que debemos tener presentes para poder evitar los accidentes de circulación. Define qué entiendes por: distancia de parada, distancia de reacción y distancia de frenado.

— **Consulta** en Internet el significado de estos mismos conceptos y responde:
   a. ¿Cómo relacionas esta información con lo que tú conocías?
   b. **Expresa** situaciones en las que estos conceptos son importantes y cómo están relacionados entre sí.
   c. ¿Qué no te ha quedado claro? ¿Qué te preguntas a partir de ahora?

— **Consulta** también los valores máximos de velocidad permitida para los autos en las distintas vías de circulación. ¿Son velocidades medias o instantáneas? ¿Por qué se imponen?

89. En un laboratorio, se estudia el movimiento de una partícula subatómica, que viene determinado por la ecuación $x(t) = 2t^3 - t + 4$, en unidades del SI. Con la ayuda de una hoja de cálculo, estudia la trayectoria de esta partícula, así como su velocidad y su aceleración. Para ello, **utiliza** valores de Δt cada vez menores.

90. El vector posición que describe el movimiento de un pez bajo el agua viene dado por $r = 2t^2\,\vec{i} - (t - 4)\vec{j}$, en unidades del SI. **Calcula**:
   a. La velocidad media entre los 2 s y los 4 s.
   b. La velocidad instantánea.
   c. La aceleración a los tres segundos.
   d. El módulo de la aceleración tangencial.

91. Romeo se halla en la orilla de un río y justo enfrente, en la otra orilla, hay una torre en la que se encuentra Julieta asomada a una ventana. Romeo intenta cruzar el río en piragua perpendicularmente con una velocidad de $3{,}0\ km \cdot h^{-1}$, pero alcanza la otra orilla a 600 m de la torre. Mientras él está remando, desde el alféizar de la ventana, a una altura de $2{,}0$ m, Julieta deja rodar una medalla para su amado. La medalla cae de modo que a los $0{,}50$ s está separada $0{,}20$ m de la fachada de la torre. **Calcula**:
   a. La velocidad de la corriente del río si este tiene una anchura de 200 m.
   b. La velocidad de la medalla al caer del alféizar.
   c. La distancia de la medalla cuando llega al suelo con respecto de la base de la torre.
   d. La altura de la medalla a los $0{,}50$ s de iniciar su caída.

92. En pequeños grupos observen la experiencia que se muestra en: http://goo.gl/7NnWMF
   a. Diseñen una experiencia de laboratorio similar, en aplicación del método científico, que ponga de manifiesto que el tiempo de caída de un objeto es el mismo en el tiro horizontal que en la caída libre.
   b. Llévenla a la práctica de forma autónoma.
   c. Pongan por escrito las conclusiones relacionando el resultado con el principio de superposición.

93. **Entra** en http://goo.gl/PB69aM y prueba a cambiar entre coordenadas polares y cartesianas. Reflexiona:
   a. ¿Qué ventajas ves al usar coordenadas polares?
   b. En el estudio de un movimiento en el plano, ¿son siempre más útiles las coordenadas polares?
   c. ¿Y si es un movimiento en una dimensión?

   — **Organicen** un coloquio en clase sobre la conveniencia de utilizar unas coordenadas u otras a partir de ejemplos concretos.

REPRESENTACIÓN DE LA TRAYECTORIA EN EL MOVIMIENTO PARABÓLICO

Un móvil lanzado con una cierta velocidad inicial no vertical y sobre el que sólo actúa la fuerza de la gravedad describe un

$$x = v_0\, t$$
$$y = \frac{1}{2} g\, t^2$$

movimiento parabólico. Si, además, la velocidad inicial tiene solo componente horizontal, hablamos de lanzamiento horizontal.

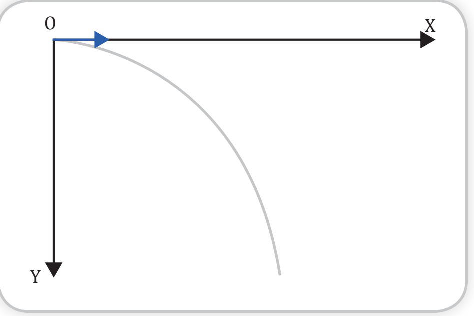


Fig. 42.

Las ecuaciones del lanzamiento horizontal son:

$$\frac{y}{x^2} = \frac{g}{2\, v_0^2} = \text{constante}$$

Objetivo de la práctica

Comprobaremos que un objeto que se pone en movimiento mediante un lanzamiento horizontal describe una trayectoria parabólica.

Para hacerlo interceptaremos el móvil en diferentes puntos de su trayectoria y representaremos las gráficas y-x e y-x^2.

A partir de la representación gráfica calcularemos la velocidad inicial del lanzamiento horizontal.

MATERIALES:

- un carril metálico doblado en ángulo de 165° o dos carriles unidos
- una bola
- papel carbón
- soporte de hierro provisto de nuez y pinza
- plataforma graduable en altura
- cinta métrica

http://goo.gl/gmt62p

http://goo.gl/gmt62p

http://goo.gl/juJv5s

PROCESOS:

- **Fija** el carril a la pinza del soporte, el cual tendrás que colocar sobre la mesa de trabajo. **Ajusta** la altura de la pinza de manera que un tramo del carril esté inclinado unos 15° y el otro se apoye horizontalmente sobre la mesa y sobresalga unos milímetros.
- **Coloca** la plataforma y el soporte para graduar su altura bajo la mesa de trabajo, junto al extremo por el que saldrá la bola. **Marca** en la plataforma el origen del eje X. Una vez lo hayas hecho, ni la mesa ni la plataforma se deberán desplazar horizontalmente en toda la experiencia.
- **Sitúa** la plataforma a la altura más baja posible.

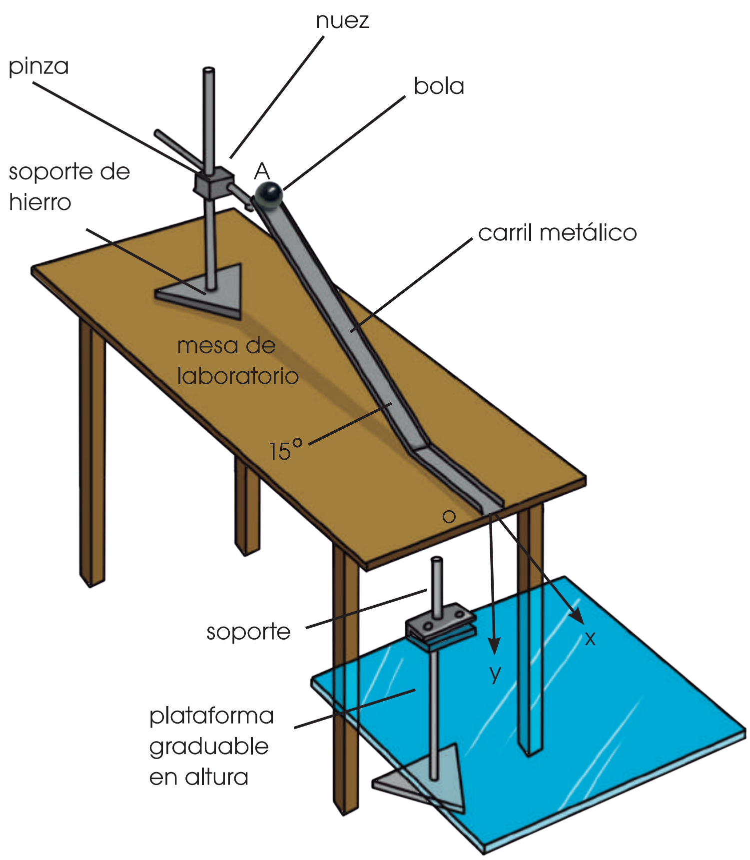


Fig. 43.

- **Efectúa** un lanzamiento de prueba desde el extremo superior del carril para comprobar que la bola cae encima.
- **Adhiere** a la plataforma una hoja en blanco y, encima de ella, otra de papel carbón.
- **Repite** el lanzamiento.
- **Mide** las coordenadas x e y del punto de impacto y anótalas en la tabla 1.

CUESTIONES:

Ten en cuenta que todos los lanzamientos los tienes que hacer desde el extremo superior del carril (punto A) y soltando la bola sin empujarla.

- Sube la plataforma unos centímetros y repite el paso anterior para obtener un nuevo punto de impacto. **Anótalo** en la tabla 1.
- Has de obtener diferentes puntos de impacto desplazando la plataforma hacia arriba. En total has de tener unos 15 puntos anotados en la tabla 1.

Nota: Si no dispones de plataforma puedes ir colocando sucesivamente cajas o cajones iguales superpuestos.

SENTIDO CRÍTICO

El movimiento de la Tierra: una composición de movimientos

¿Sabrías decir cuántos y cuáles son los movimientos principales de la Tierra? La mayoría de los movimientos que conocemos no son puros: resultan de la composición de varios tipos de movimientos simples que dan lugar a otros que pueden ser muy complejos.

Este es el caso de la Tierra. En una primera aproximación se puede decir, con bastante precisión, que su movimiento consiste en la composición de dos: la traslación alrededor del Sol (en una trayectoria elíptica en uno de cuyos focos se encuentra el Sol) y la rotación sobre sí misma. Sin embargo, el movimiento real es más complejo: hay que tener en cuenta algunos movimientos más que se superponen con los anteriores.

Para comprenderlo mejor, visiona el siguiente video, en el que se observa cómo baila una peonza: http://links.edebe.com/q8c8

La figura muestra de forma esquemática los movimientos que realiza esta.

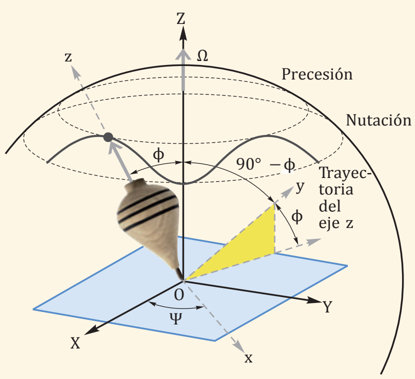


Fig. 44.

Pues bien, la Tierra está animada de estos mismos movimientos y de alguno más.

La **precesión** es el cambio, lento y gradual, en la orientación del eje de rotación de la Tierra. Se denomina precesión de los equinoccios. La inclinación del eje terrestre varía de 23° a 27°, ya que depende (entre otras causas) de los terremotos, que pueden modificarla.

Debido a lo anterior, la duración de una vuelta completa de precesión nunca es exacta. Se ha estimado que se encuentra entre 25 700 y 25 900 años.

La precesión se complica añadiendo un cuarto movimiento: la nutación. Consiste en la oscilación periódica del polo de la Tierra alrededor de su posición media en la esfera celeste. Esta oscilación es similar a la observada en una peonza cuando pierde fuerza y está a punto de caerse. La Tierra se desplaza unos nueve segundos de arco cada 18,6 años: en una vuelta completa de precesión, la Tierra realiza 1385 bucles.

Finalmente, el quinto movimiento: el bamboleo de Chandler. Se trata de una pequeña oscilación del eje de rotación de la Tierra que añade 0,7 segundos de arco en un período de 433 días a la precesión de los equinoccios. Fue descubierto por el astrónomo norteamericano Seth Carlo Chandler en 1891.

— Investiga el origen físico de cada uno de los movimientos de los que se compone el movimiento de la Tierra: traslación, rotación, precesión, nutación... Elabora un pequeño informe.

NOTICIAS

Movimiento parabólico para confinar neutrones en una botella

Grupos de investigación y grandes instalaciones científicas dedican parte de sus recursos humanos, materiales y económicos al estudio de las propiedades fundamentales de las partículas, por ejemplo, de los neutrones. Una propiedad muy importante de los neutrones es su vida media. Lo es, por muchas razones: de producción, para aplicaciones científicas y médicas, por ejemplo, de contaminación, etc. Y una de las técnicas más utilizadas para su estudio es el confinamiento de neutrones en una botella: sí, sí, en una botella.

Los neutrones ultrafríos (Ultra Cold Neutrons, UCN), con longitudes de onda de aproximadamente 1000 Å, poseen propiedades únicas. Entre otras, son reflejados en las superficies de prácticamente cualquier tipo de material, casi independientemente del ángulo de incidencia.

Esto hace que sea posible confinarlos, almacenarlos en «botellas de neutrones » (trampas), para poder observar algunas de sus propiedades físicas.

Para ello se producen, se preparan (se «ultraenfrían» para que tengan poca energía cinética), se lanzan a lo largo de una guía de neutrones y, por fin, se confinan en la botella.

El lanzamiento se hace mediante un movimiento parabólico: salen de la fase de preparación con una velocidad constante y con un cierto ángulo respecto a la horizontal, sufriendo la «gravedad» a pesar de su pequeña masa.

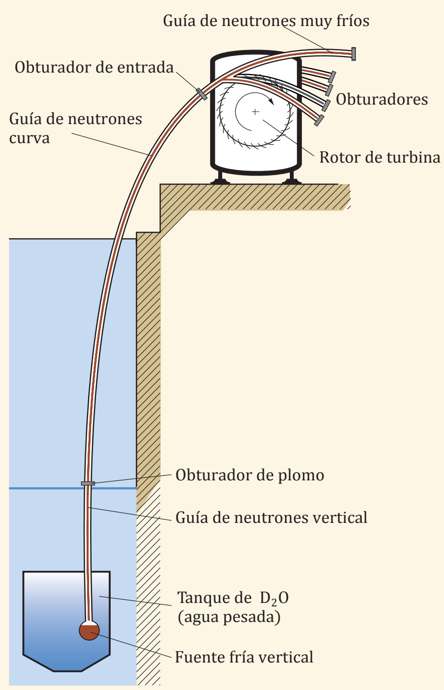


Fig. 45.

Esquema del dispositivo utilizado en el ILL (Institute Laue-Langevin, Grenoble, Francia, http://www.ill.eu/) para el confinamiento de neutrones.

Movimiento en una y dos dimensiones

MRU

- Trayectoria recta
- $v = cte;\ a = 0$
- $x = x_0 + v\,(t - t_0)$

MRUA

- Trayectoria recta
- $\vec{a} = cte$
- $v = v_0 + a\,(t - t_0)$
- $x = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2$

Movimiento vertical: $a = -g = -9{,}8\ m \cdot s^{-2}$

- Caída libre, $v_0 = 0$
- Lanzamiento vertical hacia abajo, $v_0 < 0$
- Lanzamiento vertical hacia arriba, $v_0 > 0$

Composición de movimientos

- Para su estudio aplicamos el **principio de superposición de movimientos**
- De la misma dirección → Obtendremos un movimiento de la misma dirección
- Perpendiculares
  - Dos MRU → MRU
  - MRU + MRUA → Movimiento parabólico
    - Trayectoria: parábola
    - $x = v_0 \cos \alpha t$
    - $y = y_0 + v_0 \operatorname{sen} \alpha t - \frac{1}{2}\,gt^2$
    - $v_x = v_0 \cos \alpha$
    - $v_y = v_0 \operatorname{sen} \alpha - gt$

Movimiento circular

MCU

- Trayectoria: circunferencia
- $\omega = cte;\ \alpha = 0$
- $a_t = 0,\ a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
- $\varphi = \varphi_0 + \omega \Delta t$

MCUA

- Trayectoria: circunferencia
- $\alpha = cte$
- $a_t = 0,\ a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
- $\omega = \omega_0 + \alpha\,\Delta t$
- $\varphi = \varphi_0 + \varphi_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\,\alpha\,(\Delta t)^2$

Para finalizar

1. **Indica** si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando tu respuesta:
   a. La descripción del movimiento no depende del sistema de referencia utilizado.
   b. Un referencial inercial está en reposo o bien se mueve en línea recta y a velocidad constante con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial.
   c. Un sistema de referencia no inercial es aquel en el que no se cumple la ley de inercia.
   d. El movimiento de un móvil es descrito igual desde cualquier sistema de referencia inercial.

2. Un nadador salta de pie desde un trampolín y deja caer una piedra justo después de saltar. **Explica** cómo ve el movimiento de la piedra:
   a. El nadador;
   b. Una persona sentada junto a la piscina;
   c. Otra persona que se acerca a la piscina en línea recta y a velocidad constante.
   — **Indica** de qué tipo de sistema de referencia se trata en cada caso.

3. Elige la opción correcta: La distancia que recorre un auto de Fórmula 1 es...
   a. La trayectoria.
   b. El vector desplazamiento.
   c. La posición final.

4. Un estudiante de 1.° de Bachillerato sale de casa en dirección al instituto. Para ello, camina sucesivamente 300 m hacia el oeste, 400 m hacia el norte y 600 m hacia el este. **Calcula** su desplazamiento y el espacio recorrido.

5. Un nadador cruza la piscina en diagonal. El vector de posición del nadador viene determinado por la expresión $\vec{r}(t) = (t - 1)\vec{i} - 2t\vec{j}$, en unidades del SI. **Calcula** el módulo del vector desplazamiento entre los instantes $t = 0$ s y $t = 2$ s.

6. Iniciamos nuestras vacaciones y lo hacemos con un viaje en auto. Primero, viajamos a una velocidad de $50\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ durante una hora. A continuación, circulamos a $100\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ durante una hora más para tomar la autopista durante tres horas, a una velocidad de $120\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. **Determina** la distancia total recorrida y la velocidad media en este trayecto.

7. Dos atletas deciden hacer una carrera en pista. Uno mantiene una rapidez constante de $6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. El otro, que es más rápido, sale 5 segundos más tarde y alcanza al primero 25 s después. ¿Cuál fue la rapidez media del corredor más veloz, desde que salió hasta que alcanzó a su competidor?

8. Un electrón entra en un campo eléctrico vertical. El vector posición del electrón, que se mueve con movimiento rectilíneo, viene dado por $r(t) = (t^2 - 5)i + tj$, en unidades del SI.
   — **Calcula** la velocidad instantánea en $t = 3$ s y **dibuja** su trayectoria.

9. Bruce Bursford, el hombre más rápido sobre una bicicleta, alcanzó desde el reposo una velocidad de $334\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ en $30{,}0$ s, rodando sobre una plataforma de rodillos. **Halla** su aceleración media.

10. En una feria de barrio, un niño ha subido a la atracción del tiovivo, a una distancia de $3{,}0$ m del centro de la plataforma. Si gira a una velocidad de $0{,}42\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, ¿cuál es su aceleración normal y su aceleración tangencial?
    — **Explica** por qué si el niño lanza una pelota en línea recta a un amigo, ve que la pelota se desvía de su trayectoria.

11. La expresión del vector velocidad de una partícula viene dada, en unidades del SI, por $\vec{v}(t) = (3t^2 - 2)\vec{i} + 4t\vec{j}$. **Halla** el módulo de su aceleración instantánea para $t = 2$ s.

12 En un circuito de Fórmula 1, un auto recorre la recta principal a velocidad constante. En los instantes de tiempo $t_1 = 0{,}5$ s y $t_2 = 1{,}5$ s, sus posiciones en la recta son $x_1 = 3{,}5$ m y $x_2 = 43{,}0$ m. **Calcula**:

a. La velocidad;

b. Su posición a los 3,0 s.

13 Una moto circula a una velocidad de $90\ km \cdot h^{-1}$. Su conductora frena en el instante en que ve un obstáculo y reduce la velocidad hasta la quinta parte de la inicial en los 4,0 s que tarda en llegar al obstáculo. **Determina** a qué distancia del obstáculo la conductora ha empezado a frenar, suponiendo que su aceleración es constante.

14 En una esquina de la calle, se encuentra un motorista parado. Arranca con una aceleración de $0{,}03\ m \cdot s^{-2}$. En el mismo momento, un automóvil lo rebasa con una velocidad constante de $70\ km \cdot h^{-1}$.
Calcula numérica y gráficamente:

a. Cuánto tarda el motorista en alcanzar el automóvil;

b. A qué distancia de la esquina ocurre esto.

15 **Considera** un zorro que va a la caza de un conejo que se encuentra a 36 m de distancia. Si ambos parten simultáneamente del reposo con aceleraciones respectivas de $3{,}0\ m \cdot s^{-2}$ y $1{,}0\ m \cdot s^{-2}$, **calcula** sus velocidades en el momento en que el zorro atrapa al conejo.

16 ¿Desde qué altura debe caer el agua de una presa para accionar la rueda de una turbina con velocidad de $30\ m \cdot s^{-1}$?

17 Desde lo alto de una casa de 80 m de altura se lanza una pelota con una velocidad inicial de $4{,}0\ m \cdot s^{-1}$ hacia abajo. **Halla**:

a. El tiempo que tarda en llegar al suelo.

b. La velocidad con la que llega.

c. Su altura al cabo de 2,0 s de haberla lanzado.

18 Un tren de mercancías, cuyos vagones tienen 12 m de longitud, se mueve por una vía recta a velocidad constante de $3{,}0\ m \cdot s^{-1}$. Paralelamente a las vías, hay una ruta por la que un niño circula en su bicicleta. **Determina**:

a. Si el niño permanece en reposo con respecto a tierra, ¿cada cuánto tiempo ve pasar un vagón?

b. La velocidad del niño con respecto a tierra, cuando al moverse en el mismo sentido que el tren, ve pasar un vagón cada 6,0 s.

c. Si el niño se desplaza en sentido opuesto al tren a $5{,}0\ m \cdot s^{-1}$ con respecto a tierra, ¿cada cuánto tiempo ve pasar un vagón?

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal
  - ¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?
  - ¿He cumplido mis tareas?
  - ¿Qué aprendí en esta unidad?
- Trabajo en equipo
  - ¿He compartido con mis compañeros y compañeras?
  - ¿He respetado las opiniones de los demás?
- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

2 Fuerzas en la naturaleza

CONTENIDOS:

Película:

El Universo Mecánico. ARAIT Multimedia. Esta serie de videos muestran de forma excelente los aspectos más importantes de la física, combinando imágenes, desarrollos matemáticos y contextos históricos.

Web:

En el siguiente sitio web, aparecen actividades interactivas para entender y aplicar el concepto de equilibrio a situaciones concretas:

http://goo.gl/rTh0KO

Libros:

Reseñamos algunos libros interesantes para afianzar o ampliar el concepto de fuerza y valorar su importancia:

- Isaac Newton, *Principios matemáticos de la Filosofía Natural*. Editorial Tecnos. En esta obra Newton explica el concepto de fuerza y sus aplicaciones más importantes.
- J. M. Lévy-Leblond, *La Física en preguntas* (Volumen 1). Editorial Alianza. Interesante desarrollo de la física a través de preguntas.

  Te recomendamos leer las 20 primeras.

EN CONTEXTO

a. Reflexiona durante unos momentos:

- ¿Qué sabes respecto de las condiciones de equilibrio de un cuerpo? Piensa, por ejemplo, en el hecho de montar en bicicleta.
- ¿Qué preguntas o inquietudes te surgen sobre ello?
- ¿Qué te gustaría investigar sobre este tema?

  Anota tus respuestas a las tres cuestiones y, en grupos, pónganlas en común para exponer sus conclusiones ante el grupo clase.

b. Organicen un coloquio por grupos para dar respuesta a la siguiente cuestión: ¿Por qué los objetos situados sobre la Tierra no salen despedidos al espacio exterior, aunque esta se desplace a una elevada velocidad?

   Tras el coloquio, redacten una conclusión sobre sus respuestas y comparadla con la respuesta que dio Galileo, que encontraréis en el capítulo 4 de El Universo Mecánico, donde también verán cómo relacionó este hecho con el concepto de inercia.

TEN EN CUENTA QUE:

Aunque es cierto que Galileo recurría muy habitualmente a la experimentación, parece ser que su famosa demostración de cuerpos de distintas masas cayendo desde lo alto de la torre de Pisa es más bien una leyenda.
No obstante, afirmar que todos los cuerpos caen con la misma aceleración, independientemente de su masa, le granjeó gran número de enemigos entre la comunidad científica de la época, partidarios acérrimos todos ellos de las ideas aristotélicas.

Fig. 1.

1. LA NATURALEZA DE LAS FUERZAS

La fuerza es una magnitud física que resulta más fácil definir considerando los efectos que produce que por sus propiedades. En este apartado, pues, la definiremos de un modo preciso y estudiaremos sus características y sus tipos.

1.1. El concepto de fuerza a lo largo de la historia

En orden cronológico, los hitos más importantes en la historia que han contribuido a nuestra comprensión del concepto de fuerza son los siguientes:

- **Aristóteles (384 a. C.-322 a. C.)** pensó que las fuerzas eran la causa directa del movimiento, por lo que un cuerpo se detendría en caso de no existir aquellas, debido a que su estado natural es el reposo. Postuló también que la velocidad de caída de los cuerpos era directamente proporcional a su peso. Estas ideas erróneas permanecieron inalteradas durante 1800 años.

- **Galileo (1564-1642)** estableció el concepto de fuerza como causa de la modificación de los movimientos. Mediante la realización de experimentos con bolas y planos inclinados, introdujo la noción de inercia como tendencia natural de los objetos a permanecer en reposo o moviéndose indefinidamente, a no ser que actúe alguna fuerza sobre ellos.

- **Isaac Newton (1642-1727)** sentó las bases de la mecánica. Parte de las ideas de Galileo y Descartes, de modo que en sus *Principia* definió los conceptos fundamentales (masa, tiempo, fuerza...) de modo preciso y estableció las tres leyes que explican el movimiento de cualquier objeto del universo.

1.2. Masa y fuerza

La dinámica se sustenta en los conceptos de masa y fuerza. La masa es la medida de la cantidad de materia de un objeto, o de modo más preciso:

La masa es una propiedad general de los cuerpos que representa su resistencia a alterar su estado de reposo o de movimiento.

El centro de gravedad de un objeto es el punto de aplicación de su peso en el que se suponemos, si no estamos interesados en el movimiento relativo de las partes, se encuentra concentrada toda su masa.

Por otra parte, cuando empujamos un mueble para ponerlo en movimiento, paramos un balón o moldeamos un trozo de arcilla, ejercemos una fuerza.

Una fuerza es toda causa capaz de alterar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo, o de producir en él una deformación.

Recuerda que la unidad de masa en el Sistema Internacional es el **kilogramo (kg)**, y que la unidad de fuerza es el **newton (N)**.

1.3. Características de las fuerzas

La fuerza es una **magnitud vectorial** que se representa mediante el vector *F*, cuyos elementos son: **módulo *F*** (valor de la intensidad de la fuerza y su unidad, se representa mediante la longitud de vector), **dirección** (recta que contiene el vector, también llamada línea de acción), **sentido** (orientación de la fuerza que se representa mediante la punta de una flecha) y **punto de aplicación** (punto en el que se aplica la fuerza).

Las fuerzas siempre **actúan por parejas** e implican la existencia, al menos, de dos objetos: uno de ellos ejerce la fuerza que se aplica sobre el segundo y el otro, simultáneamente, ejerce una fuerza sobre el primero del mismo valor pero de sentido contrario. Por esta razón, también se les llama **interacciones**.

1.4. Tipos de fuerzas

Dependiendo de si las fuerzas requieren contacto directo o no para manifestarse, podemos clasificarlas en dos grandes tipos:

- **Fuerzas de contacto**. Aquellas que requieren del contacto directo entre ambos objetos para producirse.
- **Fuerzas a distancia**. Aquellas que no necesitan del contacto entre los cuerpos para manifestarse.

Esta clasificación debe ser matizada, ya que los objetos están formados por partículas (átomos, moléculas o iones) separadas entre sí. Así, todas las fuerzas entre cuerpos se ejercen, en realidad, entre las partículas que los forman (fuerzas microscópicas), de modo que dos objetos estrictamente nunca estarán en contacto: estas fuerzas ejercen sus efectos a lo largo del espacio.

Todas las fuerzas de la naturaleza se agrupan en las siguientes interacciones fundamentales o son una combinación de ellas:

- **Interacción nuclear fuerte**. Es la más intensa de las cuatro. Es atractiva y de alcance muy pequeño. Mantiene a los protones unidos en el núcleo a pesar de la repulsión electrostática.
- **Interacción electromagnética**. Es cien veces menor que la nuclear fuerte. Es atractiva o repulsiva, y de largo alcance. Es responsable de la impenetrabilidad de los objetos y de la estructura de átomos y moléculas, así como de todas las reacciones químicas y procesos biológicos.
- **Interacción nuclear débil**. Es 105 veces menor que la nuclear fuerte. Es responsable de la desintegración de algunos núcleos y de la producción de radiación calorífica de las estrellas.
- **Interacción gravitatoria**. Es 1039 veces menor que la nuclear fuerte. Se considera la más débil de todas. Es atractiva y de largo alcance, y responsable de la estructura del universo, de las mareas, del movimiento de los satélites artificiales...

Ejemplo 1

Veamos ejemplos de los distintos tipos de fuerzas que encontramos en el día a día:

- **Fuerzas de contacto**. La **fuerza de rozamiento** entre dos superficies, la **fuerza elástica** en un muelle...
- **Fuerzas a distancia**. La **interacción gravitatoria** (atractiva) entre la Tierra y la Luna. La **fuerza eléctrica** repulsiva entre dos cargas del mismo signo. La **fuerza magnética** con que un imán atrae a un clip metálico.

La **interacción electromagnética** debida a la repulsión eléctrica entre los electrones de los átomos de la puerta y los de nuestra mano que la empuja. La desintegración del núcleo radiactivo debida a la **interacción nuclear débil** del Co-60, empleado en el tratamiento contra el cáncer.

Y TAMBIÉN: ¿?

El símbolo $\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i}$ lo leemos: sumatoria desde i = 1 hasta n de $\vec{F_i}$, e indica que se suman *n* vectores de fuerza.

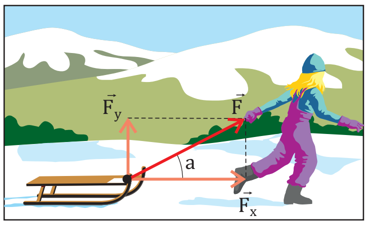


Fig. 2.

Descomposición de fuerzas. Descomposición en dos componentes, de la fuerza exterior, con la que la mujer jala el trineo.

2. COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

En el juego en que dos equipos halan de una cuerda, tratando de desplazar al equipo contrario, cada persona ejerce una fuerza que se suma a las de sus compañeros y que se opone a las del equipo contrario. Decimos que:

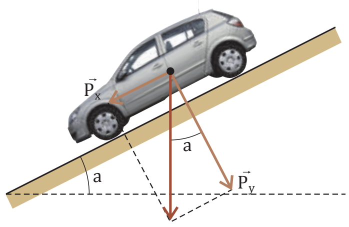
Componer fuerzas es hallar una fuerza, llamada fuerza neta o resultante, $\vec{F}_{neta}$, que produce el mismo efecto que todas las fuerzas (o componentes) que actúan simultáneamente sobre un cuerpo.

2.1. Fuerza resultante de un sistema de fuerzas

La definición anterior es consecuencia del principio de superposición, que establece que los efectos de todas las fuerzas que se ejercen sobre un cuerpo se superponen, sin modificar el efecto que cada una de ellas produciría independientemente de las demás: $\vec{F}_{neta} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$

2.2. Descomposición de fuerzas

En la figura de la parte derecha, se muestra un auto situado sobre una superficie inclinada. Como sabes, el peso $\vec{P}$ de un objeto es una fuerza que va dirigida desde su centro de gravedad hacia el centro de la Tierra.



Observa en la figura que el peso puede descomponerse en otras dos fuerzas, llamadas componentes, $\vec{P}_x$ y $\vec{P}_y$. La primera provoca que el auto se deslice hacia abajo mientras que la otra empuja el vehículo sobre la superficie, impidiendo que se separe de ella. Además, $\vec{P}_y$ y $\vec{P}$ forman el mismo ángulo que la pendiente. Al ser $\vec{P}_y$ el cateto contiguo del triángulo rectángulo que tiene por hipotenusa P, tenemos que $\vec{P}_y = \vec{P} \cdot \cos \alpha$, mientras que la longitud de $\vec{P}_x$ se corresponde con el cateto opuesto, de modo que $\vec{P}_x = P \cdot \text{sen}\, \alpha$.

Descomponer una fuerza consiste en obtener dos fuerzas, llamadas componentes, cuyo efecto conjunto sobre un cuerpo es el mismo que el de la fuerza inicial.

Ejemplo 2

Durante las vacaciones Álex participa en una carrera de trineos. Tira de su trineo con la ayuda de una cuerda con una fuerza de 500 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal. **Calcula** las componentes horizontal y vertical de dicha fuerza.

COMPRENSIÓN. Cada componente de la fuerza causa un efecto distinto sobre el trineo: Fx provoca su avance y Fy tiende a separarlo del suelo.

DATOS. F = 500 N; a = 30°

RESOLUCIÓN.

Las dos componentes, a las que designamos como F_x y F_y, de la fuerza F = 500 N ejercida. Calculamos sus valores haciendo uso de las razones trigonométricas seno y coseno:

$F_y = F \cdot \text{sen}\, 30° = 500\text{ N} \cdot \text{sen}\, 30° = 250\text{ N}$

$F_x = F \cdot \cos 30° = 500\text{ N} \cdot \cos 30° = 433\text{ N}$

COMPROBACIÓN. Observa que la componente vertical, Fy , tiende a separar el trineo del suelo, pues está dirigida hacia arriba. La componente horizontal, Fx , es la que permite que este avance sobre el suelo.

Además, se cumple que $500 = \sqrt{250^2 + 433^2}$

2.3. Composición de fuerzas concurrentes

Son múltiples las situaciones en que sobre un objeto actúan, simultáneamente, varias fuerzas. Así, por ejemplo, si empujamos una caja por el suelo sobre ella actúan su peso, la fuerza con que empujamos, la fuerza que ejerce el suelo sobre ella y la fuerza de rozamiento. Observa que, en tal caso, las direcciones de todas ellas pasan por el mismo punto, que es el objeto sobre el que actúan.

Llamamos fuerzas concurrentes a aquellas cuyas líneas de acción pasan por el mismo punto.

Resultantes de varias fuerzas concurrentes de la misma dirección

Misma dirección y mismo sentido. La resultante es otra fuerza cuyo módulo es la suma de los módulos de las fuerzas componentes, de la misma dirección y el mismo sentido que ellas.

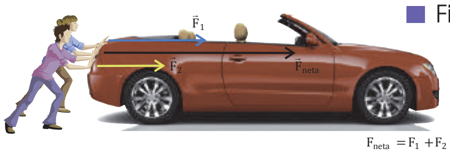


Fig. 3.

Misma dirección y sentido contrario. La resultante es otra fuerza cuyo **módulo** es la diferencia, en valor absoluto, de los módulos de las fuerzas componentes, de la **misma dirección** y el **mismo sentido** que la fuerza de mayor módulo.

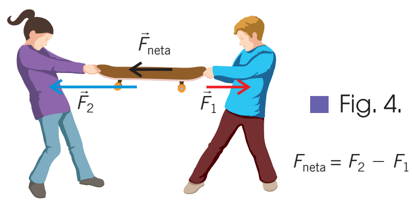


Fig. 4.

Resultante de dos fuerzas concurrentes de distinta dirección

Forman un ángulo distinto de 0° o de 180°. La resultante es otra fuerza cuyo **módulo** y **dirección** son los de la diagonal del paralelogramo que forman las fuerzas concurrentes.

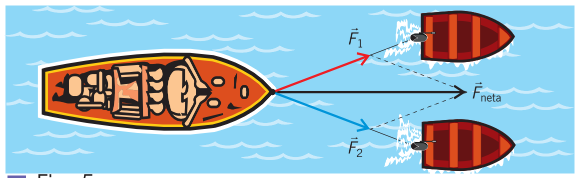


Fig. 5.

Si son **perpendiculares**, su **módulo** podrá calcularse aplicando el teorema de Pitágoras.

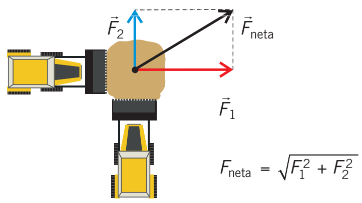


Fig. 6.

Tabla 1.

Ejemplo 3

Supón que debes ayudar a tu padre a mover el armario de tu habitación. Empleas fuerzas de 300 y 400 N, respectivamente. Lo intentas de dos modos distintos: a) empujando los dos en la misma dirección y el mismo sentido; b) empujando en direcciones perpendiculares. ¿Cuál de las dos maneras es óptima para desplazar el armario?

COMPRENSIÓN. En los dos casos las fuerzas con que empujas son concurrentes, pues las líneas de acción (o dirección) de ambas pasan por el mismo punto, que es el mueble.

DATOS. $F_1 = 300$ N; $F_2 = 400$ N

a)

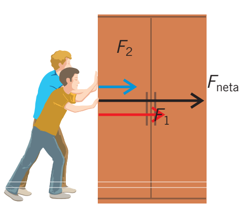


Fig. 7.

b)

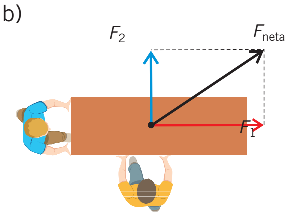


Fig. 8.

RESOLUCIÓN. Arriba aparecen dibujadas las dos situaciones descritas. La fuerza neta o resultante, Fneta, se calculará en cada caso de la siguiente manera:

a. Cuando las fuerzas ejercidas tengan la misma dirección y el mismo sentido, la fuerza resultante tendrá el mismo sentido de ambas, y su valor se calculará sumando sus módulos:

$$F_{neta} = F_1 + F_2 = 300\text{ N} + 400\text{ N} = 700\text{ N}$$

b. Si las dos fuerzas son perpendiculares, la magnitud de la fuerza neta o resultante, F_{neta}, estará dirigida a lo largo de la diagonal del paralelogramo que forman, y su valor se calculará aplicando el teorema de Pitágoras:

$$F_{neta}{}^2 = F_1{}^2 + F_2{}^2$$

$$F_{neta} = \sqrt{300^2 + 400^2}$$

$$F_{neta} = \quad 500\text{ N}$$

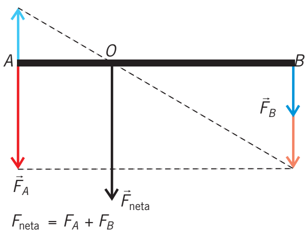


Fig. 9.

- Resultante de dos fuerzas paralelas y del mismo sentido.

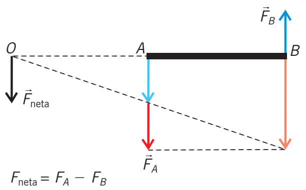


Fig. 10.

- Resultante de dos fuerzas paralelas y de sentidos contrarios.

2.4. Composición de fuerzas paralelas

Considera dos personas que transportan, en una mudanza, un sofá agarrándolo por sus extremos. Ambas ejercen fuerzas de direcciones paralelas entre sí, y su resultante deberá igualar al peso del sofá para poder desplazarlo. Para calcular la resultante de dos fuerzas paralelas, seguiremos estos pasos:

- La resultante de dos **fuerzas paralelas**, $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$, y del **mismo sentido** es otra fuerza, F_{neta}, paralela a ellas y del mismo sentido, cuyo módulo es la suma de los módulos y cuya **línea de acción** (o dirección) está situada entre ambas.

  Se calcula gráficamente como se indica en la figura de la izquierda:

a. Se lleva la fuerza mayor donde se encuentra la menor, y la menor, cambiándola de signo, donde se halla la mayor.

b. Se unen los extremos de estos vectores mediante una línea. En el punto donde se corta esta con la línea que une los puntos A y B, colocamos el punto de aplicación de la resultante. Para calcular analíticamente el punto de aplicación (O) de la fuerza resultante, tendremos en cuenta que:

$$\vec{F}_A OA = \vec{F}_B OB$$

donde A y B son los puntos de aplicación de las dos fuerzas.

- La resultante de dos **fuerzas paralelas**, $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$, y de **sentidos contrarios** es otra fuerza, $\vec{F}_{neta}$, **paralela** a ellas, cuyo **sentido** es **el de la mayor**, su **módulo** es la **diferencia** de los **módulos** y su **punto de aplicación** está fuera del segmento que las une y del lado de la mayor.

  Se calcula gráficamente como se indica en la figura de la izquierda, siguiendo los mismos pasos que en el caso anterior. Para calcular analíticamente el punto de aplicación (O) de la fuerza resultante, tendremos en cuenta que: $\vec{F}_A\, OA = \vec{F}_B\, OB$ donde A y B son los puntos de aplicación de las dos fuerzas.

Ejemplo 4

Dos niños ejercen fuerzas paralelas de 30 N y 10 N en los extremos de una varilla de madera de 60 cm. **Calcula** la fuerza resultante, considerando que ambas fuerzas tienen: a. el mismo sentido y b. sentido contrario.

COMPRENSIÓN. Nos piden determinar el valor, la dirección y el sentido y el punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas, en el caso de que estas tengan el mismo sentido y en el caso en que sean de sentido contrario.
Representamos gráficamente ambos casos.

DATOS. $F_A = 30$ N; $F_B = 10$ N; AB = 60 cm = 0,6 m

a)

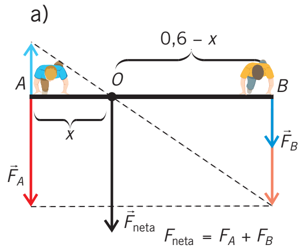


Fig. 11.

b)

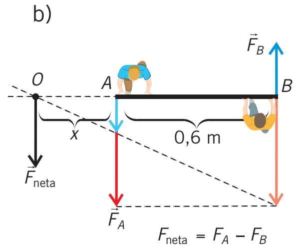


Fig. 12.

RESOLUCIÓN.

a. Si las fuerzas tienen el mismo sentido, el módulo de la fuerza resultante será: 30 N + 10 N = 40 N.

Si llamamos x a la distancia entre la fuerza de 30 N y el punto de aplicación, entonces la posición de este se calcula de la siguiente manera:

$$\vec{F}_A\, OA = \vec{F}_B\, OB \Rightarrow 30 \cdot x = 10 \cdot (0{,}6 - x)$$

Resolvemos la ecuación: $x = 0{,}15$ m $= 15$ cm.

b. Si las fuerzas tienen sentidos contrarios, el módulo de la fuerza resultante será: 30 N - 10 N = 20 N. Su punto de aplicación se determina de la siguiente manera:

$$F_A\, OA = F_B\, OB \Rightarrow 30 \cdot x = 10 \cdot (0{,}6 + x)$$

Resolvemos la ecuación: $x = 0{,}30$ m $= 30$ cm.

COMPROBACIÓN. Cuando ambas fuerzas tienen el mismo sentido, el punto de aplicación de la resultante está entre los puntos de aplicación de ambas y a 15 cm de la fuerza de 30 N.
Cuando los sentidos son opuestos, el punto de aplicación estará a 30 cm de la fuerza de 30 N y a 90 cm de la fuerza de 10 N.

3. MOMENTO DE UNA FUERZA

Para que un volante gire, debe ejercerse una fuerza sobre él. Pero ¿es suficiente esta condición? La fuerza debe aplicarse a una cierta distancia del eje de giro, pues en caso contrario no girará.

El momento de una fuerza es la magnitud vectorial responsble del giro de un cuerpo.

Imaginemos que queremos abrir una puerta, empujando por el pomo, con una cierta fuerza. Es bien sabido que la puerta se abre con mayor facilidad cuanto mayor sea la fuerza y cuanto más lejano se encuentre el pomo de su eje de giro (línea que pasa a través de las bisagras). El **momento de una fuerza**, *M* , respecto a un punto, O, es una magnitud vectorial cuyas características son las siguientes:

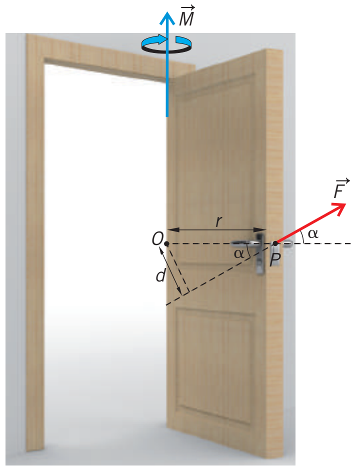


Fig. 13.

- Su **módulo o valor** depende del valor de la fuerza, $\vec{F}$, y de la distancia, d, entre el punto *O* y la línea de acción de la fuerza (o, análogamente, del módulo del vector de posición del origen de la fuerza respecto del punto *O*, *r*, y del ángulo, α, que forma este vector con la línea de acción de la fuerza):

$$M = \vec{F}\,d;\ M = \vec{F}\,r\,\text{sen}\,\alpha$$

  Su **unidad** en el SI es el **newton metro (N · m).**

- Su **dirección** es perpendicular al plano formado por el vector de posición *r* y la fuerza $\vec{F}$.
- Su **sentido** viene determinado por la regla del sacacorchos. Es decir, por el sentido de avance de un tornillo o sacacorchos que gira desde el vector de posición *r* hacia la fuerza $\vec{F}$, coincidiendo el origen de ambos vectores, por el camino más corto. Así, si el sentido de giro es contrario a las agujas del reloj, el momento será positivo; y si el giro es el de las agujas del reloj, será negativo. En el ejemplo mencionado, los dos posibles sentidos del momento se corresponden con los dos posibles sentidos de apertura de la puerta.

El momento de una fuerza respecto a un punto contenido en su línea de acción es nulo, pues en tal caso es $d = 0$. Volviendo al ejemplo, la puerta no se abrirá si la empujamos sobre un punto perteneciente al eje de las bisagras.

Ejemplo 5

Un mecánico de Fórmula 1 aprieta una tuerca con una llave inglesa de 20 cm de longitud, ejerciendo una fuerza de 100 N. ¿Desde dónde deberá sujetarla para que le sea más sencillo apretarla? ¿Qué ángulo deberá formar dicha fuerza con el eje de la llave?

- Calcula el momento de la fuerza cuando se cumplan los dos supuestos anteriores.

COMPRENSIÓN. La tuerca gira porque la llave inglesa ejerce un momento sobre ella. Este depende de la distancia entre el extremo de la llave inglesa y la tuerca, de la fuerza ejercida y del ángulo que forman la fuerza y el vector de posición del punto de aplicación de la fuerza con respecto a la tuerca.

DATOS. $F = 100$ N; $r = 20$ cm $= 0{,}20$ m

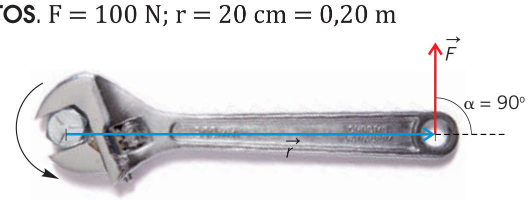


Fig. 14.

RESOLUCIÓN. Para que el momento de la fuerza sea máximo, el ángulo a debe ser de 90° y debemos sujetar la llave inglesa desde su extremo para que la distancia al eje de giro, r, sea máxima, tal y como se indica en la imagen. Cuando se cumplan ambas condiciones, entonces el momento será:

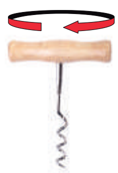
$$M = F\ r\ \text{sen}\,\alpha = 100\ \text{N} \cdot 0{,}20\ \text{m} \cdot \text{sen}\ 90^0 = 20\ \text{N}\cdot\text{m}$$

COMPROBACIÓN. Para cualquier otra distancia o ángulo, el momento de fuerza sería menor que el valor antes calculado, y resultaría más complicado apretar la tuerca. Este resultado está conforme con nuestra experiencia cotidiana.

3.1. Par de fuerzas

Fig. 15.

Par de fuerzas.



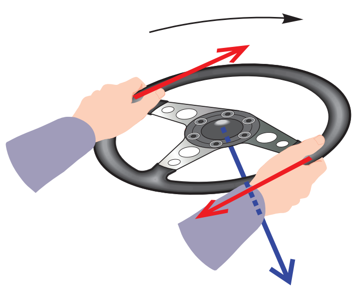


Fig. 16.

Par de fuerzas sobre un volante y su momento.

Cuando queremos hacer girar un volante, un sacacorchos, la tapa de un frasco o el manillar de la bicicleta, aplicamos un par de fuerzas, de la misma intensidad, paralelas y de sentido contrario.

Un par de fuerzas es un conjunto de dos fuerzas paralelas de igual valor y de sentido contrario. El efecto conjunto de ambas es el de provocar el giro del cuerpo sobre el que actúan.

Así pues, el par de fuerzas es una aplicación del concepto de momento de fuerza con respecto a un punto, estudiado en el apartado anterior.

Observa el volante que aparece en la imagen de la izquierda, sobre él se ejercen dos fuerzas de igual valor y de sentidos contrarios. Si consideramos que los puntos de aplicación de ambas fuerzas se encuentran en los extremos del diámetro del volante, veremos que los momentos de las dos tendrán características iguales:

- Su **módulo o valor** depende del radio R del volante y del valor de la fuerza F:

$$M = F\,R\,\text{sen}\,90^{\circ} = F\,R$$

- Su **dirección** es perpendicular al plano del volante.
- Su **sentido** viene determinado por el de avance de un sacacorchos al girar el vector de posición (dirigido desde el centro del volante hasta el origen de la fuerza) sobre la fuerza; si el **giro** es el de las **agujas del reloj**, el **momento** será **negativo**, y si el **giro** es **contrario** a las **agujas del reloj**, el **momento** será **positivo**. Observa que los dos posibles sentidos de giro del volante se corresponden con los dos signos del momento.

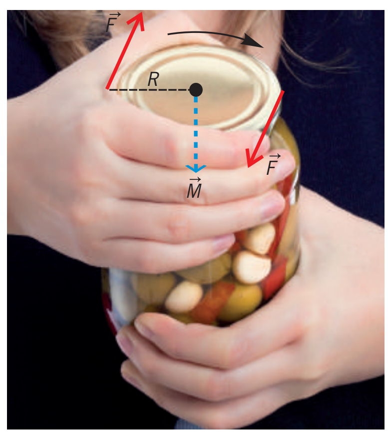
El valor total del momento, al tener ambos el mismo sentido, será:

$$M = 2\,F\,R$$

Este resultado nos indica que los efectos de ambas fuerzas se suman, esto es, originan un giro de mayor intensidad que el que ocasionaría cada fuerza por separado.

Ejemplo 6

La tapa de un bote de mermelada tiene un diámetro de 15 cm. Para poder abrir el envase, necesitamos apretar la tapa y ejercer sendas fuerzas de 50 N con dos dedos. Calcula el momento del par de fuerzas aplicado.



COMPRENSIÓN. Observa en la imagen que para abrir la tapa del bote hay que aplicar un par de fuerzas, cuyo momento depende del valor de las fuerzas ejercidas y del radio del bote de mermelada.

DATOS. $F = 50$ N; $R = 7{,}5$ cm $= 0{,}075$ m

RESOLUCIÓN. Aplicamos la expresión que nos permite calcular el momento del par de fuerzas:

$$M = 2\,F\,R = 2 \cdot 50\ \text{N} \cdot 0{,}075\ \text{m} = 7{,}5\ \text{N·m}$$

Si el par de fuerzas ejercido sobre la tapa del bote es menor que el que acabamos de calcular, entonces la tapa no podrá abrirse.

COMPROBACIÓN. El valor del par de fuerzas es pequeño, pues lo son tanto la fuerza ejercida como el tamaño de la tapa del bote.

4. EQUILIBRIO

Si miramos a nuestro alrededor, nos encontramos con multitud de estructuras que están en **equilibrio**. Así pues, los puentes, las vigas y los pilares de los edificios, las grúas... muestran la importancia física del concepto de equilibrio.

> Un objeto está en equilibrio cuando se encuentra en reposo o en movimiento con velocidad constante.

- **Equilibrio estático.**
Tableta en reposo sobre una mesa.

Tipos de equilibrio. De acuerdo con la definición anterior, podemos identificar tres tipos de equilibrio:

- Un objeto se encuentra en **equilibrio estático** cuando todos sus puntos están en reposo y permanecen en ese estado.
- Un objeto se encuentra en **equilibrio cinético o traslacional** cuando su velocidad lineal es constante (en módulo, dirección y sentido) y distinta de cero. Un ejemplo es el de un auto que avanza a velocidad constante y en línea recta (MRU).
- Si el objeto es capaz de girar, diremos que se encuentra en **equilibrio rotacional** cuando gira con velocidad angular constante, aunque sobre él actúen una o varias fuerzas. Un ejemplo es el de un tiovivo que gira con MCU.

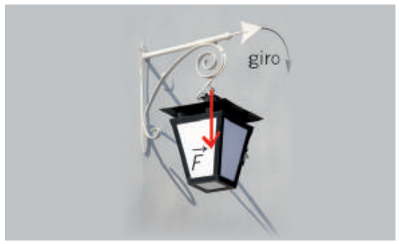


Fig. 17.

- **Equilibrio estático.**
La viga no cede al momento del peso de la lámpara, porque la pared ejerce la fuerza necesaria, F, sobre la viga para impedir el giro.

Condiciones de equilibrio. Sabemos que la acción de una o varias fuerzas sobre un cuerpo en reposo puede provocar el desplazamiento y/o el giro de este. Así, podemos afirmar que:

- Un cuerpo podrá comenzar a **trasladarse** cuando exista una **fuerza resultante**, F_{neta}, sobre él.
- Un cuerpo podrá comenzar a **girar** cuando exista un **momento de fuerza** neto, *M*, sobre él.

Podemos concluir diciendo que un cuerpo se encuentra en **equilibrio** si la **resultante del sistema de fuerzas** y el **momento resultante** (calculado con respecto a cualquier punto) del sistema de fuerzas que actúan sobre él son **nulos**.

Ejemplo 7

Realiza el siguiente montaje experimental: una botella de agua de 1 l (cuyo peso es de 9,8 N) que cuelga de dos dinamómetros iguales, perpendiculares entre sí y que forman un ángulo de 45° con la horizontal. Determina numérica y experimentalmente la fuerza que soporta cada uno.

COMPRENSIÓN. Para que la botella se encuentre en reposo, la resultante de las fuerzas ejercidas por los dinamómetros debe ser igual a su peso.

DATOS. $P = 9{,}8$ N; $\alpha = 45°$

RESOLUCIÓN. Observa en el dibujo la descomposición de la fuerza que ejerce cada muelle; las dos componentes horizontales, Fx, se anulan, y la suma de las dos componentes verticales, Fy, deberá ser igual al peso, P, del objeto.

$F_{neta} = 0 \Rightarrow 2\,F_y = P \Rightarrow P = 2\,F\cos 45°$; $2\,F\cos 45° = 9{,}8$ N; $F = 6{,}9$ N. Para calcular $\vec{F}_y$, hemos utilizado el coseno del ángulo que forman F y F_y.

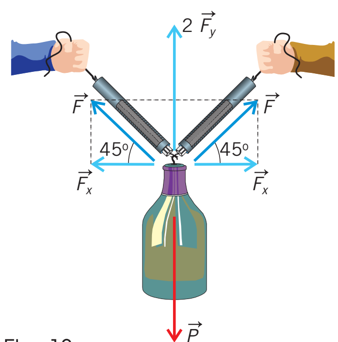


Fig. 18

COMPROBACIÓN. Si realizas el montaje experimental, comprobarás que ambos dinamómetros marcan el mismo valor de la fuerza cuando se cuelga de ellos el cuerpo.

5. LEYES DE LA DINÁMICA

La dinámica explica las causas que provocan los movimientos. Se basa en tres leyes establecidas por Isaac Newton en 1687 en su obra *Principios matemáticos de la filosofía natural*, por lo que también se las conoce como **leyes de Newton**.

Las leyes de la dinámica son estrictamente válidas en sistemas de referencia inerciales: explican perfectamente el movimiento de cualquier objeto, siempre y cuando el observador se encuentre en reposo o se mueva en línea recta y con velocidad constante.

Cuando un sistema de referencia se encuentra en reposo o se mueve en línea recta y con velocidad constante, entonces se trata de un sistema de referencia inercial. Podemos imaginarlo como un sistema no sometido a interacción con el resto del universo.

Y TAMBIÉN: ¿?

La Tierra no es un sistema de referencia inercial, puesto que gira alrededor del Sol y sobre sí misma (está sometida a movimientos acelerados). Aun así, a menudo es posible considerar que sí lo es, sin incurrir en errores apreciables.

Y TAMBIÉN: ¿?

La masa es la propiedad general de los cuerpos que representa su resistencia a alterar su estado de reposo o de movimiento.


http://goo.gl/IRXqJp

Isaac Newton (Inglaterra, 1642- 1727) era un niño tímido y enfermizo que no destacaba en sus estudios.
Tras la escuela, ingresó en el Trinity College de la Universidad de Cambridge a la edad de 18 años. Con 26 años fue nombrado profesor, y con 30 ya era miembro de la Royal Society de Londres. Era una persona distraída, poco agradable y celosa de sus descubrimientos, lo cual le provocó varias disputas con científicos de la época (Hooke, Leibniz, Huygens...).

5.1. Primera ley de Newton

La primera ley de Newton también se denomina **ley de inercia**. Sabemos por experiencia que, para que un balón en reposo se ponga en movimiento, debemos aplicar una fuerza sobre él. Del mismo modo, si este balón se mueve con velocidad constante, es preciso aplicarle una fuerza para que se detenga.

La inercia es la tendencia natural de los objetos a permanecer en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

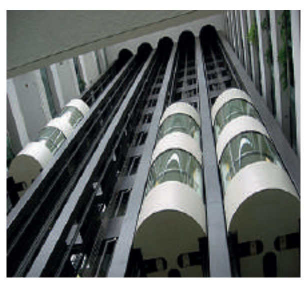
Todo cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a no ser que actúe sobre él alguna fuerza neta o resultante.

La comprobación experimental directa de esta ley es irrealizable en la práctica, al ser enunciada como postulado. Se trata de una idealización que se obtiene por la abstracción de la observación y de la experimentación, pues ningún objeto real está libre de la influencia de otro objeto o de su entorno (por ejemplo, ningún cuerpo puede mantenerse en MRU si no es por la acción de una fuerza que compense las fuerzas de rozamiento que se oponen al movimiento).

Ejemplo 8

Veamos ejemplos de la primera ley de Newton en nuestra vida cotidiana.

- **En el ascensor**. En el momento en que este comienza a moverse hacia arriba, sentimos una fuerza ascensional sobre los pies, pues nuestra tendencia (o inercia) es a permanecer en reposo, estado que es alterado.
- **En el autobús**. Cuando arranca, nos sentimos desplazados hacia atrás, y, cuando frena, nos movemos hacia delante. En ambos casos, se pone de manifiesto la tendencia a permanecer en nuestro estado de reposo o de movimiento uniforme.


https://goo.gl/GMCHfn

5.2. Segunda ley de Newton

Conocida también como **ley fundamental de la dinámica**, describe qué le ocurre a un cuerpo cuando actúa sobre él una fuerza neta. Para comprenderla, debemos introducir una nueva magnitud física, el momento lineal.

Momento lineal

La magnitud física que considera tanto la masa de un objeto como su velocidad, y que, por tanto, representa una medida de la dificultad que supondría detenerlo, recibe el nombre de momento lineal, cantidad de movimiento o ímpetu.

El momento lineal de un cuerpo es una magnitud vectorial que es directamente proporcional a su masa y a su velocidad.

De acuerdo con esta definición, el momento lineal de un cuerpo de masa m que se desplaza a una velocidad v se calcula de la siguiente manera: $\vec{p} = m\,\vec{v}$.

El momento lineal y la velocidad tienen la misma dirección y sentido (tangente a la trayectoria); su unidad en el SI es el $kg \cdot m \cdot s^{-1}$.

Enunciado de la segunda ley de Newton

Establece que la acción de una fuerza neta sobre un cuerpo de masa m dará lugar a una variación en el tiempo de su momento lineal.

Toda fuerza (neta o resultante) ejercida sobre un cuerpo provoca en este una variación temporal de su momento lineal.

Matemáticamente, esta ley se expresa de este modo:

$$\vec{F}_{neta} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta\,(m\ \vec{v})}{\Delta t} = m\ \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{neta} = m\ \vec{a}$$

donde hemos considerado que la masa del cuerpo permanece constante.

- Se define el **newton (N)** como la fuerza que, ejercida sobre un cuerpo de $1\ kg$, provoca que este comience a moverse con una aceleración de $1\ m \cdot s^{-2}$.
- Si el cuerpo parte del reposo, se moverá con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en la dirección y el sentido de la fuerza resultante sobre él.

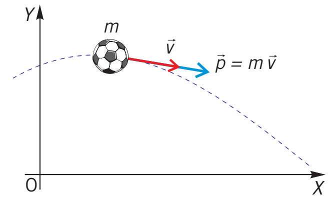


Fig. 19.

Momento lineal de una partícula.

Y TAMBIÉN:

Varias partículas de distintas masas, m_1, m_2..., tendrán la misma cantidad de movimiento si sus velocidades respectivas, v_1, v_2..., son diferentes y se verifica que:

$$m_1\ v_1 = m_2\ v_2 = ...$$

TEN EN CUENTA QUE:

Para ser más rigurosos, la segunda ley de Newton se debe expresar como la derivada del momento lineal respecto del tiempo:

$$\vec{F}_{neta} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\ \frac{d\vec{v}}{dt} = m\ \vec{a}$$

La segunda ley resulta ser más compleja de utilizar cuando se aplica a cuerpos cuya masa no permanece constante mientras se mueve, tal y como sucede en cohetes y aviones (el combustible se elimina al producirse su combustión). En tal caso, la derivada del momento lineal contiene dos sumandos, de modo que en uno de ellos aparece la variación temporal de la masa:

$$\vec{F}_{neta} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\ \frac{d\vec{v}}{dt} = m\ \vec{a}$$

Ejemplo 9

En la publicidad de un auto de $1000\ kg$ se afirma que es capaz de alcanzar una velocidad de $108\ km \cdot h^{-1}$ en 10 s, partiendo del reposo. ¿Qué fuerza deberá ejercer el motor?

COMPRENSIÓN. De acuerdo con la segunda ley de Newton, al ejercer el motor una fuerza sobre el auto, este se moverá con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

DATOS. $m = 1000\ kg$; $v_0 = 0$; $v = 108\ km \cdot h^{-1} = 30{,}0\ m \cdot s^{-1}$; $t = 10\ s$

RESOLUCIÓN. Calculamos la aceleración, considerando que el auto sigue un MRUA:

$$v = v_0 + a\ t \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{30{,}0\ m \cdot s^{-1}}{10\ s} = 3{,}0\ m \cdot s^{-2}$$

Y si aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica, tendremos:

$$\vec{F}_{neta} = m\ \vec{a} \Rightarrow F = m\ a = 1000\ kg \cdot 3{,}0\ m \cdot s^{-2} = 3{,}0 \cdot 10^3\ N$$

COMPROBACIÓN. El valor obtenido para la fuerza es razonable, así como la aceleración.

Y TAMBIÉN: ¿?

En el caso de un sistema de dos partículas, la conservación del momento lineal se expresa de la siguiente forma:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

donde son las velocidades iniciales de las dos partículas y $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ sus velocidades finales.

Conservación del momento lineal

De la segunda ley de Newton podemos deducir uno de los principios de conservación más importantes y generales de la física. El principio de conservación del momento lineal establece que:

> Si sobre un objeto o sistema no actúa ninguna fuerza (externa) neta o resultante, su momento lineal permanecerá constante.

En efecto: $$\vec{F}_{neta} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{cte.}$$

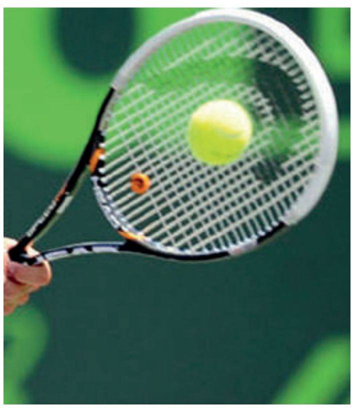
Este principio tiene una gran aplicabilidad en muchas áreas de la física. Así, por ejemplo, es utilizado en los grandes aceleradores de partículas al estudiar las colisiones entre estas, donde ceden todo o parte de su momento lineal unas a las otras mientras el momento total se mantiene constante, como se observa también en los choques entre bolas de billar.

Impulso mecánico

Es una magnitud física que relaciona la fuerza neta que se ejerce sobre una partícula con el tiempo que está actuando. Se deduce de la segunda ley de Newton de la siguiente manera:

- El **impulso (mecánico)** comunicado a una partícula se emplea en modificar su momento lineal. Su unidad en el SI es el N · s o el kg · m · s^{-1}.
- El **impulso** es útil en aquellos casos en los que una fuerza intensa actúa durante un tiempo muy corto sobre una partícula; por ejemplo, el golpeo de una raqueta a una pelota de tenis.

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{I} = \vec{F}\,\Delta t = \Delta\vec{p}$$



http://goo.gl/A0BZ1m

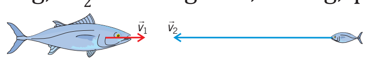
■ **Impulso mecánico.** La fuerza ejercida sobre la pelota provoca un aumento de su momento lineal.

Ejemplo 10

Un pez de $6{,}000$ kg se desplaza a $0{,}40$ m · s^{-1} cuando se traga otro pez de 250 g, que se mueve en la misma dirección y en sentido contrario a $1{,}60$ m · s^{-1}. ¿Qué velocidad tendrá el pez grande justo después de engullir al pequeño?

COMPRENSIÓN. En el momento en que el pez grande se come al chico, tiene lugar una colisión entre dos cuerpos donde no interviene fuerza externa alguna, por lo que el momento lineal permanecerá constante. Después del choque, la masa total que se desplaza será la suma de las masas de ambos peces.

DATOS. $m_1 = 6{,}000$ kg; $m_2 = 250$ g $= 0{,}250$ kg; $p_1 = 0{,}40$ i m· s^{-1}; $v_2 = -1{,}60$ i m· s^{-1}



RESOLUCIÓN. El momento lineal antes del choque será la suma de los momentos lineales de ambos peces:

$$\vec{p}_0 = m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = (6{,}000 \cdot 0{,}40\,\vec{i} - 0{,}250 \cdot 1{,}60\,\vec{i})\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 2{,}0\,\vec{i}\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Después del choque, el momento lineal será:
$$\vec{p}_f = (m_1 + m_2)\,\vec{v} = 6{,}250\ \text{kg}\cdot\vec{v}$$

COMPROBACIÓN. El pez grande se moverá a $0{,}32$ m · s^{-1} en el mismo sentido en que lo hacía. Este resultado es lógico, pues en la colisión pierde parte de su cantidad de movimiento y, por tanto, de su velocidad.

5.3. Tercera ley de Newton

Para efectuar salto de potro, un gimnasta se impulsa gracias a la fuerza que el trampolín ejerce sobre él, que, a su vez, aparece como reacción a la que él realiza sobre el trampolín.

Sabemos que la fuerza recibe también el nombre de interacción, pues requiere de la existencia de dos cuerpos, como mínimo. La tercera ley de Newton, asimismo denominada ley de acción y reacción, se refiere a las interacciones mutuas que se ejercen entre sí; la enunciaremos como sigue:

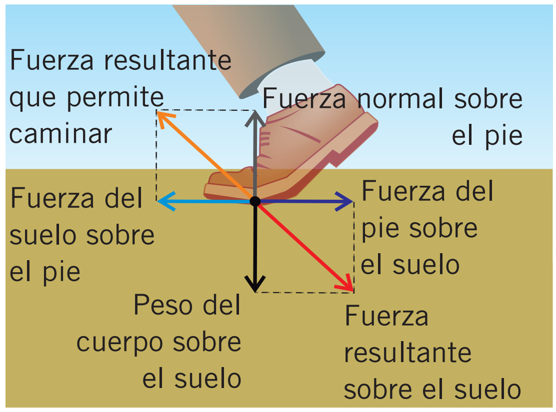


Fig. 20.

Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre un cuerpo B (llamada **acción**), este responde al cuerpo A ejerciendo una fuerza de igual valor, pero de sentido contrario (llamada **reacción**).

- La ley de acción y reacción supone que las fuerzas, como resultado de una interacción, actúan siempre por parejas.
- Las fuerzas de acción y reacción aparecen simultáneamente, pero no se anulan entre sí al actuar sobre objetos diferentes; por eso, provocan efectos distintos.
- La tercera ley de Newton explica fenómenos tan cotidianos como, por ejemplo, por qué podemos movernos cuando caminamos, por qué avanzan los aviones o cohetes, por qué rebota una pelota lanzada contra una pared, etc.

Ejemplo 11

Un caballo atado a un carro se niega a tirar de él al hacer el siguiente razonamiento: si yo ejerzo una fuerza sobre el carro, este realizará otra fuerza igual sobre mí y de sentido contrario, dado que ambas fuerzas se contrarrestan, por lo que no podré moverlo nunca. ¿En qué falla el razonamiento del caballo?

En la figura aparecen representadas las fuerzas horizontales sobre el caballo y el carro.
Aunque la acción y la reacción ($\vec{T}$ y -$\vec{T}$) existen simultáneamente, se realizan sobre cuerpos distintos. Así pues, la reacción que se ejerce sobre el caballo notiene ninguna influencia sobre el carro. Lo único que tiene quehacer el caballo es empujar con una fuerza $\vec{F}$ que supere a los rozamientos.

Como ves, es muy importante identificar correctamente las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo u objeto, sin mezclar las parejas acción-reacción.

Ejemplo 12

Calcula la fuerza horizontal con la que un futbolista debe golpear un balón de 350 g de masa para que este se desplace a $20\ m \cdot s^{-1}$, sabiendo que el impacto dura $0{,}10$ s.

- ¿Cuál es la fuerza que recibe el pie del futbolista?

COMPRENSIÓN. Sobre el balón existe un impulso mecánico que provoca el aumento de su momento lineal.

DATOS. $m = 0{,}350$ kg; $v0 = 0$; $v = 20\ m \cdot s\text{-}1$; $\Delta t = 0{,}10$ s

RESOLUCIÓN. A partir de la relación entre impulso mecánico y variación del momento lineal, podemos determinar la fuerza que ha de ejercerse sobre el balón:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p} - \vec{p}_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{m\,\vec{v}}{\Delta t} = \frac{0{,}350\ \text{kg} \cdot 20\,\vec{i}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{0{,}10\ \text{s}} = 70\,\vec{i}\ \text{N}$$

La fuerza que recibe el pie del futbolista será, de acuerdo con la tercera ley de Newton, de 70 N, y tendrá sentido contrario a la ejercida por él sobre el balón.

COMPROBACIÓN. Observa que la fuerza que se precisa no es demasiado grande, pues el tiempo de impacto es relativamente elevado.

Recuerda que debes ser riguroso en los cálculos necesarios para la **RESOLUCIÓN** de problemas y en la expresión de los resultados obtenidos.

Y TAMBIÉN: ¿?

Es importante que seas cuidadoso a la hora de utilizar la terminología en el caso de la fuerza normal y la fuerza peso. Recuerda que no se trata de un sistema de fuerzas de acción-reacción.

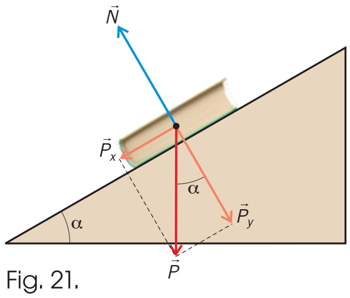


Fig. 21.

- Fuerza normal (plano inclinado). La fuerza normal tiene el mismo valor y sentido contrario que la componente del peso perpendicular a la superficie.

6. INTERACCIONES DE CONTACTO

La fuerza normal, tiene un origen microscópico, concretamente en una interacción electro-magnética entre las superficies de contacto entre dos cuerpos. Estas superficies sufren una interacción entre sus electrones, los cuales se rechazan entre sí, por acción de las fuerzas de Coulomb. De esta forma cuando ponemos un libro sobre una mesa horizontal, cerca de la superficie terrestre, las dos superficies se rechazan, pero el libro estará sometido también a una interacción gravitacional, por lo cual quedará en equilibrio. Si este escenario tuviese lugar en el espacio exterior, es decir en microgravedad, tanto la mesa como el libro puestos en contacto, se separarían.

La fuerza normal es la fuerza de contacto con la que una superficie tiende a rechazar o repeler un cuerpo apoyado sobre ella. Siempre es perpendicular a dicha superficie de contacto.

- En la figura 17, el libro actúa sobre la mesa con una componente de su peso, que existe independientemente de la mesa.

  La mesa es quien actúa sobre el libro por medio de la fuerza normal, como reacción a la acción del libro sobre ella. Debemos tener en cuenta que el peso y la normal no son par de acción y reacción; pero si lo son la fuerza que hace la superficie de la mesa sobre cuerpo, y la fuerza que hace el cuerpo sobre la mesa.
- Cuando la superficie de apoyo es horizontal y sobre el cuerpo no actúa ninguna fuerza vertical más que su peso y la fuerza normal, el valor de ambas fuerzas coincide. Si el cuerpo se encuentra sobre un plano inclinado, el valor de la fuerza normal no es igual a su peso.
- Si no existiese la fuerza normal, el cuerpo atravesaría la superficie sobre la que se apoya, debido a la acción de la gravedad.

Ejemplo 13

Un libro de 2,0 kg de masa se encuentra sobre un plano inclinado, que forma un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Cuánto vale la fuerza normal ejercida por el plano?

COMPRENSIÓN. Arriba se ha dibujado el diagrama de fuerzas que actúan sobre el libro. Observa que el peso se descompone en dos componentes: Px es la componente paralela del peso, y provoca la caída del libro por el plano; Py es la componente perpendicular del peso, y su efecto es mantener el libro en contacto con la superficie inclinada.

DATOS. $m = 2{,}0\ \text{kg}; \alpha = 30°; g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

RESOLUCIÓN. Para calcular las dos componentes del peso, hacemos uso de las razones trigonométricas seno y coseno:

$$P_y = m\ g\ \cos\alpha = 2{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \cos 30°$$

$$= 17\ \text{N};\ P_x = m\ g\ \text{sen}\ \alpha = 9{,}8\ \text{N}$$

De acuerdo con la primera y segunda leyes de Newton, puesto que el libro no experimenta desplazamiento en la dirección normal a la superficie, la fuerza normal será igual a la componente perpendicular del peso:

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m\ g\ \cos\alpha = 17\ \text{N}$$

COMPROBACIÓN. Los valores obtenidos para Px y Py son correctos, pues a partir de ambos podemos calcular el peso del libro. Con dos cifras significativas tenemos:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{(17\ \text{N})^2 + (9{,}8\ \text{N})^2} = 20\ \text{N};$$

$$m\ g = 2{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 20\ \text{N}$$

6.2. Fuerza de rozamiento

Podemos definir la fuerza de rozamiento como la fuerza existente entre las superficies de dos objetos que están en contacto, oponiéndose al movimiento relativo entre estos. Sus características, determinadas experimentalmente, son:

- Es paralela a las superficies en contacto y siempre se opone al movimiento relativo de los objetos implicados.
- Es proporcional a la fuerza normal.
- Depende de la naturaleza de dichas superficies, aunque no del área de contacto entre los cuerpos. La naturaleza y rugosidad de las superficies determinan el coeficiente de rozamiento.

La fuerza de rozamiento entre sólidos es el producto del coeficiente de rozamiento y la fuerza normal:

$$F_r = \mu\ N$$

Debemos distinguir entre dos tipos de fuerza de rozamiento, según el cuerpo esté en movimiento o en reposo sobre cierta superficie:

- **Fuerza de rozamiento estático**. Actúa cuando el cuerpo no se desliza, aunque sobre él exista una fuerza externa, F, por lo que su valor será igual a esta. Si F aumenta, también lo hace la fuerza de rozamiento, alcanzando su valor máximo justo antes de que el cuerpo empiece a deslizarse sobre la superficie:

$$F_{re\ máx.} = \mu_e\ N$$, donde μ_e es el coeficiente de rozamiento estático.

- **Fuerza de rozamiento dinámico**. Actúa a partir del momento en que el cuerpo se desliza sobre la superficie. Su valor depende del coeficiente de rozamiento dinámico (md) y no de la velocidad de deslizamiento:

$$F_{rd} = \mu_d\ N$$

Para dos superficies cualesquiera, el coeficiente de rozamiento estático es siempre mayor que el dinámico.

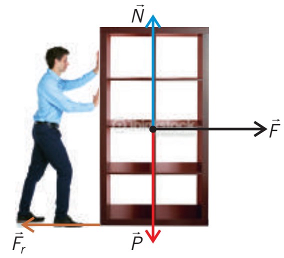


Fig. 18.

- **Fuerza de rozamiento.** La fuerza de rozamiento se opone al movimiento relativo de las superficies de dos objetos que están en contacto.

TIC

Consulta en la siguiente simulación los principales aspectos del rozamiento:

Visita:

http://goo.gl/loCFqx

Ejemplo 14

Considera el caso del ejemplo 6, donde ahora existe rozamiento entre el libro y el plano inclinado, siendo 0,20 y 0,10, respectivamente, los coeficientes de rozamiento estático y dinámico. Razona si el bloque comienza a deslizarse y, en caso afirmativo, calcula con qué aceleración lo hará. ¿Cómo determinarías experimentalmente el valor del coeficiente de rozamiento estático?

COMPRENSIÓN. El libro comenzará a moverse siempre que *Px* sea mayor o igual que la fuerza de rozamiento estático. Una vez en movimiento, entrará en acción la fuerza de rozamiento dinámico.

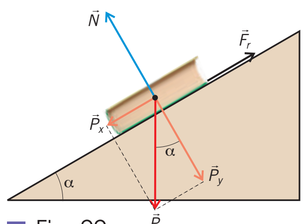


Fig. 22.

DATOS. m = 2,0 kg; α = 30°; μe = 0,20; μd = 0,10

RESOLUCIÓN. Hallamos la componente horizontal del peso:

$$P_x = m\ g\ \text{sen}\ \alpha = 2{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{sen}\ 30º = 9{,}8\ \text{N}$$

Por otra parte, la fuerza de rozamiento estático será:

$$F_{re} = \mu_e\ N = \mu_e\ P_y = \mu_e\ m\ g\ \cos\alpha = 3{,}4\ \text{N}$$

Como $P_x > F_{re}$, el libro comenzará a deslizarse por el plano inclinado. Para calcular con qué aceleración lo hará, aplicamos la segunda ley de Newton:

$$P_x - F_{rd} = m\ a \Rightarrow a = \frac{P_x - \mu_d\ m\ g\ \cos\alpha}{m} = 4{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para determinar experimentalmente el valor de μe, colocamos el libro sobre una superficie horizontal y la inclinamos poco a poco; cuando comience a resbalar, se cumplirá que:

$$P_x = F_{re} \Rightarrow \cancel{m}\ \cancel{g}\ \text{sen}\ \alpha = \mu_e\ \cancel{m}\ \cancel{g}\ \cos\alpha \Rightarrow \mu_e = \text{tg}\ \alpha$$

Así, midiendo la inclinación con un transportador, podemos calcular el valor del coeficiente μe.

COMPROBACIÓN. El resultado para la aceleración es coherente, pues podemos calcular que el libro caería con una aceleración de 4,9 m · s-2 en caso de no existir rozamiento.

TEN EN CUENTA QUE:

El peso máximo que puede soportar un ascensor (y que aparece siempre indicado) coincide con la tensión máxima que puede existir, con seguridad, en los cables de acero que lo sostienen.

Fig. 23.

- **Tensión en cuerdas y cables.** La fuerza ejercida sobre el extremo de la cuerda se transmite por ella y permite el avance de la caja.

6.3. Cuerpos enlazados: tensión

En la vida cotidiana empleamos cables o cuerdas para transmitir fuerzas de un punto a otro: grúas, poleas, ascensores...

> La tensión es la fuerza que se transmite a lo largo de una cuerda o cable cuando se ejerce una fuerza sobre uno de sus extremos.

Fíjate en la imagen de la izquierda. Cuando ejercemos una fuerza en el extremo de una cuerda (o cable), en realidad, estamos intentando separar las partículas (átomos y moléculas) que la forman; como están fuertemente unidas entre sí, entonces la fuerza ejercida sobre el extremo se transmite con el mismo valor a lo largo de la cuerda, de modo que actuará sobre el objeto al que está unida, provocando su movimiento. Esta fuerza es la tensión.

- Al realizar diagramas de fuerzas, debemos recordar que la tensión que se transmite por cuerdas y cables siempre tira del objeto al que están unidos. Es lo que sucede cuando un cuerpo en movimiento, unido a otro mediante una cuerda, provoca el desplazamiento de este último.
- En muchas ocasiones, por simplicidad, se considera que las cuerdas o cables son inextensibles y de masa despreciable: aunque al ejercer una fuerza sobre ellos siempre se producirá una deformación, esta es muy pequeña en comparación con la longitud de la cuerda; asimismo, tienen una masa mucho menor que la de los cuerpos a los que están unidos.
- Cuando la fuerza con que se tira de una cuerda o cable es mayor que la máxima tensión que es capaz de soportar, la cuerda o el cable se rompe.
- No existen fórmulas específicas para calcular la tensión: se determina de modo indirecto a partir de la aplicación de la segunda ley de Newton.

Ejemplo 15

Una grúa levanta un contenedor de $800\ \text{kg}$ con una aceleración de $0{,}50\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. Determina: a. la tensión que soporta el cable; b. la altura al cabo de 2 s, considerando que su movimiento comienza en el suelo; c. la tensión del cable si el contenedor sube con velocidad constante.

COMPRENSIÓN.
Observa que la tensión tiene el mismo sentido que el movimiento del contenedor, mientras que su peso tiene sentido contrario.

DATOS. $m = 800\ \text{kg}$; $a = 0{,}50\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $t = 2\ \text{s}$; $y_0 = 0$; $v_0 = 0$; $v = \text{cte.}$

RESOLUCIÓN. a. Si aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento del contenedor, tendremos que:

$$\vec{F}_{neta} = m\,\vec{a} \Rightarrow T - P = m\,a \Rightarrow$$
$$\Rightarrow T = P + m\,a = m\,g + m\,a = m\,(g + a) =$$
$$= 800\ \text{kg} \cdot (9{,}8 + 0{,}5)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 8{,}2 \cdot 10^3\ \text{N}$$

b. La segunda ley de Newton muestra que, cuando un objeto está sometido a la acción de una fuerza neta, entonces su movimiento será uniformemente acelerado en la misma dirección e igual sentido de dicha fuerza. Así pues:

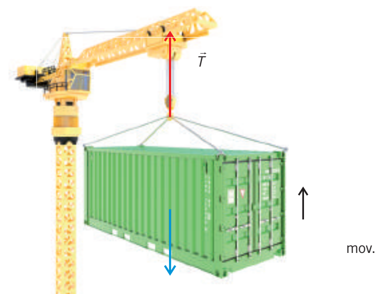


Fig. 24.

$$y = y_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}50\ \text{m} \cdot \cancel{\text{s}^{-2}} \cdot (2\ \cancel{\text{s}})^2 = 1\ \text{m}$$

c. Si el contenedor sube con velocidad constante, su aceleración será nula; aplicando de nuevo la segunda ley de Newton, tendremos que:

$$\vec{F}_{neta} = m\,\vec{a} \Rightarrow T - P = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow T = P = m\,g = 800\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 7{,}8 \cdot 10^3\ \text{N}$$

El valor de la tensión es mínimo cuando el contenedor sube con velocidad constante.

COMPROBACIÓN. Observa que se necesita una fuerza mayor si se pretende subir el contenedor con una cierta aceleración que haciéndolo con velocidad constante. Por ello, las grúas suelen elevar las cargas muy poco a poco.

6.4. Fuerzas elásticas: ley de Hooke

Los objetos **elásticos** son aquellos que se deforman debido a la acción de una fuerza (por ejemplo, un muelle o una pelota de caucho), pero recuperan su forma inicial una vez que cesa esta. Fue el científico inglés Robert Hooke (1635-1703) quien estableció de manera experimental las características de esta fuerza cuando su valor no es excesivamente grande:

- La deformación de un objeto elástico es directamente proporcional a la fuerza que se ha ejercido sobre él.
- De acuerdo con la tercera ley de Newton, la fuerza elástica con que este objeto responde a la fuerza que lo deforma tiene siempre sentido contrario a la deformación.

De esta manera, si F_{el} es la fuerza elástica y x es la deformación del objeto elástico como consecuencia de la acción de una fuerza externa, la **ley de Hooke** toma la siguiente forma:

$$\vec{F}_{el} = -k\,\vec{x}$$

El signo negativo nos indica que la fuerza elástica se opone a la fuerza externa (a la deformación).

En esta expresión, k es la **constante elástica**, cuyo valor nos da idea de la resistencia que opone el objeto elástico a ser deformado: cuanto mayor sea este valor, más difícil resultará deformar el objeto; esto es, más rígido será. Su unidad en el SI es el $N \cdot m^{-1}$.

La ley de Hooke explica el funcionamiento de los **dinamómetros**, aparatos que sirven para medir fuerzas. Están formados por un muelle o resorte de constante elástica conocida junto con una escala graduada que marca la fuerza con que se ha deformado el muelle, en función de su elongación.

TEN EN CUENTA QUE:

Si se somete un objeto elástico a una deformación muy grande, la fuerza elástica ya no es proporcional a la deformación (no se cumple la ley de Hooke), incluso puede sobrepasarse el llamado *límite elástico*, de modo que el objeto ya no recupera su forma original.

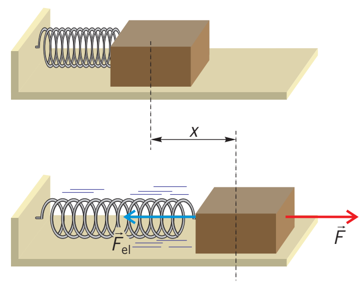


Fig. 25.

Ley de Hooke.
La fuerza elástica ejercida por el muelle es proporcional a la deformación, y tiene sentido contrario al de la fuerza que la origina.

Actividades

1. En la siguiente actividad, te mostramos cómo calcular los valores de la constante elástica de distintos muelles. Procede de la siguiente forma (para familiarizarte con el proceso, puedes ver el video que se muestra en http://goo.gl/oCQLjn):

Prepara el montaje experimental de la ilustración: con ayuda de una nuez y de una varilla horizontal, cuelga el muelle del soporte; usa otra nuez y una pinza para colocar una regla paralela al muelle.
Coloca en el portapesas las piezas necesarias hasta alcanzar 20 g. ¡Ten en cuenta la masa del portapesas!

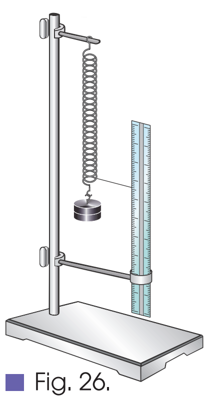


Fig. 26.

Para cada una de estas masas, utiliza la regla para medir la deformación del muelle, y anota dicha medida en una tabla como la que aparece a continuación. Procura que dicha medida sea lo más precisa posible. Repite este paso para una masa de 40 g y otra de 60 g.

MASA (g)	DEFORMACIÓN (m)	CONSTANTE ELÁSTICA ($N \cdot m^{-1}$)
20		
40		
60		
VALOR MEDIO DE LA CONSTANTE ELÁSTICA ($N \cdot m^{-1}$)		

Tabla 2.

Completa la tabla con el cálculo de los valores de la constante elástica y su valor medio. Para ello, aplicamos la condición de equilibrio: $\vec{F}_{neta} = m\,\vec{a} = 0 \Rightarrow P - F_{el} = 0 \Rightarrow m\,g = k\,x$

Y despejamos la constante elástica: $k = \dfrac{m\,g}{x}$

Repite el proceso para los otros muelles.
La constante elástica nos da una idea de la rigidez de un muelle.
Razona si los muelles más duros tienen una constante mayor o menor que los muelles más blandos.
Elabora un informe de la práctica: enumera el material empleado, **describe** el proceso seguido, presenta los resultados y **extrae** tus conclusiones.

7. DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, un auto que describe una rotonda con velocidad constante, el movimiento del electrón en el átomo desde el punto de vista de la física clásica... son todos ejemplos de cuerpos que se mueven con movimiento circular uniforme.

Las características de este movimiento son las siguientes:

- Su trayectoria es una circunferencia de radio R.
- El valor de la velocidad permanece constante, aunque su dirección y sentido cambian constantemente, pues es siempre tangente a la trayectoria.
- La aceleración tangencial es nula, pues el valor de la velocidad no cambia. Sin embargo, sí existe aceleración centrípeta (también llamada aceleración normal o radial), ya que la dirección y el sentido de la velocidad cambian durante el movimiento.

Observa en la ilustración del margen un auto que describe un movimiento circular uniforme de radio R. Su velocidad es tangente a la trayectoria (cambia de dirección constantemente) y la consiguiente aceleración centrípeta está dirigida hacia el centro de la circunferencia.

Esta aceleración depende de la velocidad del auto y del radio de la circunferencia que describe; su valor aumentará cuanto mayor sea la velocidad y menor el radio:

$$a_C = \frac{v^2}{R}$$

A partir de esta expresión, podemos deducir que, si un auto toma una curva cerrada (su radio R es pequeño), deberá hacerlo a una velocidad no muy elevada, pues, en caso contrario, el rozamiento entre las ruedas y el asfalto no sería capaz de generar la aceleración centrípeta necesaria para impedir que se salga de la curva en la dirección tangente.

Si la curva es abierta (su radio R, es grande), entonces podrá tomarse a mayor velocidad, pues la aceleración centrípeta es inversamente proporcional al radio.

Esta es la razón de la existencia de señales de tráfico que limitan la velocidad permitida en la entrada de las curvas cerradas. Estas velocidades son determinadas por ingenieros que tienen en cuenta las características de la vía.

Si reflexionamos sobre las consecuencias que, para uno mismo y para los demás, puede tener el hecho de no respetar tales señales, concluiremos que las normas de circulación son normas de convivencia que debemos respetar.

TIC

En la página web puedes observar, mediante una simulación, cómo varían los vectores velocidad y aceleración centrípeta durante el movimiento circular de los objetos.

Visita:

http://goo.gl/CkyYS5

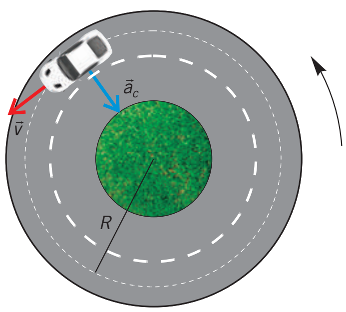


Fig. 27.

- **Aceleración centrípeta.** La aceleración centrípeta de un auto que describe un movimiento circular uniforme va dirigida hacia el centro de su trayectoria.

Y TAMBIÉN:

Es imposible que un objeto gire, aunque lo haga a velocidad constante, si no está sometido a una aceleración (y, por tanto, a una fuerza).

7.1. Fuerza centrípeta

Hemos visto que, cuando un objeto describe un movimiento circular uniforme, está sometido a una aceleración dirigida hacia el centro de su trayectoria, llamada aceleración normal o centrípeta. En este caso, la segunda ley de Newton establece la existencia de una fuerza neta sobre el objeto, que recibe el nombre de fuerza centrípeta. Así pues, podemos concluir que:

> La fuerza centrípeta es la fuerza neta ejercida sobre un objeto que describe un movimiento circular uniforme. Va dirigida desde el objeto hacia el centro de su trayectoria circular.

Así, la función de la fuerza centrípeta es impedir que el cuerpo que gira se escape de su trayectoria en la dirección y el sentido de su velocidad. Su existencia puede deberse a diversas causas:

- Para un objeto atado a una cuerda que gira horizontalmente, la fuerza centrípeta es proporcionada por la tensión de la cuerda. Si gira verticalmente, la fuerza centrípeta es proporcionada por la composición de la tensión de la cuerda y el peso del objeto.
- En el caso, por ejemplo, del giro de la Tierra alrededor del Sol, la fuerza centrípeta es proporcionada por la fuerza de atracción gravitatoria entre ambos.
- En el caso de un auto que describe una curva, la fuerza centrípeta es proporcionada por la fuerza de rozamiento.

Y TAMBIÉN: ¿?

Las leyes de Newton son válidas únicamente en sistemas de referencia inerciales (en reposo o que se mueven con MRU). La Tierra es un sistema no inercial, pues está sometida a una aceleración. Ello supone que la validez de las leyes de Newton está supeditada a la introducción de unas correcciones, llamadas fuerzas ficticias, que tienen en cuenta meteorólogos, ingenieros aeronáuticos, etc.

Del mismo modo, si estudiáramos el MCU desde un sistema de referencia situado en el objeto que gira, se trataría de un sistema de referencia acelerado, y en el estudio del movimiento deberíamos considerar una fuerza ficticia (no real) llamada centrífuga, que tiene el mismo valor que la centrípeta y sentido contrario.

Ejemplo 16

Del techo de un vehículo cuelga una cuerda de la que se encuentra suspendido un objeto de 900 g, de modo que, cuando el vehículo toma una curva a $38{,}0\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, la cuerda se desvía $6°$ de la vertical. **Calcula** el radio de la curva y la tensión de la cuerda.

COMPRENSIÓN. El objeto describe la curva junto al vehículo, por lo que está sometido a una fuerza centrípeta ejercida por la componente horizontal de la tensión de la cuerda.

DATOS. $m = 900\ \text{g} = 0{,}900\ \text{kg};\ v = 38{,}0\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = 10{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1};\ \alpha = 6°$

RESOLUCIÓN. En la dirección vertical, el peso será igual a la componente vertical de la tensión, Ty. Podemos calcular entonces la tensión que soporta la cuerda:

$$P = T_y \Rightarrow m\ g = T\ \cos\alpha \Rightarrow T = \frac{m\ g}{\cos\alpha} = 8{,}9\ \text{N}$$

En la dirección horizontal, la fuerza centrípeta deberá ser igual que la componente horizontal de la tensión, T_x:

$$F_c = T_x \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = T\ \text{sen}\ \alpha$$

Por tanto, el radio de la curva que ha tomado el vehículo será:

$$R = \frac{m\,v^2}{T\ \text{sen}\ \alpha} = \frac{0{,}900\ \text{kg} \cdot (10{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{8{,}9\ \text{N} \cdot \text{sen}\ 6°} = 1{,}1 \cdot 10^2\ \text{m}$$

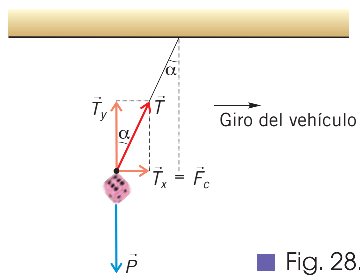


Fig. 28.

COMPROBACIÓN. La tensión que soporta la cuerda es algo mayor que el peso del objeto, pues este apenas se desvía. La fuerza centrípeta tiene un valor no muy elevado ($0{,}9$ N), de lo que deducimos que la curva que toma el auto es muy abierta (elevado radio).

8. DINÁMICA DE ROTACIÓN

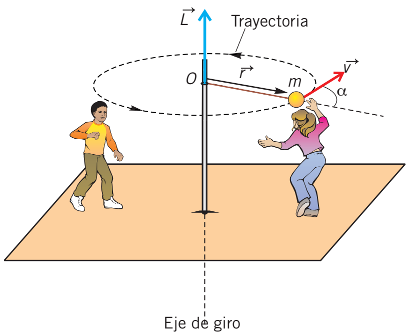


Fig. 29.

Momento angular de una partícula que gira respecto a un punto O.

Existen muchos fenómenos naturales en los que un cuerpo realiza movimientos de rotación: la Tierra, las ruedas, las poleas y los engranajes... Todos estos movimientos se inician gracias a la acción del momento de una fuerza, el cual produce un cambio en la velocidad angular (de la misma manera que las fuerzas generan cambios en la velocidad lineal de un cuerpo).

Una vez que, por ejemplo, una rueda se encuentra en rotación, su tendencia es la de seguir girando con MCU (al igual que la tendencia de un cuerpo que se desplaza es la de mantener un MRU, de acuerdo con la primera ley de Newton). Este hecho pone en evidencia la existencia de una magnitud similar al momento lineal, pero relacionada con el movimiento de rotación. Esta magnitud es el **momento angular o cinético**.

8.1. Momento angular

Considera una partícula de masa m y velocidad v que gira en torno a un eje que se encuentra a una distancia r. El **momento angular de la partícula** con respecto al punto O se designa por $\vec{L}$, y es una **magnitud vectorial** con las siguientes características:

- Su **módulo** es proporcional a la distancia r, al momento lineal de la partícula p y al seno del ángulo que forman ambos:

$$L = r\,p\,\text{sen}\,\alpha = r\,m\,v\,\text{sen}\,\alpha$$

  Su unidad en el SI es el $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$.

- Su **dirección** es perpendicular al plano que forman los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$.
- Su **sentido** viene determinado por la regla del sacacorchos; es decir, por el sentido de avance de un sacacorchos que gira desde el vector $\vec{r}$ hacia el vector $\vec{v}$, coincidiendo el origen de ambos y por el camino más corto. Así, el momento angular está dirigido hacia arriba, cuando el giro es antihorario, y hacia abajo, cuando es horario.

Ejemplo 17

Una niña de 30 kg de masa se halla subida a un caballito situado justo en el borde de un tiovivo de $3{,}0$ m de diámetro. **Halla** su momento angular (con respecto al eje de giro) mientras el tiovivo gira a 85 r. p. m.

COMPRENSIÓN. La niña posee momento angular porque gira a una distancia no nula del eje de giro, que, en este caso, es igual al radio del tiovivo.

DATOS. $m = 30$ kg; $r = R = 1{,}5$ m; $\omega = 85$ r .p. m. $= 8{,}9$ rad $\cdot$ s^{-1}; $a = 90°$

RESOLUCIÓN. El momento angular es perpendicular al plano del tiovivo, y su sentido viene indicado en la figura. Teniendo en cuenta que $v = \omega\, r$:

$$L = r\,m\,v\,\text{sen}\,\alpha = r^2\,m\,\omega\,\text{sen}\,90° = 1{,}5^2\ m^2 \cdot 30\ kg \cdot 8{,}9\ rad{\cdot}s^{-1} =$$
$$= 6{,}0 \cdot 102\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$$

COMPROBACIÓN. Observa que, al tratarse de un MCU, $\vec{r}$ y $\vec{v}$ son perpendiculares, por lo que sen $\alpha = 1$ y el momento angular alcanza su máximo valor posible.

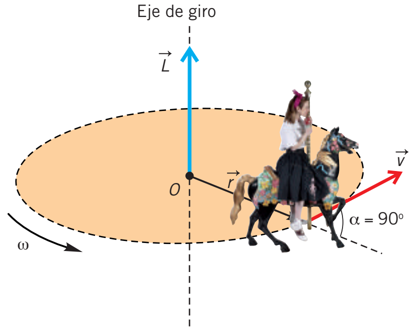


Fig. 30.

8.2. Relación entre el momento de una fuerza y el momento angular

¿Cómo variará el momento angular de una partícula que gira de manera que cambia el módulo de su velocidad conforme avanza el tiempo? De acuerdo con lo explicado previamente, dicha variación tendrá lugar de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = r \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ sen } \alpha$$

En la expresión anterior, hemos considerado, por simplicidad, que el ángulo que forman los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ es siempre el mismo.

Ahora bien, conforme a la segunda ley de Newton, el cambio en el tiempo del momento lineal es debido a la acción de una fuerza neta sobre el cuerpo:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación anterior, se deduce que el ritmo de variación del momento angular de un cuerpo es igual al momento M de la fuerza aplicada sobre él:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = r\ F \text{ sen } \alpha = M$$

Es decir, hemos llegado a la siguiente conclusión:

> Cuando existe un momento de fuerza sobre una partícula, entonces su momento angular cambia conforme transcurre el tiempo.

Esta conclusión está de acuerdo con lo que hemos estudiado: el momento angular es la magnitud que caracteriza a cualquier partícula que esté girando. Observa, además, que el momento de una fuerza y el momento angular están relacionados exactamente de la misma manera en que lo están la fuerza y el momento lineal en la segunda ley de Newton.

La siguiente tabla muestra la relación entre las magnitudes lineales y angulares. Fíjate en que ambos tipos de magnitudes están siempre relacionadas a través de *r*, que es la distancia entre la partícula y el eje de giro:

MAGNITUDES ANGULARES	MAGNITUDES LINEALES
Ángulo descrito (rad): $\Delta\varphi$	Distancia recorrida (m): $\Delta s = r\ \Delta\varphi$
Velocidad angular ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$): ω	Velocidad lineal ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$): $v = \omega\ r$
Aceleración angular ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$): α	Aceleración tangencial ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$): $a_t = \alpha r$
Momento angular de una masa puntual ($\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$): $L = r\ m\ v \text{ sen } \alpha = r\ p \text{ sen } \alpha$	Momento lineal ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$): $p = m\ v$
Momento de una fuerza ($\text{N} \cdot \text{m}$) y ecuación fundamental de la dinámica de rotación: $M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$	Fuerza (N) y ecuación fundamental de la dinámica: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

TEN EN CUENTA QUE:

Para ser más rigurosos, la relación entre el momento de una fuerza y la variación del momento angular debe expresarse en la forma:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Esta ecuación recibe el nombre de **ecuación fundamental de la dinámica de rotación.**

Y TAMBIÉN:

En el caso de un cuerpo extenso discreto, formado por n partículas, su momento angular total será la suma de los momentos angulares con respecto al punto de giro O de todas las partículas que lo integran:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i$$

Si suponemos que el movimiento de cada partícula es circular, se cumple que:

$$L_i = m_i r_i v_i \text{ sen } 90^{\circ} = m_i r_i v_i = m_i r_i^2 \omega$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \omega \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = I\ \omega$$

A la magnitud escalar:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

se le llama **momento de inercia** del cuerpo con respecto al eje de giro.

Su valor depende del eje de giro y de la distribución de masa del cuerpo con respecto a dicho eje. Así, por ejemplo, el momento de inercia de un **anillo** de masa M y radio R que gira en torno a un eje que pasa por su centro y es perpendicular al anillo, es $I = MR^2$; es decir, coincide con el de una partícula. Esta expresión también es válida para un **cilindro hueco** que gira alrededor de su eje, pero no lo es para otros cuerpos como, por ejemplo, varas, discos, cilindros macizos o esferas.

8.3. Conservación del momento angular

Del mismo modo que ocurre con el momento lineal, es inmediato deducir un teorema de conservación para el momento angular:

Si el momento resultante, respecto a un punto O, de las fuerzas aplicadas a una partícula es nulo, el momento angular de la partícula respecto al punto O se conserva (permanece constante).

En efecto, sabemos que, si sobre una partícula existe un momento de fuerza, su momento angular cambia conforme transcurre el tiempo:

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

Lógicamente, si $M = 0$, entonces se cumplirá que:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = 0 \Rightarrow L = \text{cte.}$$

La ley de conservación del momento angular es una de las leyes fundamentales de la naturaleza. Es válida en todos los ámbitos, desde el microscópico (por ejemplo, el momento angular de un electrón es constante) hasta el macroscópico, en que encontramos multitud de situaciones donde se cumple este principio:

- Cuando una patinadora sobre hielo gira sobre sí misma, si pliega los brazos hacia su cuerpo, disminuye la distancia entre estos y el eje de giro (que es su cuerpo), por lo que su velocidad angular debe aumentar para que su momento angular permanezca constante.
- Lo mismo sucede con los saltadores de trampolín, que pliegan sobre su cuerpo piernas y brazos para lograr girar durante su caída.

Y TAMBIÉN: ¿?

Para que el momento de las fuerzas exteriores aplicadas sea cero y se conserve el momento angular, debe cumplirse una de las siguientes condiciones:

- Que no existan fuerzas exteriores.
- Que exista alguna fuerza exterior, pero su momento sea cero. Ya sea porque $r = 0$, o porque la fuerza sea paralela a r (y, por tanto, $\alpha = 0°$ y $\text{sen}\ \alpha = 0$).

  Las fuerzas que cumplen el ser paralelas a r se llaman **fuerzas centrales**.

http://goo.gl/Y4Ul43

- **Conservación del momento angular.** La patinadora consigue girar con mayor rapidez sobre sí misma plegando los brazos sobre su cuerpo.

Ejemplo 18

Un aro de masa m y radio R está girando con velocidad angular ω_0 alrededor de un eje sin rozamiento. Cae sobre otro aro exactamente igual, inicialmente en reposo sobre el mismo eje. Debido al rozamiento superficial, los dos aros adquieren finalmente una velocidad angular común. ¿Cuánto vale dicha velocidad?

COMPRENSIÓN. Cada aro ejerce un momento sobre el otro, pero no existe ningún momento de fuerza externo sobre el sistema compuesto por ambos, por lo que el momento angular total del sistema permanecerá constante.

DATOS. m; R; ω0

RESOLUCIÓN. El momento angular inicial es el del primer aro:

$$L_0 = r\ m\ v\ \text{sen}\ \alpha = R^2\ m\ \omega_0\ \text{sen}\ 90° = R^2\ m\ \omega_0$$

Cuando ambos giren juntos, el momento angular total final será:

$$Lf = R^2 m\ \omega + R^2 m\ \omega = 2\ R^2 m\ \omega$$

Puesto que se conserva el momento angular, igualando ambos momentos angulares y despejando ω, obtenemos:

$$\omega = \omega_0 / 2$$

COMPRENSIÓN. La velocidad angular disminuye al juntarse ambos aros porque el momento angular inicial debe repartirse entre los dos una vez que se unen.

9. LEYES DE KEPLER

¿Por qué los planetas del sistema solar giran en torno al Sol? ¿Cómo es posible que los planetas puedan moverse sin necesidad de un «motor» que los impulse? ¿Hay leyes que expliquen el movimiento de los planetas?

El ser humano lleva formulándose estas preguntas desde hace cientos de años, aunque no se respondieron de forma coherente hasta la irrupción de Kepler y, posteriormente, Newton, como veremos en los dos primeros apartados de la unidad.

Y TAMBIÉN: ¿?

El movimiento circular uniforme era considerado, desde los griegos hasta el siglo XVI, como el movimiento naturalmente perfecto de los cuerpos celestes. Todos los demás movimientos se consideraban «violentos».

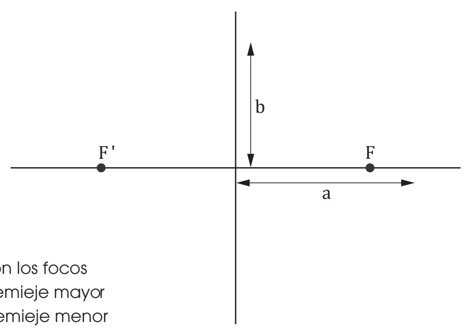
Las leyes de Kepler explican cómo es el movimiento de los planetas alrededor del Sol y son el resultado de minuciosas observaciones realizadas durante muchos años; por este motivo, decimos que son leyes empíricas.

9.1. Ley de las órbitas

Para ajustar los datos recopilados por su maestro Tycho Brahe y buscando la forma de retocar la teoría heliocéntrica de Copérnico para que fuera totalmente compatible con ellos, Kepler desechó la idea de que los planetas seguían trayectorias circulares en su movimiento de rotación alrededor del Sol: si se admitía que la **elipse** era la trayectoria natural de los cuerpos celestes, se obtenía un esquema del sistema solar de gran simplicidad.

Todos los planetas se mueven describiendo órbitas elípticas en torno al Sol, localizado en uno de los focos de la elipse.

Recuerda que una elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.



F y F' son los focos
a es el semieje mayor
b es el semieje menor

Fig. 31.

La primera ley de Kepler permite eliminar todos los epiciclos, deferentes y excéntricos (movimientos circulares de los planetas que se superponen a su movimiento circular en torno al Sol) que era necesario añadir a la teoría de Copérnico o, a fin de que esta se correspondiera con las observaciones realizadas por Brahe. Sin embargo, quedan algunos interrogantes, pues aunque la primera ley de Kepler nos da todas las localizaciones posibles de un planeta, no nos dice:

- Cuándo un planeta estará en una cualquiera de estas posiciones.
- Cómo varía la velocidad del planeta conforme recorre su órbita (cualquier astrónomo contemporáneo de Kepler sabía que el Sol parecía moverse más rápido a través de las estrellas en invierno que en verano, lo cual debía obedecer a alguna explicación lógica que la primera ley de Kepler no aporta). Estas preguntas llevaron a Kepler a seguir estudiando las tablas de datos astronómicos recopiladas por él y por su maestro Tycho Brahe. De este estudio y de su obsesión por los números, dedujo las dos leyes que siguen a continuación.

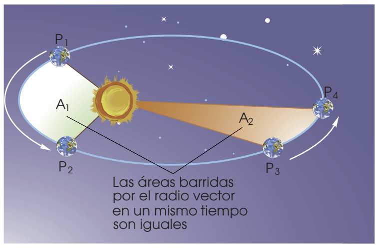


Fig. 32.

Trayectoria elíptica de un planeta alrededor del Sol, ilustrando la segunda ley de Kepler

9.2. Ley de las áreas

Kepler necesitaba la relación matemática entre las velocidades de un planeta en dos posiciones distintas de su órbita, con el fin de determinar el movimiento del planeta de una forma sencilla. Para intentar encontrar tal relación, analizó con detenimiento el enorme volumen de datos de que disponía y partió de tres hipótesis para deducir una ley general. Asombrosamente, llegó a un resultado correcto a partir de tres premisas incorrectas, como veremos a continuación:

- En **primer lugar**, consideraba que entre el Sol y cada planeta debía existir una fuerza atractiva inversamente proporcional a la distancia de separación entre ambos.

  De acuerdo con las ideas aristotélicas imperantes en la época, la velocidad del planeta era proporcional a la fuerza que lo impulsaba, esto es, inversamente proporcional a la distancia. Así, el tiempo que tardaba un planeta en recorrer una pequeña distancia a lo largo de su trayectoria era proporcional a su distancia al Sol.

- En **segundo lugar**, para calcular el tiempo que tarda un planeta en cubrir una distancia grande (durante la cual cambia la distancia entre este y el Sol), consideró que había que sumar todas las distancias entre el planeta y el Sol para cada uno de los pequeños arcos que componen este gran recorrido.

  La suma de estas distancias es igual al área barrida por la línea trazada desde el Sol hasta el planeta, de modo que el tiempo que tarda un planeta en recorrer una determinada distancia es proporcional al área barrida por la línea planeta-Sol.

- En **tercer lugar**, consideró que las órbitas de los planetas eran circulares. Aunque realmente esta aproximación no era necesaria, es bastante aceptable para casi todas las órbitas planetarias.

Y TAMBIÉN:

La excentricidad e de una curva nos indica cuantitativamente cuánto se desvía su forma de la de una circunferencia (cuya excentricidad es 0).

La excentricidad de una elipse está comprendida entre cero y uno, y se calcula de la siguiente manera:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

Las excentricidades de las trayectorias elípticas de los planetas son, con pequeñas variaciones entre ellas, prácticamente iguales a 0.

TIC

¿Qué es la velocidad areolar? Ayúdate de la siguiente simulación para entender perfectamente su significado:

Visita:

http://goo.gl/X2XHf4

A partir de las tres hipótesis anteriores, llegó a la siguiente conclusión:

El vector de posición de un planeta con respecto al Sol barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.

Ejemplo 19

La Tierra está más cerca del Sol durante el invierno boreal (en el hemisferio norte) que en verano. Tanto enero como julio tienen 31 días. ¿En cuál de esos meses recorre la Tierra mayor distancia en su trayectoria? Justifica tu respuesta.

COMPRENSIÓN. Debemos comparar la velocidad de la Tierra en dos tramos distintos de su trayectoria, que recorre en un mismo tiempo.

DATOS. $t = 31$ días; $d_{T\text{-}S}(\text{invierno}) < d_{T\text{-}S}(\text{verano})$

RESOLUCIÓN. De acuerdo con la segunda ley de Kepler, el vector de posición de la Tierra barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales. Por ello, la Tierra se mueve más rápido cuando está cerca del Sol (en enero) que cuando está lejos (en julio).

COMPROBACIÓN. La conclusión obtenida está de acuerdo con la simple observación.

9.3. Ley de los períodos

A pesar de haber enunciado las dos leyes anteriores, Kepler aún no se encontraba del todo conforme, pues no había hallado ninguna relación entre los movimientos de los distintos planetas: cada uno parecía tener su órbita elíptica propia y su propia velocidad, pero no existía un modelo general para todos ellos.

Convencido como estaba de que debía existir una relación matemática entre las características del movimiento planetario, y después de muchos años de profundo análisis de los datos recopilados por Tycho Brahe, llegó a una relación entre el período de cada planeta (tiempo que tarda en describir una órbita completa alrededor del Sol) y el radio medio de su órbita (en el caso de una órbita elíptica, el semieje mayor de la elipse):

Y TAMBIÉN: ¿?

Las leyes de los períodos y de las áreas fueron enunciadas en 1618, mientras que la de las órbitas lo fue en 1609. Kepler necesitó casi una década de estudio de la ingente información astronómica de que disponía para poder llegar a ellas.

El cuadrado del período de revolución de un planeta alrededor del Sol es proporcional al cubo del semieje mayor de la elipse que describe en su movimiento.

Matemáticamente, la **tercera ley de Kepler** puede expresarse de la siguiente manera:

$$T^2 = k\, r^3$$

donde T es el período de revolución del planeta, r es el semieje mayor de la elipse que describe y k es una constante que tiene el mismo valor para todos los planetas. Podemos hacer algunas observaciones a esta ley:

- Si consideramos, por simplicidad, que la trayectoria de un planeta es circular, entonces r será el radio. Esta aproximación es razonablemente válida para casi todos los planetas del sistema solar.
- La ley de los períodos puede utilizarse para calcular el valor del período de un planeta si se conoce su radio orbital, o viceversa, comparándolos con el radio y el período de un determinado planeta (por ejemplo, la Tierra).

Ejemplo 20

El radio orbital de Júpiter es, aproximadamente, cinco veces mayor que el radio orbital de la Tierra en torno al Sol. Razona cómo estarán relacionados los períodos de revolución alrededor del Sol de ambos planetas. Considera que describen órbitas circulares.

COMPRENSIÓN. El período de un planeta y su radio orbital están relacionados de manera sencilla por la tercera ley de Kepler. La constante que aparece en la ecuación es la misma para ambos planetas.

DATOS. $r_J = 5\, r_T$

RESOLUCIÓN. Si aplicamos la tercera ley de Kepler a la Tierra, obtenemos: $T_{T2} = k\, r_{T3}$
Si procedemos de igual manera con Júpiter, resultará que: $T_J^{\,2} = k\, r_J^{\,3}$
Como la constante que aparece en la tercera ley de Kepler es la misma para la Tierra y Júpiter, si calculamos el cociente de ambas expresiones podemos deducir cómo estarán relacionados los períodos de revolución de los dos planetas:

$$\frac{T_J^2}{T_T^2} = \frac{r_J^3}{r_T^3} \Rightarrow \frac{T_J}{T_T} = \left(\frac{r_J}{r_T}\right)^{3/2} = 5^{3/2} = 11$$

De la relación anterior, deducimos que el período de revolución de Júpiter en torno al Sol es once veces mayor que el período orbital de la Tierra.

COMPROBACIÓN. Si consideramos que el período de revolución de la Tierra alrededor del Sol es de un año, entonces Júpiter tardará once años en completar su órbita en torno al Sol. El resultado es lógico si pensamos que cuanto mayor sea la distancia entre el Sol y el planeta, mayor tiempo necesitará este para describir su órbita.
Recuerda ser riguroso en los cálculos y en la expresión de los resultados.

10. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

Y TAMBIÉN ¿?

Para aplicar la ley de gravitación universal a cuerpos con cierto volumen, como la Tierra y la Luna, supondremos que toda su masa está concentrada en su centro (**centro de masas** o **centro de gravedad**), de manera que *r* es la distancia entre los centros de ambos cuerpos

Entre la Tierra y el Sol, existe una distancia de varios millones de kilómetros. ¿Cómo es entonces posible que la Tierra lleve millones de años orbitando en torno a él? Fue Newton quien postuló la existencia de una fuerza a distancia que explica dicho movimiento, a la que llamó **fuerza gravitatoria**.

Con su **ley de gravitación universal**, Newton dio respuesta racional (el porqué) al comportamiento de los planetas descrito por las leyes de Kepler.

10.1. Ley de gravitación universal de Newton

En 1686 el científico inglés Isaac Newton formuló matemáticamente la expresión de la **fuerza de atracción gravitatoria** que se ejercen dos partículas, denominada **ley de gravitación universal**.

Dos partículas materiales cualesquiera del universo **se atraen** entre sí con una **fuerza directamente proporcional** al **producto de sus masas** e **inversamente proporcional al cuadrado** de la **distancia** que las separa.

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1\, m_2}{r_{12}^2}\,\vec{u}_{12};\quad \vec{F}_{21} = -G\frac{m_1\, m_2}{r_{12}^2}\,\vec{u}_{21};\quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

De la expresión anterior, podemos extraer algunas conclusiones:

- La **masa** es la propiedad de la materia que origina la existencia de fuerzas gravitatorias atractivas entre los cuerpos.
- El **signo negativo** de la expresión matemática indica que la **fuerza gravitatoria** tiene **sentido contrario** al **vector unitario**: es de **carácter atractivo**.
- La **constante de proporcionalidad, G**, o **constante de gravitación universal** tiene el mismo valor en cualquier lugar del universo. Un siglo después de ser enunciada esta ley, Henry Cavendish (1731-1810), con ayuda de una balanza de torsión, determinó experimentalmente su valor. Actualmente se toma el valor $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.
- Este valor tan pequeño de G explica por qué las fuerzas gravitatorias son de escasa intensidad entre cuerpos de masas relativamente pequeñas y de gran intensidad entre cuerpos de gran masa, como planetas, satélites...

Ejemplo 21

Veamos cómo la fuerza de atracción de dos compañeros de clase de $52\ \mathrm{kg}$ y $65\ \mathrm{kg}$, separados por una distancia de $0{,}8\ \mathrm{m}$, tiene un valor muy pequeño.

COMPRENSIÓN. Entre dos masas existe una fuerza atractiva, llamada fuerza gravitatoria, que depende de dichas masas y de la distancia que las separa.

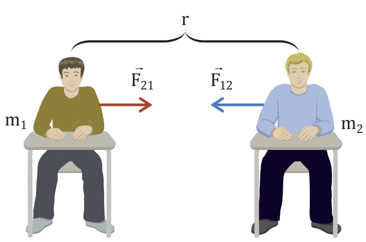


Fig. 33.

DATOS: $m_1 = 52\ \mathrm{kg}$; $m_2 = 65\ \mathrm{kg}$; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $r = 0{,}80\ \mathrm{m}$

RESOLUCIÓN. Aplicamos la expresión matemática de la ley de gravitación universal.

$$F_{12} = F_{21} = F = G\frac{m_1\, m_2}{r^2}$$

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N} \cdot \cancel{\mathrm{m^2}} \cdot \cancel{\mathrm{kg^{-2}}} \cdot \frac{52\ \cancel{\mathrm{kg}} \cdot 65\ \cancel{\mathrm{kg}}}{(0{,}80\ \cancel{\mathrm{m}})^2} = 3{,}5 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$$

COMPROBACIÓN. La distancia debe ser muy pequeña para que la fuerza gravitatoria sea apreciable.

Fuerza gravitatoria, momento angular y leyes de Kepler

Hemos visto que, para deducir las leyes del movimiento planetario, Kepler consideró que existía una fuerza atractiva entre el Sol y cada planeta. Ahora sabemos que las características de esta fuerza vienen determinadas por la ley de gravitación universal de Newton. La fuerza gravitatoria con que se atraen dos objetos es un ejemplo de fuerza central:

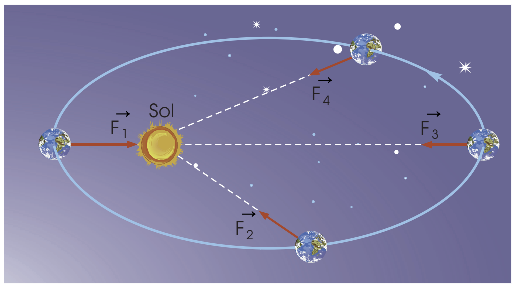


Fig. 34.

La fuerza gravitaroria es una fuerza central

> Una fuerza central es aquella que va siempre dirigida hacia un mismo punto o, lo que es lo mismo, aquella que va siempre dirigida a lo largo de la línea que une los objetos que interactúan.

Observa en la figura del margen que la fuerza gravitatoria es paralela al vector de posición del planeta respecto al Sol, por lo que su **momento de fuerza** en relación con el Sol será nulo:

$$M = F\, r \operatorname{sen} \alpha = F\, r \operatorname{sen} 180^{\circ} = 0$$

Finalmente, de acuerdo con el teorema de conservación del momento angular, al ser nulo el momento de la fuerza gravitatoria, deducimos que el momento angular del planeta con respecto al Sol permanecerá constante.

Ahora bien, el **momento angular** es una magnitud vectorial, de manera que si permanece constante deberán ser constantes su módulo, dirección y sentido:

- Consideremos, por simplicidad, que la órbita del planeta es circular. Entonces, si el **módulo** del momento angular es **constante**, se cumple:

$$L = r\, m\, v \operatorname{sen} \alpha = r\, m\, v \operatorname{sen} 90^{\circ} = r\, m\, v = cte$$

- Si consideramos el valor del momento angular en el afelio (punto de la órbita más lejano al Sol) y en el perihelio (punto más cercano), entonces:

$$r_a\, \cancel{m}\, v_a = r_p\, \cancel{m}\, v_p$$

- La expresión obtenida nos indica que cuanto más lejos se encuentre el planeta del Sol, menor deberá ser su velocidad (y viceversa). Así queda justificada la **segunda ley de Kepler**.
- Si la **dirección** del momento angular es **constante**, entonces los vectores posición y velocidad del planeta deberán estar siempre en el mismo plano perpendicular a L. Por lo tanto, las órbitas son planas: **cada planeta se mueve siempre en el mismo plano orbital**.
- Si el **sentido** del momento angular es **constante**, el sentido de giro de cada planeta deberá ser siempre el mismo.

Para terminar, podemos deducir la **tercera ley de Kepler** a partir de la ley de gravitación universal de Newton. Es sencillo si tenemos en cuenta que la fuerza de atracción gravitatoria entre el Sol y el planeta es la fuerza centrípeta que mantiene a este en su órbita circular con MCU de período T:

$$F = F_C \Rightarrow G\frac{M_S\, \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_S}{r}$$

$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{GM_S}{r} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_S} r^3$$

Observa que se trata, exactamente, de la tercera ley de Kepler. La constante de proporcionalidad que en ella aparece depende de G y de la masa del Sol, y no de las características del planeta (Kepler afirmó que la constante debía ser la misma para cualquier planeta del sistema solar).

10.2. Campo gravitatorio

TIC

Puedes consultar de forma interactiva las características del campo gravitatorio en la siguiente página:

Visita:

http://goo.gl/pXC6AR

Si el Sol es capaz de atraer a planetas situados a millones de kilómetros, es porque debe provocar una perturbación en el espacio que lo rodea y que causa una fuerza atractiva, la fuerza de atracción gravitatoria, entre él y los planetas.

Un campo es la perturbación que una partícula produce en el espacio que la rodea y que hace que otra partícula de las mismas características se vea afectada por la presencia de la primera.

Observa que las interacciones no tienen lugar directamente entre las partículas, sino entre cada una de ellas y el campo producido por otra.

El campo gravitatorio es una perturbación que una partícula genera a su alrededor por el hecho de tener masa, y que actúa sobre cualquier otra masa cercana a ella.

Así, una masa m que se encuentre cerca de otra masa *M* se hallará dentro del campo gravitatorio generado por esta. Este campo generado en cada punto del espacio (también llamado **intensidad del campo gravitatorio**, $\vec{g}$) se define como la **fuerza gravitatoria** que se ejerce sobre la unidad de masa situada en ese punto.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G\dfrac{M \cdot \cancel{m}}{r^2}\vec{u}}{\cancel{m}}; \quad \vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u} \Rightarrow g = G\frac{M}{r^2}$$

De la expresión anterior, podemos extraer las siguientes conclusiones:

- El campo gravitatorio tiene carácter vectorial, atractivo y central, esto es, va dirigido hacia la masa que lo crea. Por ello, podemos representarlo gráficamente mediante líneas de fuerza, que son líneas imaginarias que describen el movimiento de una masa sometida al campo gravitatorio. Son radiales, nacen en el infinito y terminan en la masa que crea el campo.
- La unidad en que se expresa es el $N \cdot kg^{-1}$ o $m \cdot s^{-2}$: el efecto de un campo gravitatorio sobre una masa es el de acelerarla en dirección a la masa que lo crea.
- Si la masa que crea el campo gravitatorio es la Tierra, entonces hablamos de campo gravitatorio terrestre. Su valor decrece conforme nos alejamos de ella.

El valor de la aceleración debida al campo gravitatorio que la Tierra crea a su alrededor es de $9{,}8\ m \cdot s^{-2}$, solo para zonas muy cercanas a la superficie de la Tierra.

Ejemplo 22

Compara los valores del campo gravitatorio terrestre en el polo norte y en el ecuador. Las distancias de ambos puntos al centro de la Tierra son, respectivamente, 6357 y 6378 km.

COMPRENSIÓN. El campo gravitatorio terrestre en la superficie depende de la masa de la Tierra y de la distancia a su centro.

DATOS. $MT = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $r_1 = 6{,}357 \cdot 10^6$ m; $r_2 = 6{,}378 \cdot 10^6$ m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

RESOLUCIÓN. Los valores del campo gravitatorio terrestre en ambos puntos serán:

$$g_1 = G\frac{M_T}{r_1^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{kg^{-2}} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \cancel{kg}}{(6{,}357 \cdot 10^6\ \cancel{m})^2} = 9{,}87\ m \cdot s^{-2}$$

$$g_2 = G\frac{M_T}{r_2^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{kg^{-2}} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \cancel{kg}}{(6{,}378 \cdot 10^6\ \cancel{m})^2} = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$$

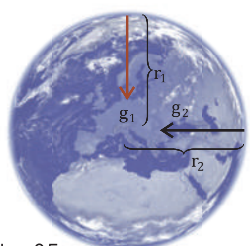


Fig. 35.

COMPROBACIÓN. La gravedad es mayor en el polo norte, pues está más cerca del centro de la Tierra que el ecuador.

10.3. Peso de un cuerpo

Aunque en el lenguaje coloquial hablamos indistintamente de **masa** y **peso**, desde el punto de vista de la física, son conceptos totalmente diferentes.

La masa es una propiedad inherente a todos los cuerpos en los que se tiene en cuenta su cantidad de materia, la masa (inercial) caracteriza "la tendencia" del cuerpo a oponerse al cambio de su estado de movimiento.

Llamamos peso de un cuerpo a la fuerza con que la masa de dicho cuerpo es atraído por la Tierra, debido a la influencia del campo gravitatorio terrestre.

El peso, o fuerza de atracción gravitatoria, está relacionado con la intensidad del campo gravitatorio mediante la siguiente expresión matemática:

$\vec{P} = m\,\vec{g}$ donde $\vec{g}$ es el campo gravitatorio terrestre, o gravedad, en el punto donde se encuentra el objeto.

Y TAMBIÉN: ¿?

La caída de un objeto sobre la superficie de la Tierra tiene lugar con una aceleración a la que llamamos aceleración de la gravedad, que representamos mediante el vector $\vec{g}$. Es decir, la aceleración de la gravedad coincide con la intensidad del campo gravitatorio terrestre. Por tanto, la gravedad no es constante, sino que disminuye al alejarnos de la superficie de la Tierra.

La línea de acción de la fuerza peso, igual que el vector campo gravitatorio, va dirigida desde el centro de gravedad del cuerpo hasta el centro de la Tierra y tiene dirección radial en cualquier punto.

Podemos hacer algunas observaciones a lo dicho anteriormente:

- El peso, $\vec{P}$, es, a diferencia de la masa, una magnitud vectorial al tratarse de una fuerza. Por tanto, su unidad en el SI será el newton (N).
- El peso de un cuerpo disminuye conforme este se aleja de la superficie de la Tierra. Sin embargo, su masa es una propiedad característica del cuerpo e independiente del punto del campo gravitatorio en que se encuentre.
- El principal mérito de Newton reside en considerar que la fuerza que provoca la caída de los objetos sobre la superficie terrestre y la fuerza que hace que la Luna gire alrededor de la Tierra son, en realidad, la misma.

Ejemplo 23

¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra debe encontrarse una nave espacial para que esté sometida a un campo gravitatorio de $9{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$? El radio de la Tierra es de $6370\ \mathrm{km}$.
Considera $g_T = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

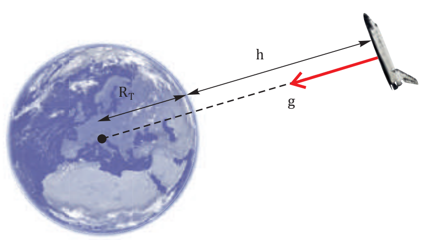


Fig. 36.

COMPRENSIÓN. El campo gravitatorio que crea la Tierra en un punto depende de su masa y de la distancia entre ella y dicho punto (la distancia entre la Tierra y la nave es $r = R_T + h$).

DATOS. $g = 9{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $g_T = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$

RESOLUCIÓN. Aplicando la expresión del campo gravitatorio terrestre, queda:

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} = G\frac{M_T\,R_T^2}{R_T^2(R_T+h)^2} = g_T\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

Despejando h:

$$R_T + h = \sqrt{\frac{g_T}{g}}\,R_T \Rightarrow h = \left(\sqrt{\frac{g_T}{g}} - 1\right)R_T = \left(\sqrt{\frac{9{,}8\ \cancel{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}}{9{,}0\ \cancel{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}}} - 1\right)\cdot 6{,}37\cdot 10^6\ \mathrm{m} = 2{,}8\cdot 10^5\ \mathrm{m} = 280\ \mathrm{km}$$

COMPROBACIÓN. Sustituimos el valor de h en la ecuación del campo gravitatorio terrestre y calculamos su valor. La disminución del valor de la gravedad no es apreciable, pese a encontrarse la nave espacial a casi 300 km de altura sobre la superficie terrestre.

II. INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA

Si al peinarte algunos pelos se adhieren al peine, o si oyes crujidos al abrigarte con una manta sintética, estás ante manifestaciones de la interacción eléctrica o electrostática. Es un tipo de fuerza que forma parte de la interacción electromagnética, una de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza.

Y TAMBIÉN:

Hay sustancias, llamadas **conductores**, que permiten el movimiento de cargas eléctricas a través de ellas. En cambio, otras sustancias, llamadas **aislantes** o **dieléctricos**, no permiten dicho movimiento, o bien lo dificultan enormemente.

11.1. Electrización y cargas eléctricas

Los primeros fenómenos de electrización registrados datan, aproximadamente, del 600 a. C., cuando Tales de Mileto observó que el ámbar o resina (elektron, en griego) atraía cuerpos más ligeros, como plumas, tras haberse frotado con lana.

En los siglos XVI y XVII se observó que otras sustancias, como el vidrio, también atraen a pequeños cuerpos tras ser frotadas con seda. Además, se constató que:

- Al acercar dos trozos de ámbar o plástico, tras haberlos frotado con lana (o dos de vidrio después de frotarlos con seda), se repelen entre sí.
- Si se acercan un trozo de ámbar (o plástico) y otro de vidrio, previamente frotados, hay una fuerza atractiva entre ambos.

Este fenómeno se denomina **electrización**.

Y TAMBIÉN:

El culombio es una unidad de carga eléctrica muy grande. Por ello, se suelen utilizar submúltiplos:
$1\ \text{mC}\ (10^{-3}\ \text{C})$, $1\ \mu\text{C}\ (10^{-6}\ \text{C})$, $1\ \text{nC}\ (10^{-9}\ \text{C})$.

En el siglo XVIII Benjamin Franklin, tras estudiar los fenómenos eléctricos, distinguió arbitrariamente con las palabras positiva y negativa los dos tipos de electricidad que podía adquirir un cuerpo. Franklin admitía la existencia de un fluido eléctrico sin masa. Según él, la electrización positiva (o vítrea) se debía a un exceso del fluido eléctrico y la negativa (o resinosa), a su ausencia.

TIC

Observa cómo tienen lugar la electrización por frotamiento y por inducción con ayuda de la simulación que aparece en el siguiente enlace:

Visita:

http://links.edebe.com/vj3pm

Hoy sabemos que la **naturaleza eléctrica de la materia** se debe a que los átomos que la forman contienen protones, con carga positiva ($+\text{p}$), y electrones, con carga negativa ($-\ \text{e}$). En general, el átomo es neutro: tiene el mismo número de protones que de electrones.

Las cargas eléctricas presentan las siguientes características:

- Pueden ser de dos tipos: **positivas** o **negativas**. Las cargas del mismo signo se repelen y las de signo contrario se atraen.
- La unidad de carga eléctrica en el SI es el culombio (C).
- La carga eléctrica está **cuantizada**: la carga de cualquier cuerpo es un múltiplo entero de la unidad de carga elemental de valor $\text{e} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$.
- La carga eléctrica puede pasar de un cuerpo a otro, pero nunca puede crearse ni destruirse (principio de **conservación de la carga eléctrica**).

Existen dos tipos de electrización:

- **Electrización por frotamiento**. Al frotar dos cuerpos, pasan electrones de uno a otro. El cuerpo que gana electrones queda con carga negativa, y el que los pierde, con carga positiva.
- **Electrización por inducción**. Al aproximar un cuerpo cargado eléctricamente a un cuerpo neutro (sin carga neta), el cuerpo cargado provoca la redistribución de las cargas del cuerpo neutro por atracción o repulsión, de modo que su carga total no varía, pero una zona queda con carga positiva y otra con carga negativa. Esta es la causa de que el ámbar y el vidrio puedan atraer pequeños objetos.

11.2. Ley de Coulomb

En 1785, Charles Coulomb utilizó un dispositivo, llamado balanza de torsión, para estudiar cuantitativamente la fuerza electrostática. A partir de los resultados de sus experimentos con pequeñas esferas cargadas eléctricamente, enunció la ley de interacción electrostática, conocida como **ley de Coulomb**:

> La fuerza electrostática de atracción o de repulsión entre dos cargas eléctricas en reposo es directamente **proporcional al producto de ambas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.**

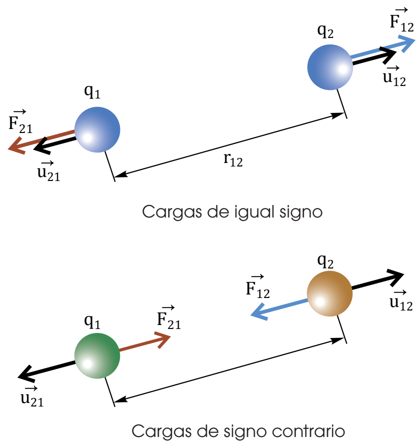


Fig. 37.

- **Ley de Coulomb. Fuerza electrostática entre dos cargas q_1 y q_2.**
F_{12} es la fuerza electrostática que q_1 ejerce sobre q_2 y F_{21} es la fuerza electrostática de q_2 sobre q_1. Los vectores unitarios u_{12} y u_{21} tienen la dirección de la recta que une ambas cargas y su sentido es radial (se alejan de la carga que ejerce la fuerza).
La fuerza electrostática es una fuerza central, pues está dirigida a lo largo de la línea que une las cargas eléctricas.

De la expresión anterior, podemos extraer algunas conclusiones:

- La propiedad de la materia que origina la existencia de fuerzas electrostáticas es la **carga**.
- La fuerza electrostática es **atractiva** cuando las cargas tienen signos contrarios (ya que $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$ son opuestas, respectivamente a $\vec{u}_{12}$ y $\vec{u}_{21}$). La fuerza electrostática es **repulsiva** si las cargas tienen el mismo signo.
- La **constante de proporcionalidad**, K, se llama **constante de Coulomb** y depende del medio en que se encuentren las cargas. En el vacío, su valor es, en unidades del SI, $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.

  El elevado valor de K comparado con el de la constante de gravitación universal, G, es un reflejo de la mayor intensidad de la fuerza eléctrica en comparación con la gravitatoria.
- La fuerza electrostática cumple el llamado **principio de superposición**: la fuerza eléctrica total que varias cargas ejercen sobre una carga dada es igual a la suma vectorial de las fuerzas que cada una de ellas ejerce por separado.

Ejemplo 24

Dos cargas $q_1 = +4\ mC$ y $q_2 = -4\ mC$ están en el vacío y situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas (3, 0) y (-3, 0), en unidades del SI. Calcula la fuerza electrostática que ejercen sobre una carga $q_3 = +1\ mC$ situada en el origen de coordenadas.

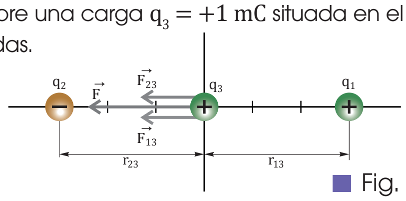


Fig. 38.

COMPRENSIÓN. Por el principio de superposición, la fuerza resultante sobre q_3 es la suma vectorial de las fuerzas que ejercen sobre ella, por separado, las cargas q_1 y q_2.

DATOS. $q_1 = +4 \cdot 10^{-3}$ C; $q_2 = -4 \cdot 10^{-3}$ C; $q_3 = +10^{-3}$ C; $r_{13} = 3$ m; $r_{23} = 3$ m

RESOLUCIÓN. La fuerza que q_1 ejerce sobre q_3 es repulsiva, por lo que va dirigida en el sentido negativo del eje X. La fuerza que q_2 ejerce sobre q_3 es atractiva, y está dirigida en el mismo sentido que la anterior. Calculamos sus módulos utilizando la ley de Coulomb:

$$F_{13} = K\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = 9 \cdot 10^9\ N \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{C^{-2}} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}\ \cancel{C} \cdot 10^{-3}\ \cancel{C}}{(3\ \cancel{m})^2} = 4 \cdot 10^3\ N$$

$$F_{23} = K\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = 9 \cdot 10^9\ N \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{C^{-2}} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}\ \cancel{C} \cdot 10^{-3}\ \cancel{C}}{(3\ \cancel{m})^2} = 4 \cdot 10^3\ N$$

La fuerza total que q_1 y q_2 ejercen sobre q_3 es:

$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -4 \cdot 10^3 \vec{i}\ N - 4 \cdot 10^3 \vec{i}\ N = -8 \cdot 10^3 \vec{i}\ N$$

11.3. Campo eléctrico

Al igual que una masa genera una perturbación a su alrededor, que es el campo gravitatorio, una carga eléctrica crea a su alrededor una perturbación que es la causa de la fuerza electrostática entre ella y cualquier otra carga:

> El campo eléctrico es la perturbación que genera una carga eléctrica en el espacio, de modo que cualquier otra carga eléctrica que se encuentre en sus inmediaciones nota sus efectos.

Matemáticamente, se define la magnitud **intensidad de campo eléctrico, $\vec{E}$**, creado por una carga Q en un punto, como la fuerza que esta carga ejerce sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{K\frac{Q\cancel{q}}{r^2}\vec{u}}{\cancel{q}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}; \qquad \vec{F} = q\vec{E}$$

- El campo eléctrico tiene carácter vectorial y se representa gráficamente mediante **líneas de fuerza**, que son líneas imaginarias que describen el movimiento de una carga positiva sometida al campo eléctrico. Las líneas de fuerza siempre se originan en las cargas positivas y finalizan en las negativas.
- El vector intensidad del campo es tangente a las líneas de fuerza en cada punto y tiene el mismo sentido que estas. El campo es más intenso en aquellas regiones en que las líneas de fuerza están más juntas.

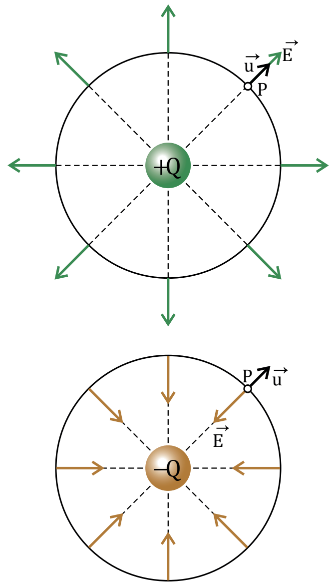


Fig. 39.

Campo eléctrico producido por una carga puntual.
El vector $\vec{u}$ es el vector unitario dirigido a lo largo de la línea que une la carga Q con el punto P.
El campo eléctrico producido por una carga Q en un punto P tiene la dirección de la recta que une la carga y el punto. Se trata de un **campo central**.

- La unidad de la magnitud intensidad de campo eléctrico en el SI es el $N \cdot C^{-1}$.
- Un **campo eléctrico** es **uniforme** cuando tiene la misma intensidad en todos los puntos. En este caso, las líneas de campo son paralelas y equidistantes.
- El campo eléctrico cumple el **principio de superposición**. Es decir, el campo eléctrico creado por un sistema de cargas puntuales es la suma vectorial de los campos que produciría, separadamente, cada una de ellas.

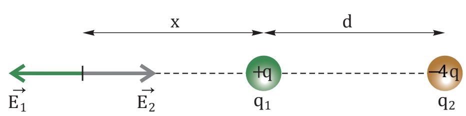
Ejemplo 25

Dos cargas $+q$ y $-4q$ están en el vacío y separadas una distancia d. ¿En qué punto de la recta que las une se anula el campo eléctrico total?

COMPRENSIÓN. En todo punto de la recta, cada carga crea un campo en la dirección de esta recta. El campo eléctrico total es la suma de los campos creados por ambas. El punto donde se anula el campo eléctrico total no puede estar entre las dos cargas porque allí los campos tienen el mismo sentido.

DATOS. $q1 = +q$; $q2 = -4q$

RESOLUCIÓN. Si x es la distancia entre $q1$ y el punto en que se anula el campo total:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow \cancel{K}\frac{\cancel{q}}{x^2} = \cancel{K}\frac{4\cancel{q}}{(x+d)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+d)^2 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 - 2xd - d^2 = 0 \Rightarrow x_1 = d; \quad x_2 = -\frac{d}{3}$$

Solo tiene sentido la solución $x = d$. El campo es nulo a una distancia d de q_1 y $2d$ de q_2.
COMPROBACIÓN. Al sustituir el valor de x obtenido, resulta: $E1 = E2 = Kq / d2$.

12. SEMEJANZAS Y DIFERENCIAS ENTRE LAS INTERACCIONES GRAVITATORIA Y ELECTROSTÁTICA

Como habrás podido observar a lo largo de toda la unidad, las interacciones gravitatoria y electrostática tienen algunas características en común y algunas diferencias. La interacción electrostática es un tipo de fuerza electromagnética que, junto con la interacción gravitatoria, forma parte de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza.

Para simplificar un estudio comparativo entre estas interacciones, vamos a resumir en dos tablas las analogías y las diferencias, respectivamente, entre ambas.

SEMEJANZAS	
CARACTERÍSTICA	DESCRIPCIÓN
Tipo de fuerza	Ambas fuerzas son **centrales** y **disminuyen con el cuadrado de la distancia**.
Líneas de fuerza	En ambos campos son **abiertas** (nacen y terminan en puntos distintos) y son **radiales**.

Y TAMBIÉN:

Las leyes que hemos tratado en esta unidad, leyes de Kepler, ley de gravitación universal de Newton y ley de Coulomb, son parte muy importante de una formación científica básica.

DIFERENCIAS		
CARACTERÍSTICA	INTERACCIÓN GRAVITATORIA	INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA
Magnitud característica (que crea el campo)	Masa (cualquier cuerpo). Se mide en kilogramos (kg). La masa siempre es positiva.	Carga eléctrica en reposo. Se mide en culombios (C). La carga eléctrica puede ser positiva o negativa. La carga está cuantizada.
Cuerpos a los que afecta	Todos los cuerpos con masa (es universal).	Cuerpos con carga eléctrica neta.
Atractiva / Repulsiva	Atractiva.	Atractiva o repulsiva, dependiendo del signo de las cargas que interaccionan.
Constante de la ley de interacción	G. Es una constante universal. Su unidad en el SI es el $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.	K. Depende del medio en que se encuentren las cargas. Su unidad en el SI es el $N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.
Intensidad de la interacción	Es débil, solo apreciable entre cuerpos de gran masa.	Es muy fuerte, incluso entre cargas muy pequeñas.
Movimiento de cuerpos o partículas	Las masas dejadas en reposo en un campo gravitatorio siempre se mueven en la dirección y el sentido del campo gravitatorio.	Las cargas eléctricas dejadas en reposo en un campo electrostático pueden moverse en sentido igual o contrario al campo eléctrico, dependiendo del signo de la carga.
Unidades del campo en el SI	$N \cdot kg^{-1}$.	$N \cdot C^{-1}$.

Problemas resueltos

A Momento de fuerzas

En un museo de oficios antiguos, el molinero dispone de dos burros para mover la muela de un molino, cada uno de los cuales realiza una fuerza de 600 N. La longitud del travesaño al que están enganchados es de 4,0 m. **Determina** la modificación que debe hacerse en la instalación para que el molino siga funcionando con un único burro capaz de aplicar una fuerza de 800 N.

Solución

COMPRENSIÓN. Cada burro está situado a 2 m del eje de giro, con lo que cada uno ejerce un momento de fuerza que permite mantener el giro de la muela a pesar del rozamiento entre las partes móviles.

DATOS.
$OA = 2{,}0 m;\ OB = 2{,}0 m;\ F_A = F_B = 600\ N;\ F_C = 800\ N$

RESOLUCIÓN. En primer lugar, calculamos el momento de fuerza total que ejercen ambos burros:

$$MT = F_A \cdot OA + F_B \cdot OB =$$
$$= 600\ N \cdot 2{,}0\ m + 600\ N \cdot 2{,}0\ m = 2{,}4 \cdot 10^3\ N{\cdot}m$$

Si solo se dispone de un burro, a una distancia d del eje de giro y aplicando una fuerza de 800 N, para que el molino siga funcionando el momento de fuerza deberá ser igual al que ejercían los dos animales juntos:

$$M_T = F_C \cdot d \Rightarrow d = \frac{M_T}{F_C} = \frac{2{,}4 \cdot 10^3\ \cancel{N} \cdot m}{800\ \cancel{N}} = 3{,}0\ m$$

Por lo tanto, el burro debe tirar a 3,0 m del eje de giro.

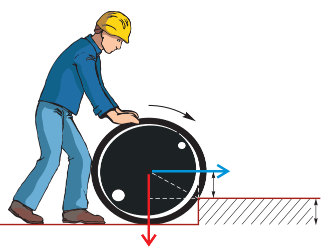
COMPROBACIÓN. Puedes comprobar que el momento de fuerza que ejerce un burro situado a 3,0 m del eje de giro es igual al que realizan dos burros empujando a 2,0 m de dicho punto.

1. Un hércules de circo hace girar la muela de un molino accionando un travesaño de 2,0 m de longitud con una fuerza de 950 N. **Calcula** el momento de la fuerza que ejerce sobre el travesaño.

2. Dos chicos, de 400 N y 300 N de peso respectivamente, están montados en los extremos de un tablón de 4 m de longitud apoyado en su parte central. **Halla** en qué punto deberá colocarse un niño de 300 N de peso para que el momento de fuerza total sea nulo.

B Momento de fuerza y giro

Determina con qué fuerza horizontal hay que empujar en el centro de un bidón cilíndrico de 5 000 N de peso y 30 cm de radio que está tumbado en el suelo para que comience a subir un escalón de 5 cm.



Solución

COMPRENSIÓN. El peso, P, del bidón y la fuerza, F, con que se empuja ejercen un momento sobre él, M, respecto del punto de contacto entre bidón y escalón, que provocan giros en sentidos contrarios. Para que el bidón pueda comenzar a subir el escalón, el momento de F debe ser, como mínimo, igual al momento de P.

DATOS. $P = 5000\ N;\ r = 30\ cm = 0{,}30\ m$

RESOLUCIÓN.

— Calculamos el momento, M, ejercido por la fuerza, considerando como eje de giro la línea que pasa por el punto de contacto entre el bidón y el escalón:

$$M = F\,d = F \cdot 0{,}25\ m = 0{,}25\ m \cdot F$$

— Calculamos la distancia entre la dirección del peso del bidón y el eje de giro mediante el teorema de Pitágoras:

$$(0{,}30\ m)^2 = a^2 + (0{,}25\ m)^2$$
$$a = (0{,}30\ m)^2 - (0{,}25\ m)^2 = 0{,}17\ m$$

— Calculamos el momento de fuerza ejercido por el peso:

$$M = P \cdot a = 5\,000\ N \cdot 0{,}17\ m = 850\ N{\cdot}m$$

— Igualando ambos momentos, obtenemos el valor de la fuerza F con que hay que empujar el bidón:
$0{,}25\ \cancel{m} \cdot F = 850\ N \cdot \cancel{m} \Rightarrow F = 3400\ N$

El bidón deberá empujarse con una fuerza horizontal de 3400 N.

COMPROBACIÓN. Cuando los momentos de las dos fuerzas ejercidas sobre el cilindro sean iguales, este empezará a subir por el escalón. Conforme vaya ascendiendo, la fuerza requerida será menor.

C Momento de fuerza y equilibrio

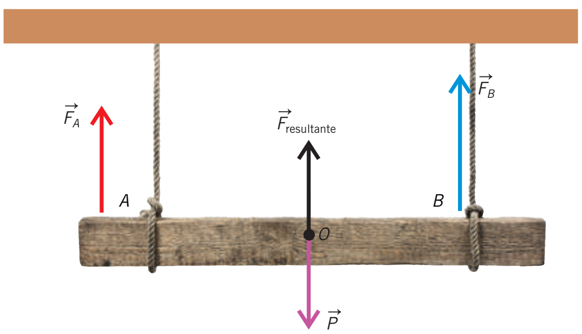
Un tablón de 250 N de peso y 2,4 m de longitud se mantiene horizontal y está suspendido de dos cuerdas verticales. Una de ellas, que está sujeta a un extremo, soporta una fuerza de 100 N.

— ¿Qué fuerza soporta la otra cuerda y dónde está sujeta?

Solución

COMPRENSIÓN. Si el tablón está suspendido de dos cuerdas y se mantiene horizontal, se encontrará en equilibrio.

DATOS. $P = 250$ N; $FA = 100$ N; $OA = 1{,}2$ m; $l = 2{,}4$ m



RESOLUCIÓN.
La resultante de las dos fuerzas ejercidas por las cuerdas (F_A y F_B) debe ser igual al peso del tablón:

$$F_{neta} = 0;\ F_A + F_B = P;$$

$$F_B = P - F_A = 250\ \text{N} - 100\ \text{N} = 150\ \text{N}$$

La segunda condición de equilibrio implica que el tablón no puede girar; tomamos momentos desde el centro de gravedad del tablón (de modo que el momento de la fuerza peso será nulo) e igualamos a cero el momento total:

$$M= 0 \Rightarrow F_A \cdot OA = F_B \cdot OB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 \cdot 1{,}2 = 150 \cdot x \Rightarrow x = 0{,}8\ \text{m}$$

La otra cuerda soportará una fuerza de 150 N y su punto de aplicación deberá encontrarse a 0,8 m del centro.

COMPROBACIÓN. Los momentos ejercidos por ambas fuerzas son iguales: 120 N · m. Este hecho impide el giro del tablón.

3. Un tronco de 10 m de longitud y 1000 N de peso está situado horizontalmente sobre dos soportes: uno se encuentra a 2 m del extremo izquierdo y el otro, a 4 m del derecho. ¿Qué fuerza ejerce el tronco sobre cada soporte?

4. Un pescador que sostiene su caña de pescar de 1,5 m a 20 cm de su extremo captura un pez de 30 N de peso. ¿Qué fuerza deberá ejercer para que el pez no vuelva al agua?

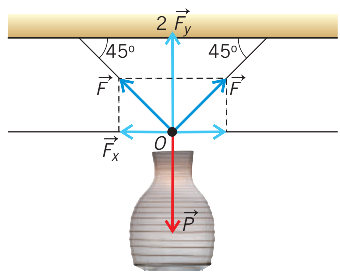
D La velocidad del barco

Una lámpara que pesa 200 N está colgada de dos cables, cada uno de los cuales forma un ángulo de 45° con el techo. ¿Qué fuerza soporta cada cable?

Solución

COMPRENSIÓN. En el esquema se muestra cómo la lámpara se encuentra en equilibrio al estar sujeta de dos cables. La fuerza que soporta cada uno de ellos puede descomponerseen dos componentes, una horizontal y otra vertical. Observa que la suma de las dos componentes verticales debe ser igual al peso de la lámpara, de acuerdo con la primera condición de equilibrio. Además, al ser iguales los ángulos que forman ambos cables con el techo, las componentes horizontales de las dos fuerzas también lo serán, por lo que se anularán.

DATOS. $P = 200$ N;
$\alpha = 45°$



RESOLUCIÓN.
Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la columna de la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— Calculamos las componentes horizontal, Fx, y vertical, Fy , de la fuerza, F, que soporta cada cuerda.

— Las dos componentes verticales tienen el mismo sentido, por lo que la fuerza total que se ejerce sobre la lámpara en la dirección vertical y hacia arriba será la suma de ambas.

— Aplicamos la condición de equilibrio.

Respuesta

— $F_x = F \cdot \cos 45°;\ F_y = F \cdot \text{sen}\ 45°$

— $2\ F\ \text{sen}\ 45°$

— $F_{neta} = 0 \Rightarrow 2\ F\ \text{sen}\ 45° = P$

$$F = \frac{P}{2\ \text{sen}\ 45°} = \frac{200\ \text{N}}{2\ \text{sen}\ 45°} = 141\ \text{N}$$

Cada cable del que cuelga la lámpara soporta una fuerza de 141 N.

5. Del techo cuelga, mediante un cable, una lámpara formada por dos esferas de cristal: la superior, de 8 N de peso, está unida a la inferior, de 200 N de peso, por otro cable. ¿Qué fuerza soporta cada cable?

6. Un cuadro de 5 N de peso cuelga de dos cuerdas desiguales. Los ángulos que forman ambas cuerdas con la horizontal son de 70° y 40°. **Determina** la fuerza que soporta cada cuerda.

E Impulso mecánico y choque

Sobre una bola de billar de 220 g, inicialmente en reposo, se ejerce con el taco una fuerza horizontal de 50 N durante 10 milésimas de segundo, y, como resultado, la bola se pone en movimiento sobre una superficie horizontal sin rozamiento hasta impactar con una bola especial de 800 g, que se encuentra en reposo. Si, tras el choque, la primera bola queda en reposo, ¿con qué velocidad se moverá la segunda?

Solución

COMPRENSIÓN. El impulso inicial ejercido sobre la bola provoca el aumento de su momento lineal, comenzando su movimiento. Posteriormente, en el instante del choque no intervienen fuerzas externas, por lo que el momento lineal permanecerá constante.

DATOS. $m_1 = 0{,}220$ kg; $F = 50$ N; $t = 0{,}010$ s; $m_2 = 0{,}800$ kg

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— Calculamos la velocidad que adquiere la bola 1, relacionando la variación de su momento lineal con el impulso.

— Hallamos el momento lineal total inicial (antes del choque).

— Hallamos el momento lineal final (después del choque).

— Calculamos la velocidad de la bola 2, igualando ambos momentos lineales.

Respuesta

— $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p} = m_1\,\vec{v} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{F}\cdot\Delta t}{m_1} = \frac{50\,\vec{i}\ \mathrm{N}\cdot 0{,}010\ \mathrm{s}}{0{,}220\ \mathrm{kg}} = 2{,}3\,\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

— $\vec{p}_0 = m_1\,\vec{v}_1 + m_2 \cdot 0 = m_1\,\vec{v}_1$

— $\vec{p}_f = m_1 \cdot 0 + m_2\,\vec{v}_2 = m_2\,\vec{v}_2$

— $\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow m_1\,\vec{v}_1 = m_2\,\vec{v}_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \vec{v}_2 = \frac{m_1\,\vec{v}_1}{m_2} = \frac{0{,}220\ \cancel{\mathrm{kg}}\cdot 2{,}3\,\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}{0{,}800\ \cancel{\mathrm{kg}}} = 0{,}63\,\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

La segunda bola se moverá a $0{,}63\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ en el mismo sentido en que lo hacía la primera.

COMPROBACIÓN. La bola 2 sale despedida a menor velocidad de la que tenía la bola 1, pues tiene una masa mayor.

7. Una caja de 2 kg que se desplaza hacia la derecha a $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ choca contra otra de 3 kg que se mueve en sentido contrario, a $2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Después del impacto, ambas cajas se mantienen unidas. ¿Con qué velocidad avanzan?

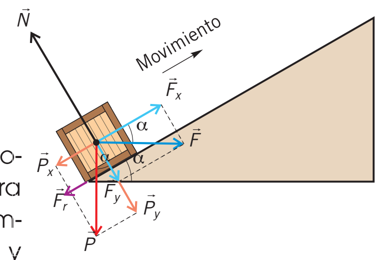
F Aplicación de la segunda le y de newton

Sobre una masa de 5,0 kg, que se encuentra en reposo en la base de un plano inclinado 30°, se aplica una fuerza horizontal de 50 N. Si el coeficiente de rozamiento entre la masa y el plano es 0,20, **calcula** su aceleración.

Solución

COMPRENSIÓN. En el diagrama de fuerzas de la figura, aparecen todas las fuerzas que actúan sobre la masa. Su movimiento será, de acuerdo con la segunda ley de Newton, uniformemente acelerado.

DATOS. $m = 5{,}0$ kg; $v_0 = 0$; $\alpha = 30°$; $F = 50$ N; $\mu = 0{,}20$



RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la columna de la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— Aplicamos la segunda ley de Newton en la dirección paralela al plano inclinado.

— Procedemos igualmente en la dirección perpendicular.

— Calculamos las fuerzas que aparecen en la ley de Newton.

— Sustituimos y despejamos la aceleración.

Respuesta

— $\vec{F}_{neta}\,x = m\,\vec{a} \Rightarrow F_x - (P_x + F_r) = m\,a$

— $\vec{F}_{neta\,y} = 0 \Rightarrow N - (F_y + P_y) = 0 \Rightarrow N = F_y + P_y$

— $F_x = F\cos\alpha = 43$ N; $F_y = F\,\mathrm{sen}\alpha = 25$ N;

$Px = m\,g\,\mathrm{sen}\alpha = 25$ N; $P_y = m\,g\cos\alpha = 42$ N;

$Fr = \mu\,N = \mu(P_y + F_y) = 0{,}20 \cdot (42 + 25)\ \mathrm{N} = 13$ N

— $a = \dfrac{F_x - (P_x + F_r)}{m} = \dfrac{(43 - 25 - 13)\ \mathrm{N}}{5{,}0\ \mathrm{kg}} = 1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

La aceleración de la masa será de $1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

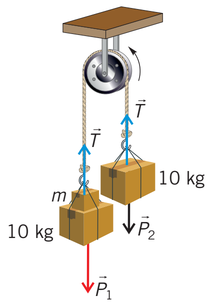
COMPROBACIÓN. La fuerza aplicada supera a Px y al rozamiento, por lo que el objeto ascenderá, siendo $a > 0$.

8. Un cubo de fregar se desliza a lo largo de un suelo horizontal con una velocidad inicial de $2{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ y se detiene después de recorrer 1,4 m. **Determina** el coeficiente de rozamiento cinético.

G Polea simple (máquina de Atwood)

Atados a los extremos de una cuerda que pasa a través de una polea (ambas de masa despreciable) cuelgan dos bloques de 10 kg de masa (máquina de Atwood). Si queremos que uno de los bloques recorra una distancia de 2,4 m en 2,0 s, partiendo del reposo, ¿qué sobrecarga habrá que añadirle?

Solución



COMPRENSIÓN. El sistema se encuentra inicialmente en reposo, por ser ambas masas iguales. Al añadir una sobrecarga a una de ellas, comenzarán a moverse con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

DATOS. $m_1 = (10 + m)$ kg; $m_2 = 10$ kg; $d = 2,4$ m; $t = 2,0$ s

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— Aplicamos la segunda ley de Newton a las masas 1 y 2.

— Resolvemos el sistema de ecuaciones resultante, obteniendo la expresión de la aceleración.

— Calculamos la aceleración de los dos bloques, teniendo en cuenta que su movimiento es uniformemente acelerado.

— Igualando ambas expresiones, hallamos el valor de m.

Respuesta

— $\vec{F}_{neta1} = m_1\,\vec{a} \Rightarrow P_1 - T = m_1\,a$

$\vec{F}_{neta2} = m_2\,\vec{a} \Rightarrow T - P_2 = m_2\,a$

— $a = \dfrac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = g\,\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = g\,\dfrac{m}{m + 20\text{ kg}}$

— $d = \dfrac{1}{2}a\,t^2 \Rightarrow a = \dfrac{2d}{t^2} = \dfrac{2 \cdot 2,4\text{ m}}{(2,0\text{ s})^2} = 1,2\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

— $g\,\dfrac{m}{m + 20\text{ kg}} = 1,2\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \Rightarrow$

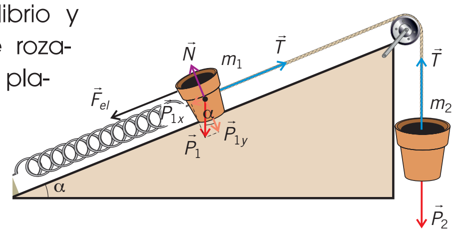
$\Rightarrow m = \dfrac{20\text{ kg} \cdot 1,2\ \cancel{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}}{9,8\ \cancel{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}} - 1,2\ \cancel{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 2,8\text{ kg}$

La sobrecarga debe ser de 2,8 kg.

COMPROBACIÓN. Comprueba que el valor es correcto, sustituyéndolo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales.

H Equilibrio y ley de Hooke

Determina cuánto se estira el muelle inferior, de constante elástica $100\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, si se sabe que el conjunto está en equilibrio y que no existe rozamiento con el plano inclinado.



Solución

COMPRENSIÓN. Observa el dibujo. Si el conjunto está en equilibrio, la fuerza resultante sobre cada masa deberá ser nula.

DATOS. $k = 100\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; $m_1 = 1,0$ kg; $m_2 = 2,0$ kg; $\alpha = 37°$

RESOLUCIÓN.
Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— Aplicamos la segunda ley de Newton a la masa 1, en las direcciones horizontal y vertical.

— Aplicamos la segunda ley de Newton a la masa 2 y aislamos la tensión.

— Despejamos la fuerza elástica de la primera ecuación y, a partir de ella, hallamos la elongación del muelle.

Respuesta

— $\vec{F}_{neta\,x} = 0 \Rightarrow T - (P_{1x} + F_{el}) = 0$

$\vec{F}_{neta\,y} = 0 \Rightarrow N - P_{1y} = 0$

— $\vec{F}_{neta} = 0 \Rightarrow P_2 - T = 0 \Rightarrow T = P_2$

— $P_2 - (P_{1x} + F_{el}) = 0 \Rightarrow F_{el} = P_2 - P_{1x} = k\,x \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{m_2\,g - m_1\,g\,\text{sen}\,\alpha}{k} =$

$= \dfrac{2,0\text{ kg} \cdot 9,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} - 1,0\text{ kg} \cdot 9,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{sen } 37°}{100\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}} =$

$= 0,14\text{ m}$

El muelle se ha estirado 0,14 m.

COMPROBACIÓN. La respuesta es coherente, pues las masas son similares y no existe rozamiento con el plano inclinado.

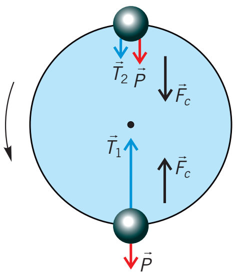
9. Un muelle de constante elástica $400\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ se conecta a un bloque de 3 kg que descansa sobre una superficie sin rozamiento. Tiramos del muelle hacia la derecha, de manera que el bloque acelera a razón de $4\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. ¿Cuál será el alargamiento del muelle?

I Polea simple (máquina de Atwood)

Una bola de 200 g, sujeta a una cuerda de 60 cm de longitud, gira uniformemente a 79,6 r. p. m. en un plano vertical. **Calcula** la tensión de la cuerda en los puntos más alto y más bajo de su trayectoria.

Solución

COMPRENSIÓN. La fuerza centrípeta va siempre dirigida hacia el centro de la trayectoria y su valor es constante, pues lo es la velocidad de giro. Sin embargo, la tensión que soporta la cuerda no tiene siempre el mismo valor.



DATOS. $m = 0{,}200$ kg; $R = 0{,}60$ m; $\omega = 79{,}6$ r. p. m. $= 8{,}34$ rad $\cdot$ s^{-1}

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— En el punto más alto, la fuerza centrípeta es igual a la suma del peso de la bola y de la tensión de la cuerda.

— En el punto más bajo, la fuerza centrípeta es igual a la diferencia entre la tensión y el peso de la bola.

— Calculamos los valores de la fuerza centrípeta y del peso.

— Hallamos los valores de la tensión en los puntos más alto y más bajo.

Respuesta

— $F_c = P + T_2 \Rightarrow T_2 = F_c - P$

— $F_c = T_1 - P \Rightarrow T_1 = F_c + P$

— $F_c = m\dfrac{v^2}{R} = m\dfrac{\omega^2 R^{\cancel{2}}}{\cancel{R}} = m\,\omega^2 R = 8{,}3\ \text{N}$

$P = m\,g = 0{,}200\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 2{,}0\ \text{N}$

— $T_2 = F_c - P = 8{,}3\ \text{N} - 2{,}0\ \text{N} = 6{,}3\ \text{N}$

$T_1 = F_c + P = 8{,}3\ \text{N} + 2{,}0\ \text{N} = 10{,}3\ \text{N}$

La tensión que soporta la cuerda en el punto más alto es 6,3 N; en el más bajo, 10,3 N.

COMPROBACIÓN. Comprueba que el valor es correcto, sustituyéndolo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales.

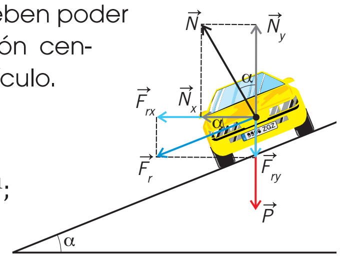
10. Un hombre agarra por los brazos a su hijo de 25 kg y lo hace girar en círculos de 0,75 m de radio con un período de 1,5 s. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza que debe ejercer?

J Equilibrio dinámico

Un vehículo de 1000 kg toma una curva de 110 m de radio peraltada 9° a 98 km · h^{-1}. Si $m = 0{,}14$, ¿se saldrá de la curva?

Solución

COMPRENSIÓN. Como podemos ver en el diagrama de fuerzas, para que el vehículo no se salga de la curva, las componentes horizontales del rozamiento y de la fuerza normal deben poder suministrar la aceleración centrípeta necesaria al vehículo.



DATOS. $m = 1000$ kg;
$R = 110$ m; $\alpha = 9^{\circ}$;
$v = 98$ km · h^{-1} $= 27$ m · s^{-1};
$\mu = 0{,}14$

RESOLUCIÓN.
Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje X.

— Planteamos el equilibrio de fuerzas en el eje Y y despejamos el valor de la fuerza normal.

— Introducimos el valor de la fuerza normal en la ecuación del eje X.

— Comprobamos si se cumple la igualdad en el eje X.

Respuesta

— $N_x + F_{Rx} = m\,a_c \Rightarrow N \operatorname{sen}\alpha + F_R\cos\alpha = m\,a_c \Rightarrow$
$\Rightarrow N \operatorname{sen}\alpha + \mu N\cos\alpha = m\,a_c$

$N_y - F_{Ry} - P = 0 \Rightarrow N\cos\alpha - F_R \operatorname{sen}\alpha - P = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow N\cos\alpha - \mu N \operatorname{sen}\alpha = m\,g$

$$N = \frac{m\,g}{\cos\alpha - \mu \operatorname{sen}\alpha} = \frac{1000\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\cos 9^{\circ} - 0{,}14 \operatorname{sen} 9^{\circ}} = 1{,}0\cdot 10^4\ \text{N}$$

$$N \operatorname{sen}\alpha + \mu N\cos\alpha = 1{,}0\cdot 10^4\ \text{N}\cdot(\operatorname{sen} 9^{\circ} + 0{,}14\cos 9^{\circ}) = 3{,}0\cdot 10^3\ \text{N}$$

$$m\,a_c = m\frac{v^2}{R} = 1000\ \text{kg}\cdot\frac{(27\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{110\ \text{m}} = 6{,}6\cdot 10^3\ \text{N}$$

El vehículo se saldrá de la curva, pues: $N \operatorname{sen}\alpha + m\,N\cos\alpha < m\,a_c$

COMPROBACIÓN. Para no salirse, el auto debería tener menor velocidad, disminuyendo así la aceleración centrípeta a un valor que el rozamiento y la fuerza normal puedan suministrar.

11. Un avión vuela en un círculo horizontal a 480 km · h^{-1}, inclinando sus alas un ángulo de 40°. Entonces, aparece una fuerza ascensional, perpendicular al plano de las alas, que lo mantiene en el aire. **Calcula** el radio de su trayectoria.

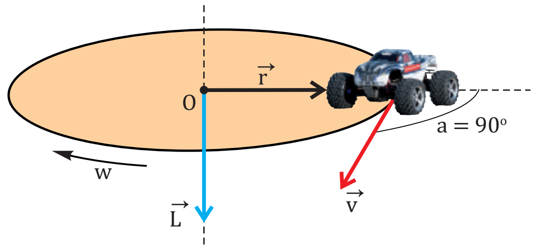
K Momento angular de un móvil puntual

Un auto teledirigido de $3{,}0$ kg de masa se mueve con velocidad constante de $4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, describiendo una circunferencia de $5{,}0$ m de radio en sentido horario. **Calcula** la velocidad angular del auto y su momento angular respecto al centro de la circunferencia.

Solución

COMPRENSIÓN. El auto describe un movimiento circular, por lo que posee velocidad angular y momento angular con respecto al centro de su trayectoria.

DATOS. $m = 3{,}0\ \text{kg};\ v = 4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1};\ R = 5{,}0\ \text{m}$



RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— **Calcula** ω gracias a que la velocidad lineal y angular están relacionadas a través del radio de la circunferencia.

— **Halla** el vector momento angular, que es perpendicular al plano de la circunferencia. En este caso, el ángulo que forman el vector de posición y la velocidad es de 90°, al tratarse de una trayectoria circular.

Respuesta

— $v = \omega R \Rightarrow \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{5{,}0\ \text{m}} = 0{,}80\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

— $L = r\,m\,v\,\text{sen}\,\alpha = 5{,}0\ \text{m} \cdot 3{,}0\ \text{kg} \cdot 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot \text{sen}\ 90° =$
$= 60\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$

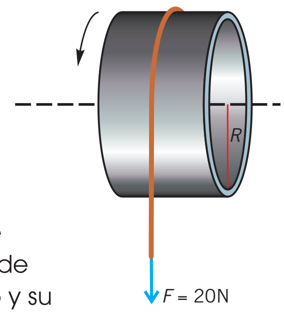
El momento angular del auto con respecto al centro de la circunferencia es constante, pues lo son el radio de su trayectoria, su velocidad y el ángulo que forman ambos.

COMPROBACIÓN. Observa que, al ser perpendiculares los vectores posición y velocidad, el momento angular de esta al centro de la circunferencia es máximo.

12. Un cuerpo de $3{,}0$ kg se mueve a velocidad constante de $4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ sobre una línea recta. ¿Cuál es su momento angular respecto a un punto O situado a $5{,}0$ m de la línea en un instante de tiempo en que el vector de posición de la partícula con respecto a O es perpendicular a su velocidad?

L Momento de una fuerza y aceleración angular

Un cilindro hueco uniforme de 12 cm de radio y $5{,}0$ kg de masa gira libremente en torno a un eje que pasa por su centro. Se enrolla una cuerda alrededor del disco y se tira de ella con una fuerza de 20 N. **Calcula** el momento de fuerza ejercido sobre el disco y su aceleración angular.



Solución

COMPRENSIÓN. Observa en la figura que la fuerza aplicada sobre la cuerda es perpendicular al eje del cilindro hueco, de manera que provoca su giro. Además, en el caso de un cilindro hueco, la expresión de L es la de una masa puntual.

DATOS. $m = 5{,}0\ \text{kg};\ R = 0{,}12\ \text{m};\ F = 20\ \text{N};\ \alpha = 90°$

RESOLUCIÓN.
Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— **Calcula** el momento de la fuerza, teniendo en cuenta que el vector de posición del punto de contacto entre el cilindro hueco y la cuerda forma un ángulo de 90° con la propia cuerda.

— **Calcula** la aceleración angular a partir de la relación entre el momento de fuerza y el momento angular.

Respuesta

— $M = R\ F\ \text{sen}\ \alpha = 0{,}12\ \text{m} \cdot 20\ \text{N} \cdot \text{sen}\ 90° = 2{,}4\ \text{N}\cdot\text{m}$

$L = I\ \omega = m\ R^2\ \omega$

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = m\ R^2 \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = m\ R^2\ \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{M}{m\ R^2} = \frac{2{,}4\ \text{N}\cdot\text{m}}{5{,}0\ \text{kg} \cdot (0{,}12\ \text{m})^2} = 33\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

COMPROBACIÓN. El valor relativamente elevado de la aceleración angular se debe a que la fuerza se ejerce sobre un disco cuya masa y radio son muy pequeños.

13. Una cuerda se enrolla alrededor de un cilindro hueco de $3{,}0$ kg y 10 cm de radio, que es libre de girar alrededor de su eje. Se tira de la cuerda con una fuerza de 15 N. Si el cilindro se encuentra inicialmente en reposo, **halla** el momento de fuerza ejercido por la cuerda y la velocidad angular del cilindro al cabo de 4 s.

M Radio orbital y período de revolución de un planeta

En cierto sistema planetario, el período de uno de los planetas es $N^{3/2}$ veces mayor que el del planeta más cercano a la estrella central. Razona cuál es la relación entre sus radios orbitales.

Solución

COMPRENSIÓN. El radio orbital de un planeta y su período de revolución están relacionados mediante la tercera ley de Kepler. Como ambos planetas pertenecen al mismo sistema planetario, la constante de proporcionalidad es la misma.

DATOS. $T_1 = N^{3/2}\, T_2$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— Aplicamos la tercera ley de Kepler a cada planeta.

— Relacionamos ambos períodos teniendo en cuenta que el radio orbital de uno es $N^{3/2}$ veces mayor que el del otro.

Respuesta

— $T_1^2 = kr_1^3$ y $T_2^2 = kr_2^3$; $\quad T_1 = (kr_1^3)^{1/2}$ y $T_2 = (kr_2^3)^{1/2}$

El radio orbital del planeta considerado es N veces mayor que el del planeta más cercano a la estrella.

— $\dfrac{T_1}{T_2} = \left(\dfrac{\cancel{k}r_1^3}{\cancel{k}r_2^3}\right)^{1/2}$; $\quad \dfrac{N^{3/2}\cancel{T_2}}{\cancel{T_2}} = \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^{3/2}$; $\quad r_1 = N\, r_2$

COMPROBACIÓN. El resultado es lógico, pues si el radio orbital es mayor, más tiempo tardará el planeta en describir su órbita.

14. El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio el cometa está a $8{,}75 \cdot 10^7$ km del Sol, mientras que en el afelio se encuentra a $5{,}26 \cdot 10^9$ km de este. ¿En cuál de los dos puntos tiene el cometa mayor velocidad?

15. El radio orbital de Urano es 19,2 veces mayor que el terrestre. **Determina** cuántos años tardará en completar una vuelta alrededor del Sol.

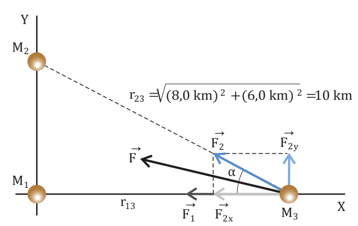
N Momento de fuerza y giro

Dos masas iguales de 30 000 kg se encuentran en el origen de coordenadas y, sobre el eje X, en el punto $x = 6{,}0$ km. Una tercera masa de 2 000 kg se halla sobre el eje Y, en el punto $y = 8{,}0$ km. **Encuentra** la fuerza que las dos primeras masas ejercen sobre la tercera.

Solución

COMPRENSIÓN. La fuerza total que M_1 y M_2 ejercen sobre M_3 se calcula aplicando el principio de superposición.

DATOS. $M_1 = M_2 = 30\,000$ kg; $M_3 = 2000$ kg; $r_{13} = 8{,}0 \cdot 10^3$ m; $r_{23} = 1{,}0 \cdot 10^4$ m



RESOLUCIÓN. Calculamos las fuerzas que M_1 y M_2 ejercen sobre M_3:

$$\vec{F_1} = -G\frac{M_1M_3}{r_{13}^2}\vec{i} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot \cancel{m^2}\cdot \cancel{kg^{-2}}\ \cdot$$

$$\cdot \frac{30\,000\ \cancel{kg} \cdot 2\,000\ \cancel{kg}}{(8{,}0 \cdot 10^3\ \cancel{m})^2}\vec{i} = -6{,}3 \cdot 10^{-11}\vec{i}\ N$$

$$\vec{F_2} = -G\frac{M_2M_3}{r_{23}^2}\vec{u} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot \cancel{m^2}\cdot \cancel{kg^{-2}}\ \cdot$$

$$\cdot \frac{30\,000\ \cancel{kg} \cdot 2\,000\ \cancel{kg}}{(1{,}0 \cdot 10^4\ \cancel{m})^2}\vec{u} = -4{,}0 \cdot 10^{-11}\vec{u}\ N$$

Descomponemos $\vec{F}_2$ en sus componentes cartesianas usando las razones trigonométricas seno y coseno:

$$\vec{F}_{2x} = -F_2 \cos\alpha\ \vec{i} = -4{,}0 \cdot 10^{-11}\ N \cdot \frac{8{,}0 \cdot 10^3\ \cancel{m}}{1{,}0 \cdot 10^4\ \cancel{m}}\vec{i} =$$

$$= -3{,}2 \cdot 10^{-12}\vec{i}\ N$$

$$\vec{F}_{2y} = F_2 \operatorname{sen}\alpha\ \vec{j} = 4{,}0 \cdot 10^{-11}\ N \cdot \frac{6{,}0 \cdot 10^3\ \cancel{m}}{1{,}0 \cdot 10^4\ \cancel{m}}\vec{j} =$$

$$= 2{,}4 \cdot 10^{-12}\vec{j}\ N$$

Y sumamos vectorialmente ambas fuerzas:

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (-6{,}3 \cdot 10^{-11} - 3{,}2 \cdot 10^{-12})\vec{i}\ N +$$

$$+ 2{,}4 \cdot 10^{-12}\vec{j}\ N = (-6{,}6 \cdot 10^{-11}\vec{i} + 2{,}4 \cdot 10^{-12}\vec{j})\ N$$

16. En los cuatro vértices de un cuadrado de 20 km de lado se sitúan cuatro masas iguales de 1000 kg. **Calcula** el módulo del vector intensidad del campo gravitatorio en el centro del cuadrado.

17. Dos masas, $M_1 = 3{,}0 \cdot 10^8$ kg y $M_2 = 1{,}5 \cdot 10^9$ kg, están situadas en los puntos de coordenadas (3,0, 4,0) y (-5,0, -1,0) en metros, respectivamente. **Representa** el campo gravitatorio resultante en el punto (3,0, -1,0) y **determina** su módulo.

O Campo gravitatorio lunar

En cierto sistema planetario, el período de uno de los planetas es $N^{3/2}$ veces mayor que el del planeta más cercano a la estrella central. Razona cuál es la relación entre sus radios orbitales.

Solución

COMPRENSIÓN. El campo gravitatorio que crea una masa a su alrededor depende de dicha masa y de la distancia a que nos encontremos de ella.
En este caso, la masa de la Luna crea el campo gravitatorio, y la distancia entre esta y su superficie será igual al radio lunar (pues el centro de masa de la Luna se encuentra en su centro geométrico).

DATOS. $M_L = 0{,}012 \cdot M_T$; $R_L = 0{,}25 \cdot R_T$; $g_T = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

RESOLUCIÓN. Determinamos la gravedad en la superficie lunar. Para ello, empleamos la expresión del campo gravitatorio:

$$g_L = G\frac{M_L}{R_L^2} = G\frac{0{,}012 \cdot M_T}{(0{,}25 \cdot R_T)^2} = G\frac{M_T}{R_T^2} \cdot \frac{0{,}012}{0{,}25^2} =$$
$$= g_T \cdot 0{,}192 = 9{,}8\ \text{m·s}^{-2} \cdot 0{,}192 = 1{,}88\ \text{m·s}^{-2}$$

COMPROBACIÓN. El resultado es lógico, pues si el radio orbital es mayor, más tiempo tardará el planeta en describir su órbita.

18. La masa de Saturno es $5{,}69 \cdot 10^{26}$ kg. **Calcula** el campo gravitatorio que ejerce sobre su satélite Mimas, sabiendo que el radio medio de su órbita es de 186 000 km. Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

19. La masa de Marte es 9,3 veces menor que la de la Tierra, y su radio es 1,9 veces menor. ¿Cuál será el peso en Marte del robot Curiosity, que está investigando dicho planeta, si su masa es de una tonelada? Datos: $g_T = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

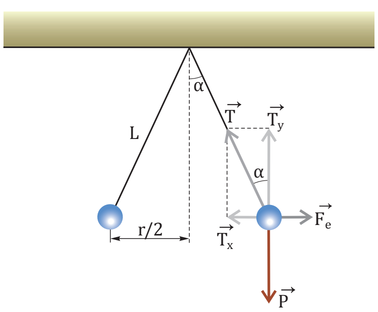
P Ley de Coulomb y equilibrio

Dos partículas de 25 g y con igual carga eléctrica se suspenden de un mismo punto mediante hilos inextensibles de masa despreciable y 80 cm de longitud. En la situación de equilibrio, los hilos forman entre sí un ángulo de 45°. **Calcula** la carga de las partículas y la tensión de los hilos. **DATOS**: $K = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

Solución

COMPRENSIÓN. En la figura se indican las fuerzas que actúan sobre cada partícula; ambas se encuentran en equilibrio, por lo que la fuerza resultante sobre cada una es nula.

DATOS. $m = 0{,}025$ kg; $L = 0{,}80$ m; $a = 22{,}5°$



RESOLUCIÓN. En primer lugar, aplicamos la condición de equilibrio en las direcciones horizontal y vertical:

$$T_x + F_e = 0 \Rightarrow T\ \text{sen}\,\alpha = K\frac{q^2}{r^2}$$
$$\vec{T}_y + \vec{P} = 0 \Rightarrow T\cos\alpha = mg$$

A continuación, hallamos la tensión:

$$T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{0{,}025\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m·s}^{-2}}{\cos 22{,}5º} = 0{,}27\ \text{N}$$

Finalmente, calculamos la carga de cada partícula teniendo en cuenta que la distancia entre ambas es $r = 2\,L\ \text{sen}\,\alpha$:

La carga de las partículas debe tener el mismo signo y su valor absoluto es de 2,1 μC. La tensión en la cuerda es de 0,27 N.

$$q = \pm\sqrt{\frac{T\,r^2 \text{sen}\,\alpha}{K}} =$$
$$= \pm\sqrt{\frac{0{,}27\ \text{N} \cdot (0{,}61\ \text{m})^2 \cdot \text{sen}\,22{,}5º}{9 \cdot 10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}}} = \pm 2{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$$

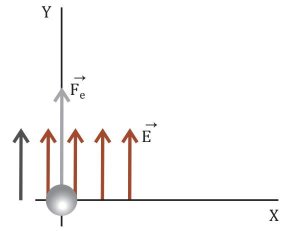
COMPROBACIÓN. Sustituyendo los valores obtenidos para T y para q, comprobamos que la fuerza resultante sobre cada partícula es nula.

20. Dos masas, $M_1 = 3{,}0 \cdot 10^8$ kg y $M_2 = 1{,}5 \cdot 10^9$ kg, están situadas en los puntos de coordenadas (3,0, 4,0) y (-5,0, -1,0) en metros, respectivamente. **Representa** el campo gravitatorio resultante en el punto (3,0, -1,0) y **determina** su módulo.

21. Dos cargas $q_1 = -2 \cdot 10^{-8}$ C y $q_2 = 5 \cdot 10^{-8}$ C están fijas en los puntos $x_1 = -0{,}3$ m y $x_2 = 0{,}3$ m del eje OX, respectivamente. **Dibuja** las fuerzas que actúan sobre cada carga y determina su valor.

Q Partícula cargada en un campo eléctrico

Una partícula con carga $2 \cdot 10^{-6}$ C y masa 10^{-5} g se encuentra en reposo en el origen de coordenadas dentro de un campo eléctrico uniforme de $500\ N \cdot C^{-1}$, dirigido en el sentido positivo del eje Y. **Calcula** su velocidad al cabo de una milésima de segundo.



Solución

COMPRENSIÓN. La fuerza eléctrica sobre la partícula tiene el mismo sentido que el campo eléctrico, al ser la carga positiva. La partícula inicia un MRUA en la dirección y el sentido de la fuerza.

DATOS. $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C; $m = 10^{-8}$ kg; $v_0 = 0$; $E = 500\ N \cdot C^{-1}$; $t = 10^{-3}$ s

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

— Aplicamos la segunda ley de Newton para hallar la aceleración de la partícula.

— Calculamos su velocidad teniendo en cuenta que su movimiento es un MRUA.

Respuesta

— $$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{2 \cdot 10^{-6}\ C \cdot 500\vec{j}\ N}{10^{-8}\ kg} = 10^5\vec{j}\ m \cdot s^{-2}$$

— $$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = 10^5\vec{j}\ m \cdot s^{-2} \cdot 10^{-3}\ s = 10^2\vec{j}\ m \cdot s^{-1}$$

La velocidad de la partícula después de 10^{-3} s vale $10^2\ m \cdot s^{-1}$ y está dirigida en el sentido positivo del eje Y.

COMPROBACIÓN. La velocidad adquirida es muy grande debido al elevado valor de la aceleración y al pequeño valor de la masa.

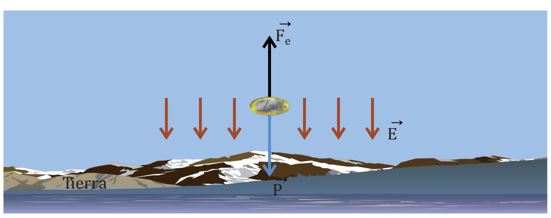
R Fuerza electrostática frente a fuerza peso

La Tierra tiene un campo eléctrico cerca de su superficie cuyo valor es aproximadamente de $150\ N \cdot C^{-1}$, dirigido verticalmente hacia abajo. **Determina**: a. La carga que debe suministrarse a una moneda de 3 g de masa para que quede «levitando» cerca de la superficie terrestre; b. Lo que sucedería si se utilizara una moneda de 2 g con la misma carga eléctrica.

Solución

COMPRENSIÓN. Para que la fuerza neta sobre la moneda sea nula y esta pueda levitar, su carga debe ser negativa.

DATOS. $E = 150\ N \cdot C^{-1}$; $m = 0{,}003$ kg; $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$



RESOLUCIÓN.

a. Aplicamos la condición de equilibrio:

$$\vec{F}_{neta} = 0 \Rightarrow F_e - P = 0 \Rightarrow |q|\ E = mg \Rightarrow$$
$$\Rightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{0{,}003\ kg \cdot 9{,}8\ m \cdot s^{-2}}{150\ N \cdot C^{-1}} = 2 \cdot 10^{-4}\ C$$

La moneda de 3 g debe cargarse con $-2 \cdot 10^{-4}$ C.

b. Si el peso es menor que la fuerza eléctrica, la moneda se moverá hacia arriba. Calculamos su aceleración:

La aceleración de esta moneda será de $5\ m \cdot s^{-2}$ hacia arriba.

$$\vec{F}_{neta} = m\vec{a} \Rightarrow F_e - P = ma \Rightarrow a = \frac{qE - mg}{m} =$$
$$= \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 150\ N - 0{,}002 \cdot 9{,}8\ kg \cdot m \cdot s^{-2}}{0{,}002\ kg} = 5\ m \cdot s^{-2}$$

COMPROBACIÓN. Al ser menor la masa de la segunda moneda, esta se moverá hacia arriba.

22. En un día de calma, el campo eléctrico sobre la superficie de la Tierra es de $100\ N \cdot C^{-1}$, dirigido hacia abajo. Una gota de agua, con una carga neta igual a 250 veces la carga del electrón y $4{,}082 \cdot 10^{-16}$ kg de masa, se encuentra cerca de la superficie terrestre. ¿Permanecerá en equilibrio?

23. Una partícula de polvo de 10^{-14} g tiene una carga de 20 electrones y está en equilibrio entre dos placas paralelas horizontales entre las que hay un campo eléctrico uniforme de $30{,}6\ N \cdot C^{-1}$. **Halla** en qué sentido y con qué aceleración se mueve la partícula al aumentar el valor del campo eléctrico hasta $31{,}3\ N \cdot C^{-1}$.

Ejercicios y problemas

1 La naturaleza de las fuerzas

1. Aunque en el texto aparecen los principales científicos que han contribuido al desarrollo del concepto de fuerza, hay otros de gran importancia. Redacta una breve biografía científica de cada uno de estos, valorando sus aciertos y sus errores: Descartes, Leibniz y Euler.

2. Los conceptos de masa, fuerza y centro de gravedad aparecen explicados al inicio del tema, pues en ellos se fundamenta la dinámica. En pequeños grupos, piensen de qué forma pueden aplicarse al diseño de un auto de Fórmula 1. ¿Qué características deben tener en cuenta los ingenieros que desarrollan estos vehículos en relación con dichas magnitudes?

3. **Clasifica** las fuerzas que aparecen en las siguientes situaciones en fuerzas de contacto o a distancia:
   a. Un alumno empuja a otro.
   b. El protón de un átomo atrae a un electrón de su corteza.
   c. Una pelota lanzada con una determinada velocidad sobre el suelo se detiene después de recorrer una distancia.
   d. Júpiter atrae a su satélite Ío.
   e. Un clip metálico es atraído por un imán.

4. **Indica** qué interacción está relacionada con cada uno de los siguientes fenómenos o situaciones:
   a. Apartamos un fajo de folios.
   b. Un imán queda sujeto en la puerta del frigorífico.
   c. La Tierra da vueltas alrededor del Sol.
   d. La transformación o el decaimiento de un átomo de cesio en un átomo de otro elemento químico.
   e. Cae un jarrón de la mesa al suelo.
   f. Un neutrón se convierte en un protón.
   g. Se libera energía en una fisión nuclear.
   h. Tiene lugar el fenómeno de las mareas.
   i. Un alumno empuja a otro en el patio.
   j. Se unen, en el Sol, dos núcleos de deuterio para dar lugar a un núcleo de helio.

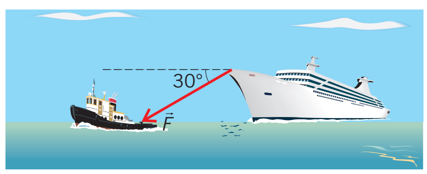
5. **Busca** información en Internet y elabora una tabla con las principales características de las interacciones fundamentales de la naturaleza. Refleja cada una de las siguientes características en una columna.
   a. Alcance (en metros).
   b. Intensidad relativa (toma la interacción nuclear fuerte como referencia o valor 1).
   c. Partículas mediadoras; es decir, sobre las que actúa cada interacción.
   d. Partículas portadoras de fuerza; es decir, que permiten que la fuerza se propague por el espacio.
   e. Procesos físicos de los que es responsable cada interacción.

6. En cada tipo de proceso radiactivo interviene una o varias de las interacciones fundamentales de la naturaleza. Las aplicaciones son múltiples: medicina, agricultura, industria, obtención de energía, armamento, etc.
   a. **Busca** información sobre estas aplicaciones.
   b. ¿Con qué interacción fundamental de la naturaleza está relacionada cada una de ellas?
   c. **Redacta** dos textos, en el primero los argumentos irán a favor de la radiactividad y en el segundo, en contra. Con dichos argumentos debatid en clase. Defiende una de las dos posturas y considera las implicaciones sociales, tecnológicas, medioambientales, etc.

2 Composición y descomposición de fuerzas

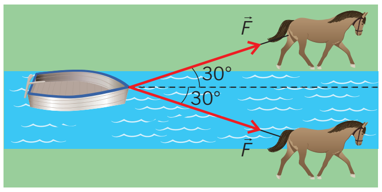
7. **Dibuja** la resultante de tres fuerzas concurrentes de $32\ \mathrm{N}$, $8\ \mathrm{N}$ y $18\ \mathrm{N}$, las dos primeras de la misma dirección, pero sentidos opuestos, y la tercera perpendicular a ellas. **Halla** numéricamente su intensidad.

8. Un barco remolca a otro de mayor tamaño que se ha averiado con una fuerza de $2 \cdot 10^6\ \mathrm{N}$, tal y como se indica en la imagen. **Calcula** la intensidad de la fuerza que lo hace avanzar.



9. Dos personas empujan un mueble. Cuando lo hacen en la misma dirección y el mismo sentido, la resultante sobre este vale $500\ \mathrm{N}$; cuando lo hacen en sentidos contrarios, la resultante es de $100\ \mathrm{N}$ en el sentido de la que empuja con mayor fuerza. ¿Cuánto valen las fuerzas con que empuja cada una?

10. Dos caballos avanzan por las dos orillas de un río, tiran de una balsa con fuerzas iguales a $5\,000$ N y forman un ángulo de $30°$ con la dirección de la corriente, tal y como se indica en la imagen. ¿Qué fuerza hace que la balsa se mueva?



11. En una mudanza, dos personas empujan un mueble con fuerzas iguales a 300 N cuyas direcciones son perpendiculares. **Determina** gráfica y numéricamente las características de la fuerza que permite el avance del mueble. ¿Qué sucedería si el ángulo entre ambas fuerzas fuese mayor de $90°$?

12. El motor de un auto es capaz de ejercer una fuerza de 4000 N. Cuando circula por una carretera recta hacia el norte, sopla un viento en dirección este, ejerciendo sobre el auto una fuerza de 400 N. ¿Qué debe hacer el piloto para no salirse de la carretera?

13. Un cuerpo de 120 N de peso cuelga a 80 cm de uno de los extremos de una viga de masa despreciable y 2 m de longitud. **Calcula** las fuerzas que soportan dos personas que la sostienen por sus extremos. **Representa** el sistema de fuerzas.

14. Una barra de 70 cm de longitud pesa 4 N. Se cuelgan de sus extremos dos cuerpos cuyos pesos son 6 y 10 N. **Calcula** la fuerza resultante y su punto de aplicación. **Representa** el sistema de fuerzas.

15. La resultante de dos fuerzas paralelas del mismo sentido es de 200 N.
    a. Si una de ellas tiene un valor de 120 N y dista 40 cm de la resultante, ¿cuál será la intensidad de la otra fuerza?
    b. ¿Qué distancia existirá entre ambas? **Representa** el sistema de fuerzas.

16. **Halla** el valor, la dirección, el sentido y el punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas paralelas, de 40 N y 60 N, cuyas líneas de acción distan entre sí 80 cm si: a. Son del mismo sentido; b. Son de sentido contrario.

— **Dibuja** la fuerza resultante en cada caso.

3 Momentos de una fuerza

17. La distancia entre el pomo de una puerta y el eje de sus bisagras es de 50 cm. Empujamos sobre el pomo con una fuerza de 100 N que es perpendicular al plano de la puerta. ¿Cuánto vale el momento de la fuerza? ¿Y si el pomo estuviera en el centro de la puerta? **Interpreta** el resultado obtenido.

18. Para abrir una puerta de 90 cm de anchura, se requiere un momento de fuerza mínimo de $1{,}5\ \text{N}\cdot\text{m}$. Si se ejerce perpendicularmente sobre el picaporte, situado en el borde de la puerta, una fuerza de 2 N, ¿conseguiremos abrirla? **Razona** tu respuesta.

19. Un piloto de Fórmula 1 ejerce una fuerza de 30 N sobre los extremos de su volante de 30 cm de diámetro. ¿Cuánto vale el momento del par de fuerzas que permite el giro del volante?

20. A un volante de 30 cm de radio, se le aplica un par de fuerzas, de modo que se obtiene un momento de fuerzas total igual a $147\ \text{N}\cdot\text{m}$, que ocasiona su giro. ¿Cuánto vale cada fuerza ejercida?

21. De los extremos de una cuerda que pasa a través de una polea de 10 cm de radio, se cuelgan sendas masas de 20 kg y 30 kg. ¿Hacia dónde gira la polea? **Calcula** el momento de fuerza total.

22. Dos niños juegan con una puerta tratando de girarla, cada uno en un sentido. El niño A empuja desde el picaporte (situado en el borde) con una fuerza de 100 N, mientras que el niño B aplica una fuerza de 120 N a 25 cm del picaporte. Si la anchura de la puerta es de 1,5 m, ¿quién ganará el juego?

23. El momento de fuerza total que hace girar un volante de 30 cm de diámetro tiene un valor de $3\ \text{N}\cdot\text{m}$. **Determina** las características (módulo, dirección y sentido) de las fuerzas que provocan el giro del volante.

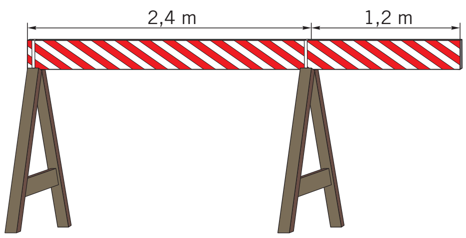
4 Equilibrio

24. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
    a. Si un cuerpo está en reposo, necesariamente no se le está aplicando ninguna fuerza.
    b. Un paracaidista alcanza, después de un cierto tiempo tras su salto, una velocidad constante llamada velocidad límite. A partir de ese instante, se encontrará en equilibrio estático.

25. Un saco de arena, que pesa 600 N, está colgado de una cuerda. Mediante otra cuerda se tira horizontalmente de él con una fuerza de 250 N. Si el saco se mantiene así en reposo, ¿qué fuerza ejerce sobre él la cuerda que cuelga del techo?

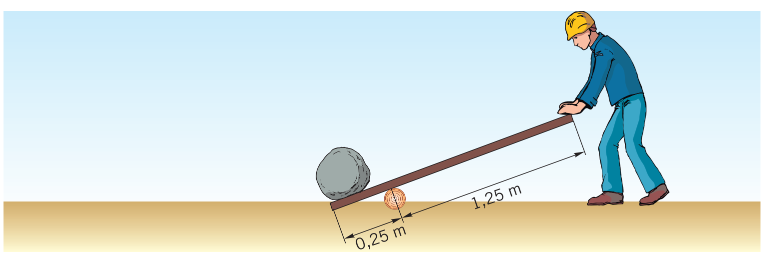
26. Un niño sujeta en cada una de sus manos un perro atado a una correa. Los dos perros tiran del niño en direcciones perpendiculares y con fuerzas de 100 N y 150 N. ¿Qué características debe tener la fuerza que ejerce el niño para no moverse?

27. Un tablero homogéneo de 48 N de peso y $3,6$ m de longitud se encuentra en reposo horizontalmente sobre dos caballetes, como se muestra en la imagen. ¿Qué fuerzas ejercen los caballetes sobre el tablero?



28. Una piñata cuelga del techo gracias a una cuerda. Un niño tira horizontalmente de ella con una fuerza de 30 N hasta que se alcanza el reposo. En ese momento, la cuerda forma un ángulo de $30°$ con la vertical. **Calcula**: a. La fuerza que soporta la cuerda; b. El peso de la piñata.

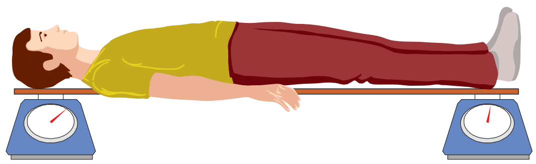
29. **Calcula** la fuerza que debemos ejercer sobre la palanca de la imagen para mover la roca de 2000 N de peso.



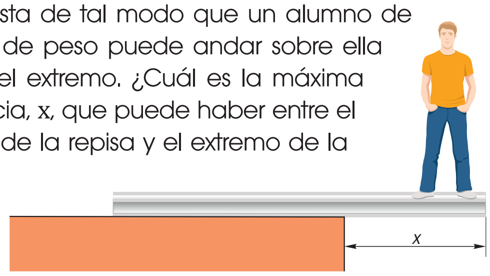
30. Una atleta de 900 N de peso se encuentra haciendo flexiones. Su centro de gravedad se halla justo por encima del punto P del suelo, el cual dista 90 cm de los pies y 60 cm de las manos. ¿Qué fuerza ejerce el suelo sobre las manos?

31. Dos obreros transportan una viga de 5 m de longitud y 250 N de peso. El obrero A sujeta por un borde y el B, a 60 cm del otro borde. **Dibuja** todas las fuerzas que actúan sobre la viga y calcula la fuerza que ejerce cada obrero.

32. Para determinar el centro de gravedad de un hombre, se le coloca horizontalmente sobre una tabla de peso despreciable, que está apoyada sobre dos balanzas, como se muestra en la imagen. Si su altura es de $1,88$ m y las balanzas marcan 445 N (la de la izquierda) y 400 N (la de la derecha), ¿dónde estará localizado el centro de gravedad?

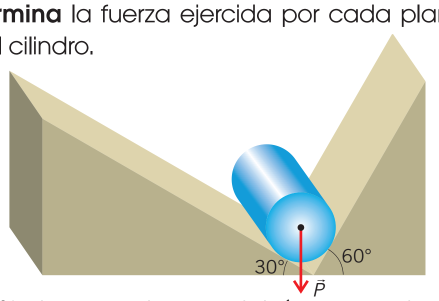


33. Una viga de 10 m y 3000 N de peso se extiende sobre una repisa horizontal, tal y como se indica en la imagen, descansando sobre ella. La viga está dispuesta de tal modo que un alumno de 600 N de peso puede andar sobre ella hasta el extremo. ¿Cuál es la máxima distancia, x, que puede haber entre el borde de la repisa y el extremo de la viga?



34. Un peso de 60 N se sostiene en la mano, formando el brazo y el antebrazo un ángulo de $90°$. El bíceps ejerce una fuerza, vertical y hacia arriba, que dista $3,4$ cm del codo. ¿Cuánto vale dicha fuerza si la distancia del peso al codo es de 30 cm?

35. Un cilindro de 100 N de peso se apoya sobre dos planos inclinados, tal y como se indica en la figura. **Determina** la fuerza ejercida por cada plano sobre el cilindro.



36. El 58 % del peso de un autobús es soportado por las ruedas delanteras. La distancia entre las ruedas delanteras y traseras es de 8 m. **Determina** la posición del centro de gravedad del autobús.

5 Leyes de la dinámica

37. Un alumno razona del siguiente modo:

    «Si lanzo horizontalmente una piedra, en el momento de soltarla dejan de actuar fuerzas sobre ella, por lo que continuará moviéndose en línea recta y con la misma velocidad que tenía al soltarla».

    ¿En qué falla su razonamiento?

38. **Dibuja** los diagramas de fuerzas correspondientes a las siguientes situaciones. Indica, en cada caso, cómo se aplicaría la segunda ley de Newton.
    a. Un globo aerostático que desciende a velocidad constante.
    b. Un proyectil en el punto más alto de su trayectoria parabólica.
    c. Un niño en un columpio, cuando pasa por el punto más bajo y por el punto más alto.
    d. Un gimnasta ascendiendo por una cuerda con aceleración constante.

39. Un velocista de $85\ \text{kg}$ de masa es capaz de acelerar de 0 a $36\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ en los primeros $3\ \text{s}$ de su carrera. ¿Qué fuerza es necesaria para ello?

40. **Explica** por qué no se puede trepar por una cuerda sin tirar de ella hacia abajo.

41. **Justifica** por qué es imposible detenerse bruscamente cuando vamos corriendo.

42. **Di** cómo avanzan los cohetes que se lanzan al espacio.

43. Razona por qué suelen ser más aparatosos los accidentes de tráfico de los autobuses.

44. Si dejamos caer una pelota desde la ventana del aula, ¿se mantiene constante su momento lineal?

45. Una patinadora de $50\ \text{kg}$, que se mueve a $3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, se abraza a un patinador de $70\ \text{kg}$ que se desliza en sentido contrario con una velocidad de $2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. **Determina** la velocidad con que se mueven ambos después de unirse.

46. Un petardo que está en reposo explota y se divide en dos partes. **Justifica** que las velocidades de ambas partes han de tener la misma dirección, pero sentidos contrarios, e **indica** cómo estarán relacionadas.

47. Una bala de $17\ \text{g}$ de masa se lanza contra un saco de arena de $1500\ \text{g}$, quedándose incrustada en él. El conjunto bala-saco se mueve, tras el impacto, con una velocidad de $0{,}64\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. **Determina** la velocidad de la bala antes del impacto. **Considera** despreciable el rozamiento.

48. Un cuerpo se mueve con una velocidad de $5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Si repentinamente se rompe en dos partes iguales, de manera que una de ellas se mueve con una velocidad de $2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ en la misma dirección e igual sentido que el cuerpo original, ¿cuál será la velocidad (módulo, dirección y sentido) de la otra parte?

49. Se desea determinar la relación entre las masas de dos carritos de supermercado que colisionan. Para ello, lanzamos el carrito A con una rapidez de $0{,}7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ contra el B, que está en reposo. Tras el impacto, A rebota con una rapidez de $0{,}3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, mientras que B sale despedido a $0{,}5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿Cuál de las dos masas es mayor y en qué proporción?

50. Un vagón de tren militar, provisto de un cañón, tiene una masa de $4000\ \text{kg}$ y viaja a $72\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ en una vía horizontal. En cierto momento, dispara un proyectil de $20\ \text{kg}$ en la misma dirección e igual sentido de la marcha con una rapidez de $320\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. **Halla** la velocidad del vagón tras el disparo.

51. En una partida de billar, el taco golpea una bola en reposo de $200\ \text{g}$ con una fuerza de $40\ \text{N}$ durante una centésima de segundo y, como resultado, la bola rueda por el tapete hasta que golpea otra bola igual que se halla en reposo. **Calcula** la velocidad de la segunda bola si la primera, tras el choque, retrocede a $0{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

52. En un campo de tiro se pone a prueba un nuevo modelo de ametralladora. Los proyectiles, de $100\ \text{g}$ de masa, salen disparados a una velocidad de $400\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La máxima fuerza que puede ejercer el operario al sujetar el arma es de $200\ \text{N}$. ¿Cuál es el máximo número de balas que puede disparar en un minuto?

53. Se dispara un proyectil de $8\ \text{g}$ a $100\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, y queda incrustado en el centro de un bloque de madera de $2\ \text{kg}$. **Calcula** la velocidad del bloque inmediatamente después del impacto. ¿Qué fuerza ejerce el bloque sobre el proyectil si el impacto dura $0{,}01\ \text{s}$?

54. Una bala de $9\ g$ parte del reposo y recorre $6\ cm$ en el cañón del fusil. La velocidad de la bala cuando deja el cañón es de $1200\ m \cdot s^{-1}$. **Determina** el valor de la fuerza ejercida sobre la bala considerando constante su valor.

—¿Cuál será la fuerza que se ejerce sobre el fusil?

55. Ayúdate de la dirección web que aparece a continuación para elaborar una presentación que resuma brevemente las leyes de Newton: http://goo.gl/KQRLjl

56. Los cohetes espaciales son objetos en movimiento cuya masa disminuye con el tiempo.

—**Busca** información en Internet acerca de cómo son capaces de avanzar estos dispositivos y cuáles son las ecuaciones que describen su movimiento.

6 Interacciones de contacto

57. **Di** por qué resulta sencillo arrastrar un trineo tirando de él con una cuerda inclinada con respecto a la horizontal.

58. **Justifica** por qué, cuanto más se aprieta una palma de la mano contra la otra, más difícil resulta deslizarlas.

59. **Calcula** la aceleración que adquiere un cuerpo al dejarlo en lo alto de un plano inclinado $37°$, si el coeficiente de rozamiento con el plano es $0,10$.

60. Lanzamos una jarra de agua de $2\ kg$ por una superficie horizontal con una velocidad de $36\ km \cdot h^{-1}$. Si $m = 0,20$, ¿qué distancia recorrerá hasta detenerse?

61. Dos masas iguales cuelgan de los extremos de una cuerda que pasa a través de una polea. ¿Puede afirmarse que no existe tensión en la cuerda? **Justifica** tu respuesta.

62. Una persona de $70\ kg$ que practica *puenting* salta al vacío desde un puente. La cuerda elástica que tiene amarrada a sus tobillos mide $10\ m$ sin estirar. **Determina** la constante elástica de la cuerda si la persona cae una distancia total de $30\ m$.

63. Petra desea tirar de un baúl de $20\ kg$, que ha hallado semioculto en el desván de casa, con una fuerza de $100\ N$. Si el coeficiente de rozamiento entre el baúl y el suelo es de $0,1$, **determina** la aceleración con que el baúl comenzará a moverse cuando la fuerza:

a. Sea paralela al plano.

b. Forme un ángulo de 20° sobre la horizontal.

c. Forme un ángulo de 20° bajo la horizontal.

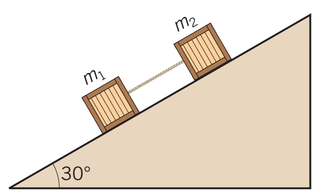
64. Un objeto de $5,0\ kg$ se apoya sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático es de $0,50$; el dinámico, de $0,20$. **Calcula** la fuerza mínima necesaria para iniciar el movimiento, y, si se mantiene dicha fuerza, **halla** la velocidad del objeto a los $2\ s$.

65. Durante una mudanza, un estudiante de $70\ kg$ de masa trata de mover un cajón de $120\ kg$, sin ruedas, lleno de libros de física. Para ello, empuja el cajón con una fuerza paralela al suelo. El coeficiente de rozamiento estático del cajón con el suelo es de $0,2$ y el de sus zapatos con el suelo, de $0,25$. ¿Podrá mover el cajón?

66. Dos bloques de $10,0\ kg$ y $5,0\ kg$ están unidos por una cuerda inextensible de masa despreciable y situados sobre un plano inclinado de $20°$. Si $m = 0,25$ para ambos, **calcula**: a. La fuerza F, paralela al plano necesaria para que los bloques asciendan con velocidad constante; b. La tensión que soporta la cuerda que los une.

67. En una película, el protagonista pretende huir de su enemigo descolgándose con ayuda de una cuerda, pero su masa es de $90\ kg$ y la cuerda solo soporta una tensión de $750\ N$: a. ¿cuál es la mínima aceleración con la que ha de descolgarse?; b. ¿podría quedarse temporalmente quieto en la cuerda?

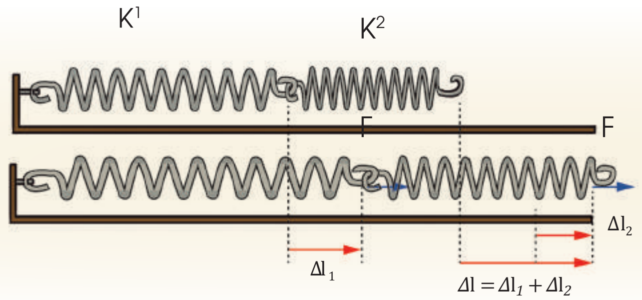
68. Dos cuerpos de masas $m_1 = 3,0\ kg$ y $m_2 = 4,0\ kg$ están unidos mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable, según se indica en la figura. Si los respectivos coeficientes de rozamiento son de $0,20$ y $0,40$, **calcula** la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.



MUELLES EN SERIE Y MUELLES EN PARALELO

Muelles en serie

Los dos muelles están sometidos a la misma fuerza F, aunque cada uno experimenta un alargamiento diferente de acuerdo con la ley de Hooke.



$$\Delta l_1 = \frac{F}{K_1} \qquad \Delta l_2 = \frac{F}{K_2}$$

Sobre el conjunto de ambos muelles la fuerza F provoca un alargamiento $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$.

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2.$$

$$K = \frac{F}{\Delta l} = \frac{F}{\Delta l_1 + \Delta l_2} = \frac{F}{\frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2}} = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}; \quad K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$

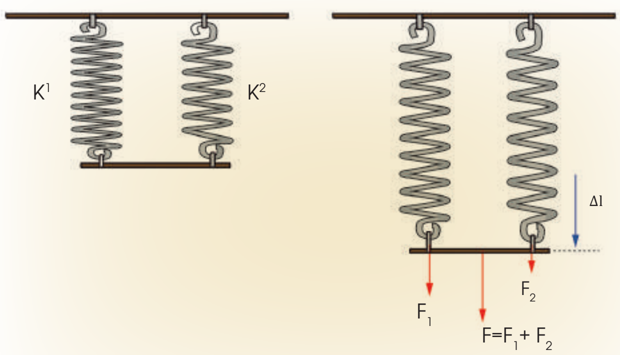
Si $K_1 = K_2$ resulta: $K = \frac{K_1}{2} = \frac{K_2}{2}$

Objetivo de la práctica

En esta práctica uniremos dos muelles iguales, primero en serie y después en paralelo, determinaremos experimentalmente las constantes elásticas de estas asociaciones y comprobaremos si coinciden con las calculadas teóricamente.

Muelles en paralelo

Los dos muelles experimentan el mismo alargamiento Dl, aunque cada uno está sometido a una fuerza diferente de acuerdo con la ley de Hooke.



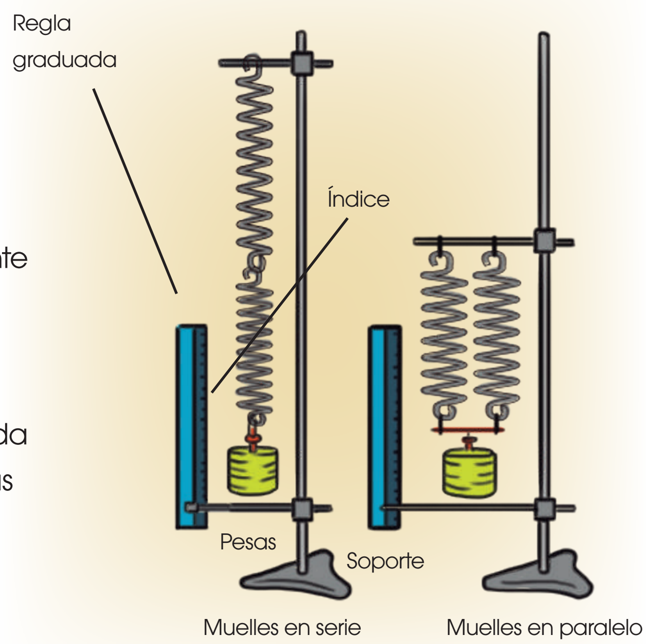
acuerdo con la ley de Hooke.

$$F_1 = K_1\, \Delta l \qquad F_2 = K_2\, \Delta l$$

Sobre el conjunto de ambos muelles la fuerza será $F = F_1 + F_2$.

$$K = \frac{F}{\Delta l} = \frac{F_1 + F_2}{\Delta l} = \frac{F_1}{\Delta l} + \frac{F_2}{\Delta l} = K_1 + K_2$$

Si $K_1 = K_2$, resulta: $K = 2\,K_1 = 2\,K_2$



MATERIALES:

- Dos muelles de acero iguales de constante elástica conocida
- Regla graduada
- Portapesos o platillo para aplicar la carga
- Pesas o discos ranurados de masa conocida
- Soporte metálico provisto de brazo y pinzas

PROCESOS:

Muelles en serie

- **Asocia** los dos muelles en serie. Para hacerlo basta con unirlos por un extremo.
- **Cuelga** ambos muelles unidos al brazo del soporte. Cuelga en el extremo libre el portapesos o el platillo y ajusta el índice del muelle al cero de la regla.
- **Coloca** los discos o pesas necesarios para que empiece a alargarse el muelle de una forma apreciable. Añade pesas regularmente, por ejemplo de 10 g en 10 g o de 50 g en 50 g, anotando en la tabla 1 el valor de las pesas y el alargamiento producido.
- **Efectúa** al menos seis mediciones sucesivas con diferentes pesas.
- **Representa** gráficamente la fuerza aplicada, en newtons, en función de los alargamientos, en centímetros. Une los puntos obtenidos y observa la forma de la gráfica.
- **Determina** el valor de la pendiente de la recta. Este valor es justamente la constante elástica resultante.

Medición	Masa de las pesas (kg)	Fuerza aplicada (N) $p = m \cdot g$	Alargamiento Δl (cm)	$F/\Delta l$ (N/cm)

SENTIDO CRÍTICO

El primer gravitómetro: la Torre de Pisa

La gravedad acelera igual a los cuerpos independientemente de su masa, aunque nuestra intuición nos dice lo contrario.

Al dejar caer desde una altura, por ejemplo desde la mesa, una hoja de papel y un lápiz, este último llega antes al suelo. Razonamos de la siguiente forma:

«...claro, el lápiz pesa más, con lo que se acelera más rápidamente...». Pero ese razonamiento no es correcto. Basta con repetir el experimento en condiciones de vacío (http://goo.gl/XQoDVc).

La conclusión para el primer experimento, teniendo en cuenta su variante al vacío, es que el rozamiento con el aire es el causante de que el lápiz llegue antes.

En ausencia de rozamiento, la hoja y el lápiz (la pluma y el martillo lunares) llegan a la vez, son aceleradas igualmente.

http://goo.gl/y7jVzL

Físicos de la Universidad de Stanford han modernizado el experimento que, según la leyenda, Galileo llevó a cabo en la Torre de Pisa (y el de Scott en la Luna), para probar que los cuerpos se aceleran igual, independientemente de su masa. Los investigadores han demostrado con una precisión asombrosa (siete partes en mil millones; jamás se había llegado a esta precisión al medir la aceleración de átomos individuales) que la fuerza de la gravedad terrestre actuando sobre un átomo, que se rige por las leyes de la mecánica cuántica, lo acelera exactamente igual que a un balón de fútbol, objeto macroscópico que se rige por las leyes de la mecánica clásica. Para ello, han utilizado un interferómetro atómico y un gravitómetro.

Un interferómetro divide en dos un haz de luz (o, en nuestro caso, de átomos), cada uno de los cuales recorre caminos diferentes y, después, se vuelven a unir.

Al unirse, interfieren constructiva o destructivamente, de forma que permiten medir con muchísima precisión la diferencia de camino recorrido.

Los físicos de Stanford han diseñado y construido un interferómetro atómico nuevo, en el que han utilizado átomos ultraenfriados por láser y pulsos ópticos.

Mediante varios láseres se detrae energía cinética del átomo individual, enfriándolo hasta algunas millonésimas de grado por encima del cero absoluto, de forma que, a esas temperaturas tan bajas, se mueve solo a centímetros por segundo, con lo que es más fácil seguirlo. Los pulsos se utilizan para separar y combinar los átomos. De ahí se puede deducir la velocidad en la caída libre.

AUDIOVISUAL

Los cohetes y las leyes de Newton

La física que subyace en el vuelo de los aviones de reacción, el lanzamiento de los cohetes o la puesta en órbita de satélites, se puede explicar con las leyes de Newton. Con lo que sabes, ¡podrías lanzar un cohete!

Visiona el vídeo «Rockets – The Newton's 3rd Law in action and reaction» en el siguiente enlace:

http://goo.gl/45pmdB

La segunda ley de Newton establece que la acción de una fuerza neta sobre un cuerpo dará lugar a una variación en el tiempo de su momento lineal.

El momento lineal de un cuerpo es una magnitud vectorial que es directamente proporcional a su masa y a su velocidad. Por lo tanto, siendo la masa fija, lo único que puede cambiar bajo la acción de la fuerza neta es la velocidad. Pero la variación temporal de la velocidad no es más que la aceleración.

Sin embargo, no siempre puede considerarse la masa de los cuerpos constante.

Una excepción clara son los cohetes, en los que el combustible (se necesita muchísimo para poder enviarlos al espacio exterior) se consume y cuya masa respecto a la masa del propio cohete sin combustible es muy grande. Un auto que circula por la carretera también consume combustible, pero su masa, respecto a la del auto sin combustible, es muy pequeña, con lo que la inercia del auto sin combustible o con él apenas cambia.

— Teniendo en cuenta todo esto, ¿cómo crees que habría que modificar el enunciado de la segunda ley de Newton aplicada al caso de los cohetes?

— Enuncia la tercera ley de Newton para este caso concreto en el que se quiere lanzar un cohete. Indica cuál es la acción y cuál la reacción.

— Haz un esquema indicando las fuerzas que toman parte en el desplazamiento del cohete.

— Propón más ejemplos en los que el movimiento se explique utilizando la tercera ley de Newton.

2 Resumen

Fuerzas

- **Fuerza es toda causa capaz de alterar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo, o de producir en él una deformación.**
  - Es una magnitud vectorial
  - Siempre actúan por parejas
  - **Tipos**
    - De contacto
    - A distancia
    - Interacciones fundamentales:
      - Nuclear fuerte
      - Electromagnética
      - Nuclear débil
      - Gravitatoria
- **Fuerza resultante sobre un cuerpo**
  - Aquella que produce el mismo efecto que todas las fuerzas que actúan simultáneamente sobre el cuerpo.
    - Se determina componiendo fuerzas.
- **Momento de una fuerza**
  - Magnitud vectorial responsable del giro de un cuerpo.
  - Par de fuerzas
    - Dos fuerzas paralelas de igual valor y sentido contrario que provocan el giro del cuerpo sobre el que actúan.
- **Equilibrio**
  - **Estático.** Todos los puntos del cuerpo están en reposo.
  - **Traslacional.** Velocidad lineal constante distinta de cero (MRU).
  - **Rotacional.** Gira con velocidad angular constante.
    - Condiciones de equilibrio:
      - Fuerza resultante nula
      - Momento resultante nulo

2 Resumen

Fuerzas y movimiento
La dinámica explica las causas que provocan los movimientos de cualquier objeto del universo.

Leyes de la dinámica
Se aplican sobre sistemas de referencia inerciales.

Primera ley de Newton: ley de inercia
Todo cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a no ser que actúe sobre él alguna fuerza neta o resultante.

Segunda ley de Newton: ley fundamental de la dinámica

Enunciado
Toda fuerza (neta o resultante) ejercida sobre un cuerpo provoca en este una variación temporal de su momento lineal. $\vec{F}_{neta} = m\,\vec{a}$

Conservación del momento lineal

$$\vec{F}_{neta} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \vec{p} = cte$$

Tercera ley de Newton: ley de acción-reacción
Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre un cuerpo B (llamada **acción**), este responde al cuerpo A ejerciendo una fuerza de igual valor, pero de sentido contrario (llamada **reacción**).

Interacciones de contacto
Existen entre cuerpos cuyas superficies están en contacto directo.

Fuerza normal. Fuerza de contacto con la que una superficie sostiene un cuerpo apoyado sobre ella. Siempre es perpendicular a dicha superficie de contacto.

Fuerza de rozamiento. Fuerza existente entre las superficies de dos objetos que están en contacto, oponiéndose al movimiento relativo entre estos. Es paralela a las superficies de contacto, proporcional a la fuerza normal y depende de la naturaleza de las superficies, aunque no del área de contacto.

$$\vec{F}_r = \mu\vec{N}$$

Tensión. Fuerza que se transmite a lo largo de una cuerda o cable cuando se ejerce una fuerza sobre uno de sus extremos.

Fuerza elástica. Fuerza con que un objeto elástico responde a la fuerza que lo deforma. Tiene siempre sentido contrario a la deformación.

$$\vec{F}_{el} = -k\,\vec{x}$$

Dinámica del MCU
La fuerza centrípeta es la fuerza neta que se ejerce sobre un objeto que describe un movimiento circular uniforme y evita que escape de su trayectoria. Va dirigida desde el objeto hacia el centro de su trayectoria circular.

$$F_c = m\,\frac{v^2}{R}$$

Dinámica de rotación

Momento angular. Magnitud vectorial asociada al giro de cualquier cuerpo. En el caso de una partícula, $L = r\,m\,v\,\text{sen}\,\alpha$ y su dirección es perpendicular a $\vec{r}$ y $\vec{v}$.

El momento angular está relacionado con el momento de la fuerza que provoca el giro

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

Conservación del momento angular. Si $M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = 0 \Rightarrow L = cte.$

Interacciones gravitatoria y electrostática

Leyes de Kepler

Ley de las órbitas. Todos los planetas se mueven describiendo órbitas elípticas en torno al Sol, localizado en uno de los focos de la elipse.

Ley de los períodos. El vector de posición de un planeta con respecto al Sol barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.

Ley de los períodos. El cuadrado del período de revolución de un planeta alrededor del Sol es proporcional al cubo del semieje mayor de la elipse que describe en su movimiento. $T^2 = k\,r^3$

Interacción gravitatoria

Ley de gravitación universal de Newton. Dos partículas materiales cualesquiera del universo se atraen entre sí con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1\, m_2}{r_{12}^2}\,\vec{u}_{12};\quad \vec{F}_{21} = -G\frac{m_1\, m_2}{r_{12}^2}\,\vec{u}_{21};\quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Las leyes de Kepler son consecuencia de la ley de gravitación universal y de la conservación del momento angular.

Campo gravitatorio. Perturbación que una partícula genera a su alrededor por el hecho de tener masa, y que actúa sobre cualquier otra masa cercana a ella.

$$g = G\,\frac{M}{r^2}$$

Peso. Fuerza con que dicho cuerpo es atraído por la Tierra debido a la influencia del campo gravitatorio terrestre.

$$\vec{P} = m\,\vec{g}$$

Interacción electrostática

Ley de Coulomb. La fuerza electrostática de atracción o de repulsión entre dos cargas eléctricas en reposo es directamente proporcional al producto de ambas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F}_{12} = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\,\vec{u}_{12};\quad \vec{F}_{21} = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\,\vec{u}_{21};\quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Campo eléctrico. Perturbación que genera una carga eléctrica en el espacio, de modo que cualquier otra carga eléctrica que se encuentre en sus inmediaciones nota sus efectos.

Las interacciones gravitatoria y electrostática son dos de las interacciones fundamentales de la naturaleza. Presentan **semejanzas y diferencias.**

Para finalizar

1. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

   a. La masa es una propiedad general de la materia porque nos permite diferenciar unos objetos de otros.

   b. Si sobre un cuerpo actúa una única fuerza, entonces este puede encontrarse en reposo.

   c. Si un cuerpo está en reposo, necesariamente no se le está aplicando ninguna fuerza.

   d. Un cuerpo se mueve siempre en la misma dirección y el mismo sentido que la fuerza que existe sobre él.

2. **Asocia** los siguientes fenómenos a una de las interacciones fundamentales de la naturaleza:

   a. Señales de radio y de televisión.

   b. Degradación del carbono-14.

   c. Formación de un agujero negro.

   d. Propagación de la luz.

   e. Corriente eléctrica.

   f. Estabilidad del núcleo de un átomo.

3. El motor de un auto es capaz de ejercer una fuerza de 5000 N. El viento sopla perpendicularmente a su dirección con una fuerza de 200 N.

   a. ¿Cuál es la fuerza total sobre el auto?

   b. ¿Qué debería hacer el conductor para no desviarse de su trayectoria inicial?

4. En ocasiones, es imposible abrir una puerta aunque se ejerza una fuerza sobre ella.

   — ¿Cuándo sucederá esto?

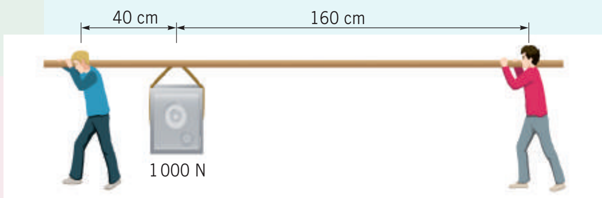
5. ¿Por qué es más fácil abrir un bote de tapa grande que otro de tapa pequeña?

6. La fuerza necesaria para abrir una puerta tirando de su manecilla es la centésima parte de su peso. Si la puerta pesa 100 N y la distancia de la manecilla al eje de giro es de 1 m, **calcula**:

   a. La fuerza necesaria para abrir la puerta si la aplicamos en un punto que dista 50 cm del eje.

   b. La fuerza necesaria para abrir la puerta si la aplicamos a un punto que dista 10 cm del eje.

7. En la siguiente figura, ¿por qué uno de los trabajadores se muestra tan descansado y su compañero, con tanta fatiga?



8. Un puente de 100 m de largo y 10^5 N de peso se mantiene en posición horizontal mediante dos apoyos situados en sus extremos.

   — **Calcula** la fuerza que soportan estos apoyos cuando un vehículo de 10^4 N de peso se sitúa a 30 m de uno de los extremos.

9. En los extremos de una tabla de 6 m de longitud y 300 N de peso se colocan dos niños que pesan 400 N y 500 N, respectivamente. **Determina** dónde deberá estar situado el punto de apoyo para conseguir que la tabla permanezca en equilibrio.

10. Una escalera de mano de $3{,}0$ m de longitud y 400 N de peso se apoya sin rozamiento sobre una pared vertical y el suelo horizontal, formando un ángulo de $60°$ con el suelo (considera que el centro de masas de la escalera se encuentra en su centro geométrico). **Calcula** la fuerza que habrá que ejercer horizontalmente sobre la base de la escalera para que esta no resbale.

11 En un ejemplo de esta unidad determinaste en el laboratorio los valores de las fuerzas que marcaban dos dinamómetros de los que se colgaba una botella de $9{,}8\ \text{N}$ de peso.

a. Intenta explicar en qué principio físico basa el dinamómetro su funcionamiento; es decir, por qué sirve para medir fuerzas.

b. La fuerza elástica que ejerce un muelle se llama fuerza restauradora o recuperadora. ¿Por qué? ¿Será una fuerza de contacto o una fuerza a distancia?

12 Al vigía situado en lo más alto del mástil de un barco que navega con velocidad constante se le cae una moneda. Indica la afirmación correcta: a. La moneda cae delante de la base del mástil; b. La moneda cae en la base del mástil; c. La moneda cae detrás del mástil.

13 Un carro de masa m se mueve con velocidad v por un suelo horizontal y liso. Otro carro de masa doble se desplaza en sentido contrario con una velocidad igual a la mitad de la del primero. Chocan y quedan unidos. **Determina** la velocidad con que se moverán tras el choque.

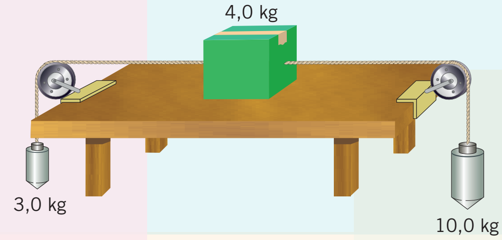
16 Una caja de $80\ \text{kg}$ descansa sobre una superficie inclinada $30°$ con la horizontal. Un muchacho comprueba que, para evitar que la caja se deslice por el plano inclinado, basta con aplicar una fuerza de $200\ \text{N}$ paralela a la superficie.

— ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento estático entre la caja y la superficie? ¿Cuál es la fuerza máxima que puede aplicarse a la caja, paralelamente al plano inclinado, antes de que se deslice hacia arriba?

17 **Explica**, al menos, tres razones por las que la existencia de rozamiento es fundamental en la vida cotidiana.

18 ¿Qué relación ha de haber entre las masas de una máquina de Atwood para que se muevan con una aceleración igual a la quinta parte de la gravedad?

19 **Determina** la aceleración del sistema de la imagen y las tensiones de las cuerdas, teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento es de $0{,}40$.

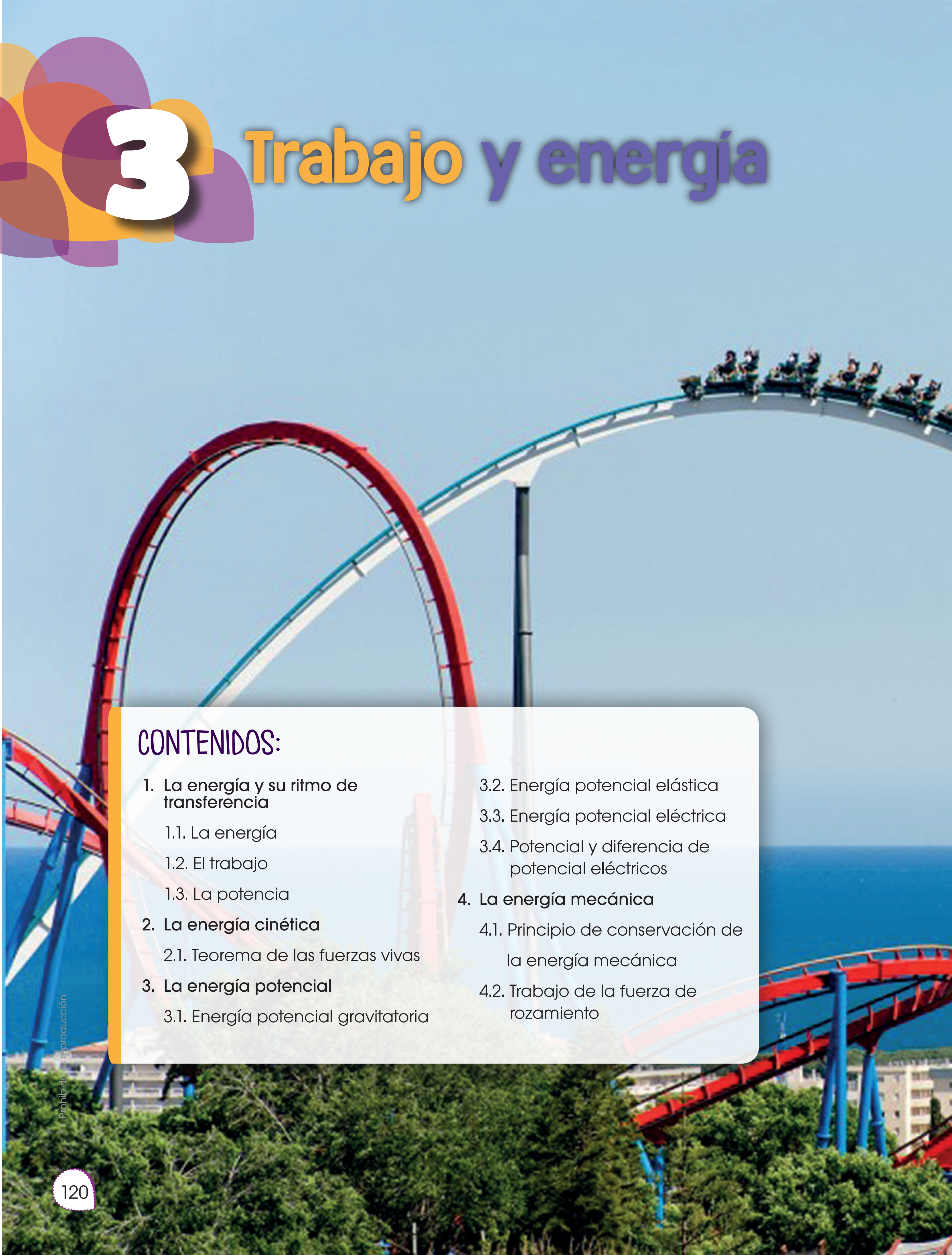


AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal
  - ¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?
  - ¿He cumplido mis tareas?
  - ¿Qué aprendí en esta unidad?
- Trabajo en equipo
  - ¿He compartido con mis compañeros y compañeras?
  - ¿He respetado las opiniones de los demás?
- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

3 Trabajo y energía



CONTENIDOS:

En Internet:

Una búsqueda en Google debe recorrer un gran número de páginas web, y después ordenarlas para el usuario. Para dar mayor o menor relevancia a un resultado, Google utiliza un algoritmo que cuenta la cantidad de páginas con un *link* al mismo. En el reporte http://bit.ly/1Gs6r3D puedes aprender más acerca del proceso.

Película:

El Universo Mecánico. ARAIT Multimedia. Esta serie de vídeos muestran de forma excelente los aspectos más importantes de la física, combinando imágenes, desarrollos matemáticos y contextos históricos. El presente tema lo pueden consultar en: https://goo.gl/OLykKn.

Después de ver la película responder:

- ¿Qué es la energía?
- ¿En qué consiste la ley de conservación de la energía?
- Ponga ejemplos de diferentes formas de energía que se observan en la vida cotidiana

EN CONTEXTO:

En la ingeniería electrónica el paso de corriente se calcula mediante sistemas de ecuaciones, y en informática el manejo de **DATOS** se realiza mediante matrices ordenadas. En este capítulo aprenderás a utilizar estos recursos para resolver varios problemas.

http://goo.gl/g5cXxF

1. LA ENERGÍA Y SU RITMO DE TRANSFERENCIA

Es común que, para la práctica de un deporte, se recomiende aumentar la cantidad de glúcidos en la dieta, porque liberan **energía** de forma gradual, y también la realización de **trabajo** muscular. En esta unidad, veremos cómo la energía se transfiere en forma de trabajo, y cuantificaremos algunos tipos de energía.

1.1. La energía

Todos tenemos una idea intuitiva de lo que es la energía. A veces decimos que nos falta energía, o escuchamos información sobre la escasez de la energía o sobre las energías renovables. Veamos cómo se define la energía en física.

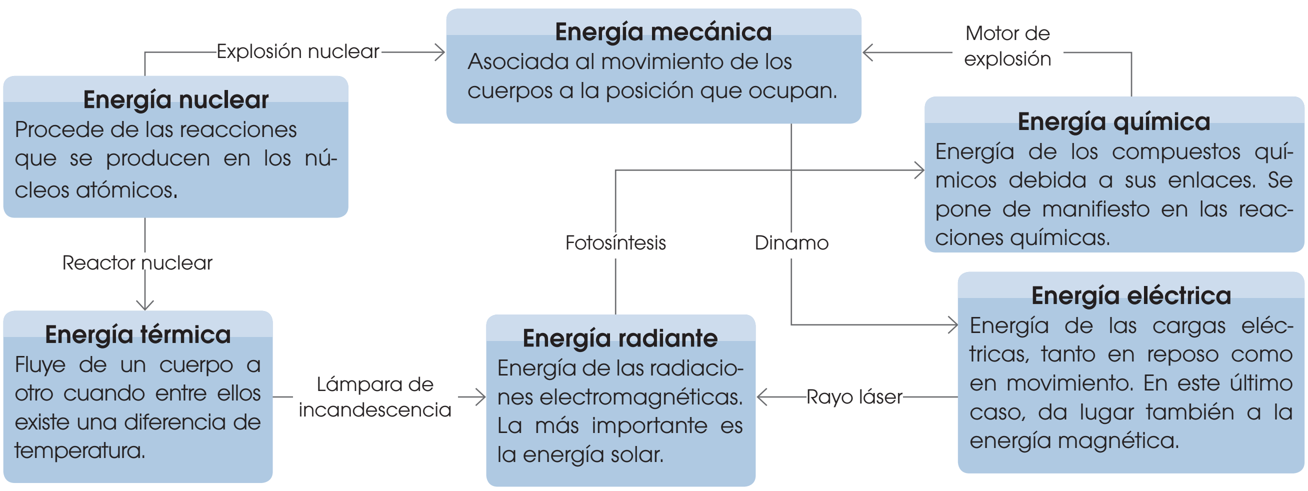
La **energía** es la magnitud física que pone de manifiesto la capacidad de un sistema físico para variar su propio estado o el de otros sistemas.

De esta definición, se deduce que la energía de un sistema solo puede medirse a partir de las transformaciones que es capaz de efectuar sobre él mismo o en su entorno. Se dice entonces que hay una transferencia de energía.

Un **sistema físico** es una porción de materia o una región del espacio que aislamos física o mentalmente del resto para poderla estudiar. Lo que rodea a un sistema es el entorno o medio.

Formas de energía

Según el tipo de transformaciones a las que puede dar lugar, etiquetamos la energía con distintos nombres. En el siguiente esquema, se pueden ver las diferentes formas o tipos de energía con algunos ejemplos de fenómenos de transformación entre ellas.



La energía puede estar almacenada en alguna de sus formas y liberarse en una transformación física o química. Asimismo, puede ser transportada y también puede transformarse en otro tipo de energía, cumpliéndose siempre el principio de conservación de la energía.

La **energía** en el universo **no se crea ni se destruye**, solo **se transforma o transfiere**.

La **unidad de energía** en el SI es el **julio (J)**.

Ejemplo 1

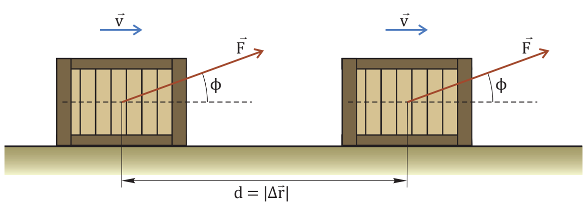
A veces, decimos que la energía de una batería se ha agotado. Sin embargo, este hecho no significa que la energía no se conserva. La energía química de la batería se ha transformado en energía eléctrica, que se ha utilizado para mover las cargas eléctricas por el circuito. Parte de esta energía se disipa en forma de calor y, por ello, la batería termina agotándose.

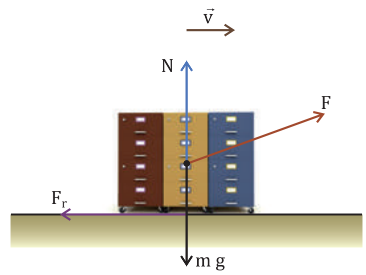
1.2. El trabajo

En nuestra vida diaria, nos referimos al trabajo como sinónimo de tarea, actividad profesional o esfuerzo físico o mental. En física, en cambio, no tiene esta acepción, ya que el trabajo es una magnitud escalar que se define a partir de la fuerza y el desplazamiento. Si no hay desplazamiento, no se produce trabajo.

El **trabajo** efectuado por una **fuerza** constante aplicada a un cuerpo es el producto de la componente de la fuerza en la dirección del movimiento por el **desplazamiento** del punto de aplicación de la fuerza.

En la figura, un cuerpo se desplaza en la dirección *X* mientras actúa sobre él una fuerza, *F* , que forma un ángulo, φ, con esta dirección.





Un **julio (J)** es el trabajo efectuado por una fuerza de un **newton** cuando su punto de aplicación se desplaza un **metro** a lo largo de su línea de acción: 1 J = 1 N · 1 m.

Si sobre un cuerpo actúan varias fuerzas, se calcula el trabajo efectuado por cada fuerza, y el **trabajo total** es la suma de los trabajos de cada una de ellas.

En el dibujo de la derecha, además de F_0, también actúan la normal, el peso y la fuerza de rozamiento; la normal y el peso son perpendiculares al desplazamiento (φ = 90°), por lo que no realizan trabajo (cos φ = 0 → *W* = 0). La fuerza de rozamiento tiene una componente en sentido opuesto al desplazamiento (φ = 180°), por lo que sí realiza trabajo, pero negativo (cos φ = −1 → *W* < 0).

- Una fuerza con una componente en la misma dirección e igual sentido que el desplazamiento realiza un trabajo positivo (**trabajo motor**, porque favorece el movimiento del cuerpo).
- Una fuerza con una componente en la misma dirección que el desplazamiento, pero de sentido contrario, realiza un trabajo negativo (**trabajo resistente**, porque se opone al movimiento del cuerpo).
- Una fuerza perpendicular al desplazamiento **no realiza trabajo**.

Y TAMBIÉN ¿?

Las fuentes de energía son los recursos de los que podemos obtener energía en alguna de sus formas.
Se distingue entre fuentes de energía no renovables, si sus reservas son limitadas (combustibles fósiles, uranio, etc.), y fuentes de energía renovables, que son prácticamente inagotables (el viento, el Sol, el agua embalsada, la biomasa, el agua del mar, el calor interno de la Tierra).

TEN EN CUENTA QUE:

Una definición equivalente de trabajo es decir que este es el **producto escalar** del vector fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = |\vec{F}|\,|\Delta\vec{r}|\cos\phi =$$
$$= F\;\Delta r\;\cos\phi$$

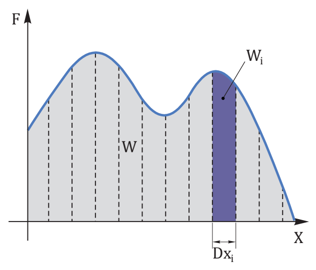
Y TAMBIÉN: ¿?

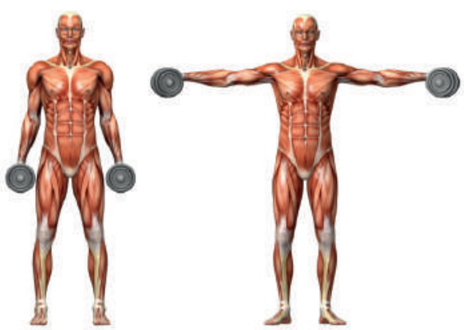
Si la fuerza no es constante, se define un trabajo elemental Wi asociado a un desplazamiento Δr_i muy pequeño en el que la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento puede considerarse constante, F_{ri} . El trabajo total es la suma de todos los trabajos elementales W_i:

$$W = W_1 + W_2 + \ldots + W_n =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} W_i = \sum_{i=1}^{n} F_{ri} \cdot \Delta r_i$$

En una gráfica en la que se represente la fuerza en función de la posición, el trabajo es el área bajo la curva $F(x)$:





http://goo.gl/2Uo1Ql

Interpretación gráfica del trabajo

Consideremos un cuerpo que se desplaza en la dirección *X* y sobre el que actúa una fuerza *F* constante. Entonces, la componente de *F* en la dirección del desplazamiento, F_x, también es constante. El trabajo de *F* sobre el cuerpo se puede interpretar gráficamente como **el área** del rectángulo **de la gráfica *Fx* - *X***.

El trabajo como transferencia de energía

En las máquinas y los mecanismos, se aprovecha el trabajo efectuado por las fuerzas aplicadas para llevar a cabo transformaciones en distintos cuerpos. Por lo tanto, puede decirse que **el trabajo** está relacionado con la **variación de la energía de un sistema**. De hecho, la **energía** también puede definirse como la **capacidad de producir un trabajo**.

Por esta razón, ambas magnitudes tienen la misma unidad en el SI: el julio (J).

Así pues, el cálculo del trabajo nos permite medir las variaciones de energía de un sistema. Dicho de otra forma, la **energía** de un cuerpo **se mide a partir del trabajo** que puede efectuar o a partir del trabajo que ha sido necesario para llevar el cuerpo a su estado actual.

En ocasiones, sin embargo, hay **transformaciones energéticas** que no están asociadas a un trabajo externo. Fíjate, por ejemplo, en el gimnasta de la imagen lateral.

Cuando sube o baja las pesas, la fuerza de sus brazos realiza un trabajo y, como veremos más adelante, este trabajo provoca una variación en la energía de las pesas. Ahora bien, cuando el gimnasta sostiene las pesas en reposo, al no haber desplazamiento, la fuerza que ejercen sus brazos no realiza trabajo. Sin embargo, en su cuerpo tiene lugar una serie de transferencias energéticas: la energía química, previamente extraída de los alimentos y almacenada, se transforma en calor y en energía mecánica de deformación de los músculos.

Ejemplo 2

¿Qué trabajo efectúa un mozo de almacén si arrastra a lo largo de 3,0 m una plataforma llena de cajas con una fuerza de 50 N que forma un ángulo de 45° con la horizontal?

COMPRENSIÓN. El mozo ejerce una fuerza constante, pero solo efectúa trabajo la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

DATOS. $\Delta x = 3{,}0$ m; $F = 50$ N; $\varphi = 45°$

RESOLUCIÓN. La componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento es:

$F_x = F \cos \varphi = 50 \text{ N} \cdot \cos 45° = 35 \text{ N}$

El trabajo efectuado es:

$W = F_x \, \Delta x = 35 \text{ N} \cdot 3{,}0 \text{ m} = 1{,}1 \cdot 10^2 \text{ J}$

COMPROBACIÓN. El trabajo es positivo porque la fuerza favorece el movimiento.

1.3. La potencia

Si en verano estamos diez minutos al sol, nuestra piel recibe la misma energía que estando varias horas al sol en invierno. Sin embargo, las consecuencias para la piel son bien distintas.

Para cuantificar la rapidez o el ritmo con el que se ha transferido energía o se ha efectuado un trabajo, se define una nueva magnitud: la potencia.

La potencia es el trabajo realizado por un sistema en la unidad de tiempo.

La **unidad de potencia** en el SI es el **vatio o watt (W)**.

Un vatio (W) es la potencia de un sistema que suministra o transfiere un julio en un segundo.

Podemos distinguir entre la *potencia media* y la *potencia instantánea*. La **potencia media** es igual al cociente entre el trabajo efectuado y el intervalo de tiempo empleado para llevarlo a cabo, y nos informa del comportamiento del sistema en un intervalo de tiempo:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Por otra parte, el valor de la potencia en un instante de tiempo determinado es la **potencia instantánea**. Corresponde al valor de la potencia media cuando el intervalo de tiempo transcurrido tiende a cero (intervalo de tiempo infinitesimal):

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \text{cuando } \Delta t \to 0$$

Finalmente, cuando sobre un cuerpo actúa una única fuerza, $\vec{F}$, en la dirección del desplazamiento del cuerpo, la potencia puede expresarse como el producto de la fuerza por la velocidad del cuerpo:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \Delta r}{\Delta t} = F\,v$$

Y TAMBIÉN:

- La potencia de la señal de un *router* Wi-Fi es de 100 mW.
- El cuerpo de un adulto desprende calor a un ritmo equivalente a 100 W de potencia.
- Una central nuclear puede generar una potencia de más de 1010 W.

TIC

En la web del Centro Español de Metrología, hallarás un resumen del sistema internacional de unidades y unas tablas útiles para la conversión de unidades.

- **Determina** la equivalencia de las unidades del SI para energía y potencia con las siguientes unidades: erg, eV, CV, cal y kW · h.

Visita:

http://www.cem.es/

Ejemplo 3

Un jugador de *hockey* sobre hielo empuja con una fuerza horizontal de 15 N la pastilla negra o *puck*, inicialmente en reposo. La masa del *puck* es de 160 g.

a. Si el jugador aplica la fuerza durante 3,0 s, ¿cuál es la potencia media que desarrolla?

b. ¿Cuánto vale la potencia instantánea al finalizar el tercer segundo?

COMPRENSIÓN. La fuerza es constante y en la misma dirección del desplazamiento del disco. Este sigue un movimiento uniformemente acelerado desde el reposo.

DATOS. $F = 15\ \text{N};\ v_0 = 0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1};\ m = 0{,}160\ \text{kg};\ \Delta t = 3{,}0\ \text{s}$

RESOLUCIÓN.

a. Mediante la primera ley de Newton y la ecuación del MRUA, hallamos la potencia media:

$$F = m\,a; \qquad \Delta x = \frac{1}{2}\,a\,(\Delta t)^2 = \frac{1}{2}\,\frac{F}{m}\,(\Delta t)^2$$

$$P = \frac{F\,\Delta x}{\Delta t} = \frac{F^2\,\Delta t}{2\,m} = \frac{15^2\ \text{N}^2 \cdot 3{,}0\ \text{s}}{2 \cdot 0{,}160\ \text{kg}} = 2{,}1\ \text{k}$$

b. La potencia instantánea es el producto de la fuerza por la velocidad instantánea:

$$P(t) = F\,v = F\,a\,\Delta t = \frac{F^2\,\Delta t}{m} = \frac{15^2\ \text{N}^2 \cdot 3{,}0\ \text{s}}{0{,}160\ \text{kg}} = 4{,}2\ \text{kW}$$

2. LA ENERGÍA CINÉTICA

Si en verano estamos diez minutos al sol, nuestra piel recibe la misma energía que estando varias horas al sol en invierno. Sin embargo, las consecuencias para la piel son bien distintas.

Para cuantificar la rapidez o el ritmo con el que se ha transferido energía o se ha efectuado un trabajo, se define una nueva magnitud: la potencia.

La energía cinética es la energía que posee un cuerpo por el hecho de estar en movimiento.

http://goo.gl/HkoYCX

- Deformación por impacto en un test de seguridad.

TEN EN CUENTA QUE:

La expresión deducida para E_c también es válida para el caso en que la fuerza no fuera constante.

Para hallar la energía cinética de un cuerpo con velocidad v_0, se debe calcular el trabajo que hay que hacer sobre el cuerpo para comunicarle esta velocidad desde el reposo.

Supondremos que aplicamos una única fuerza constante F a un cuerpo de masa m en reposo y que este alcanza la velocidad v al cabo de un tiempo t en el que ha recorrido una distancia Δx. Se cumplen las ecuaciones del MRUA y la segunda ley de Newton:

$$v = a\,t; \quad \Delta x = \frac{1}{2} a\,t^2; \quad F = m\,a$$

De forma que el trabajo efectuado por F es:

$$W = F\,\Delta x = m\,a\,\frac{1}{2} a\,t^2 = \frac{1}{2} m\,v^2$$

Así pues, la expresión de la energía cinética Ec de un cuerpo de masa m y velocidad v es:

$$E_c = \frac{1}{2} m\,v^2$$

Ejemplo 4

Una corredora de 54 kg acelera desde el reposo hasta alcanzar una velocidad de 4,2 m · s^{-1}.

a. ¿Cuál es la energía proporcionada por sus músculos si no hay pérdidas por rozamiento?

b. ¿Qué potencia desarrolla si tarda 6,4 s en alcanzar esta velocidad?

COMPRENSIÓN. La corredora estaba en reposo inicialmente; es decir, no tenía energía cinética, pero gracias al trabajo de la fuerza muscular, la adquiere.

DATOS. $m = 54$ kg; $v = 4{,}2$ m · s^{-1}; $t = 6{,}4$ s

RESOLUCIÓN.

a. Si se supone que no hay pérdidas por rozamiento en forma de calor, la energía proporcionada por los músculos se transforma en energía cinética de la corredora:

$$E_c = \frac{1}{2} m\,v^2 = \frac{1}{2} \cdot 54\ \text{kg} \cdot 4{,}2^2\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 4{,}8 \cdot 10^2\ \text{J}$$

b. La potencia que desarrolla la corredora es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{E_c}{\Delta t} = \frac{4{,}8 \cdot 10^2\ \text{J}}{6{,}4\ \text{s}} = 75\ \text{W}$$

COMPROBACIÓN. Recuerda ser riguroso con los cálculos, dar el resultado con las cifras significativas adecuadas y verificar que las unidades son las correctas.

2.1. Teorema de las fuerzas vivas

Consideremos un cuerpo de masa m que se mueve a una velocidad v_0. Si, a continuación, actúan sobre el cuerpo distintas fuerzas cuya resultante es una fuerza F constante en la dirección del movimiento del cuerpo, esta le comunicará un MRUA con una aceleración de valor $a = \frac{F}{m}$.

Al cabo de un intervalo de tiempo t, la velocidad del cuerpo es:

$$v_f = v_0 + a\,t$$

Y la distancia recorrida es:

$$\Delta x = v_0\,t + \frac{1}{2}a\,t^2$$

De modo que se cumple:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x$$

Por lo tanto, el trabajo efectuado por la fuerza resultante *F* es:

$$W = F\,\Delta x = m\,a\,\Delta x = m\,\cancel{a}\,\frac{v_f^2 - v_0^2}{2\cancel{a}} = \frac{1}{2}m\,v_f^2 - \frac{1}{2}m\,v_0^2$$

Fíjate en que la expresión del segundo miembro es la diferencia entre la energía cinética final del cuerpo y su energía cinética inicial:

$$W = E_{cf} - E_{c0} = \Delta E_c$$

Este resultado se conoce como **teorema de las fuerzas vivas**.

El trabajo efectuado por la fuerza resultante sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética del cuerpo.

Y TAMBIÉN: ¿?

En física, el uso de la expresión fuerzas vivas no se debe a ninguna relación con grupos representativos de la sociedad. Deriva de los términos latinos *vis viva* ('fuerza viva'), magnitud introducida por Leibniz en el siglo XVII para estudiar el movimiento de los cuerpos. Equivale al producto de la masa de un cuerpo por su velocidad al cuadrado.

Ejemplo 5

Un motociclista que circula a 90 km · h^{-1} por una carretera reduce su velocidad a 50 km · h^{-1} al entrar en una población.

- ¿Cuál es el trabajo efectuado por los frenos si la masa de la motocicleta y del motociclista es de 230 kg?

COMPRENSIÓN. Al accionar el freno, la velocidad del motociclista se reduce. Suponemos que toda la pérdida de energía cinética del motociclista se debe a la acción de los frenos, ya que su efecto es mucho más importante que el debido a la fuerza de rozamiento con el asfalto y el aire. También se desprecia la pérdida de masa debida a la combustión de la gasolina.

DATOS. $v_0 = 90\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = 25\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_f = 50\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = 14\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m = 230\ \text{kg}$

RESOLUCIÓN.

a. Si se supone que no hay pérdidas por rozamiento en forma de calor, la variación de la energía cinética esta dada por:

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} = \frac{1}{2}m\,(v_f^2 - v_0^2);$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 230\ \text{kg}\ (14^2 - 25^2)\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = -4{,}93 \cdot 10^4\ \text{J}$$

La variación en la energía cinética es igual al trabajo de la fuerza resultante. En este caso, la única fuerza en la dirección del movimiento es la fuerza de frenado. Así, el trabajo efectuado por los frenos es:

$$W = \Delta E_c = -4{,}93 \cdot 10^4\ \text{J}$$

COMPROBACIÓN. Fíjate en que hemos obtenido las unidades correctas para el trabajo (J). Además, el trabajo es negativo, puesto que la fuerza resultante se opone al movimiento.

3. LA ENERGÍA POTENCIAL

Hemos visto cómo a los cuerpos en movimiento les podemos asociar una energía, la energía cinética. Pero, si un cuerpo está en reposo, ¿tiene energía? Como sabemos, la respuesta es que si el cuerpo en reposo es capaz de producir una transformación en sí mismo o en otro cuerpo, entonces posee energía.

Esta energía puede deberse al estado o constitución del cuerpo y se denomina **energía interna**. Por ejemplo, un fajo de leña al arder permite cocinar alimentos. O bien, esta energía puede deberse a la posición que ocupa el cuerpo en ese instante y recibe el nombre de **energía potencial**. Por ejemplo, una maceta colgada del balcón quedará destrozada contra el suelo si la dejamos caer.

> La energía potencial es la energía que tiene un cuerpo debido a la posición que ocupa en el espacio.

Sin embargo, para que tenga sentido definir una energía potencial Ep asociada a un cuerpo, es necesario que esté en una región del espacio en la que actúe una **fuerza conservativa**. Vamos a ver qué significa esto:

> Una fuerza es conservativa si el trabajo que ejerce sobre un cuerpo solo depende de las posiciones inicial y final del cuerpo.

Y TAMBIÉN: ¿?

Considera un cuerpo en reposo en un punto A en el que actúa una fuerza F. El cuerpo está sujeto por una o más fuerzas que compensan F. Si ahora liberamos el cuerpo de su ligadura, la fuerza F lo acelera hasta un punto B. Y en el desplazamiento de A a B, la fuerza F ha realizado un trabajo sobre el cuerpo.

Supón que llevamos el mismo cuerpo de A a B, pero por un camino diferente al anterior, valiéndonos para ello de otras fuerzas, además de F. El desplazamiento ahora es distinto. Calculemos el trabajo de F sobre el cuerpo de A a B. Si el resultado coincide con el valor anterior en el que F era la única fuerza, es decir, si el trabajo realizado por F entre dos puntos del espacio es independiente de la trayectoria seguida, se dice que F es **conservativa**.

En este caso, la **diferencia de energía potencial** entre dos puntos *B* y *A* es el trabajo, cambiado de signo, que realiza la fuerza conservativa *F* cuando el cuerpo se desplaza de *A* a *B*:

$$E_{pB} - E_{pA} = -W_{A \to B}$$

Son ejemplos de fuerzas conservativas: el peso de los cuerpos, la fuerza elástica de un muelle, las fuerzas eléctricas, etc.

3.1. Energía potencial gravitatoria

En las proximidades de la Tierra, la fuerza gravitacional que esta ejerce sobre los cuerpos es la fuerza peso, dirigida hacia el centro de la Tierra.

Supongamos que elevamos el contenedor de masa m de la figura desde el punto A hasta un punto B cercano (de forma que puede considerarse que el peso es constante). En este desplazamiento vertical, la fuerza peso realiza un trabajo negativo porque tiene sentido contrario al desplazamiento, cuyo valor es:

$$W_{A \to B} = (P \cos 180º)\, h = -m\, g\, h$$

Puede demostrarse que si desplazamos el contenedor de A a B, siguiendo una trayectoria distinta, la fuerza peso siempre realizará la misma cantidad de trabajo. Por tanto, podemos definir la **energía potencial gravitatoria** como la energía de un cuerpo, por el hecho de hallarse a cierta altura sobre la superficie de la Tierra.

$$E_{pB} - E_{pA} = -W_{A \to B} = m\, g\, h$$

Podemos, arbitrariamente, elegir como **origen** (valor cero) de **energía potencial gravitatoria** la posición en que la altura sobre la superficie terrestre sea cero. En este caso, la energía potencial gravitatoria Ep de un cuerpo situado a una altura h de la superficie es: $E_p = m\, g\, h$.

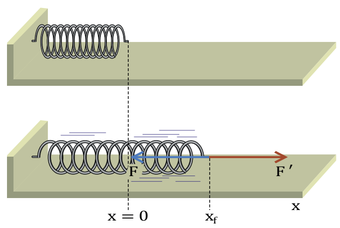
3.2. Energía potencial elástica

Un muelle que ha sido estirado o comprimido adquiere una energía gracias a la cual puede realizar un trabajo. Para ello, basta con liberar el muelle de la fuerza que lo retiene fuera de su posición de equilibrio y dejar actuar a la fuerza elástica.

Como la fuerza elástica es una fuerza conservativa, podemos definir una **energía potencial elástica**, que es precisamente la que tiene el muelle fuera de su posición de equilibrio. La calcularemos a partir del **trabajo de la fuerza elástica**.


http://goo.gl/Fz8etx

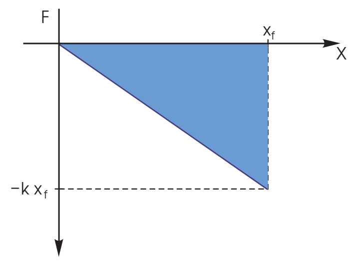
- **Arquero a punto de disparar una flecha.**
El arco tensado tiene energía potencial elástica. ¿Qué le ocurre a la flecha cuando el arquero libera la cuerda?



Consideremos el muelle del dibujo, de masa despreciable y de constante recuperadora k. La posición x = 0 es la del extremo libre del muelle cuando no está alargado ni comprimido.

Para variar la posición del extremo libre del muelle, es necesario aplicar una fuerza externa *F'*, de modo que en la nueva posición ($x = xf_0$) se cumple que *F'* compensa la fuerza elástica *F* del muelle. Como sabes, la fuerza elástica es una fuerza restitutiva que cumple la ley de Hooke: $F = -k\,x$.

En primer lugar, calculamos el trabajo total efectuado por el muelle cuando, mediante una fuerza externa, desplazamos su extremo libre desde la posición *A* (x = 0) hasta la posición *B* ($x = xf_0$).



Date cuenta de que, a diferencia de lo que sucede en el caso de la fuerza peso, la fuerza elástica no es constante. Por tanto, para calcular el trabajo total, hay que hallar sobre la gráfica de la derecha el área del triángulo limitado por F y el eje X, que es negativa por encontrarse por debajo del eje e igual a

$$-\frac{k\,xr^2}{2}$$

Así, la variación de la energía potencial del muelle al desplazarlo de A a B es:

$$E_{pB} - E_{pA} = -W_{A\to B} \quad \frac{1}{2}k\,x_f^2$$

Y, si fijamos como origen de energía la posición x = 0, en la que el muelle no está alargado ni comprimido, la energía potencial elástica de un muelle cuando se encuentra en la posición x es:

$$E_p = \frac{1}{2}k\,x^2$$

Ejemplo 6

¿Cuál es la energía de un muelle de constante $k = 200\ N \cdot m^{-1}$ que se ha comprimido 5,1 cm?

COMPRENSIÓN. En este caso, la deformación del muelle viene dada por: x = - 5,1 cm.

DATOS. k = 200 N · m-1; x = -5,1 cm = - 0,051 m

RESOLUCIÓN. La energía potencial elástica del muelle es:

$$E_p = \frac{1}{2}k\,x^2 = \frac{1}{2}\cdot 200\ N\cdot \cancel{m^{-1}} \cdot 0{,}051^2\ m^{\cancel{2}} = 0{,}26\ J$$

COMPROBACIÓN. La energía potencial elástica es siempre positiva, tanto si el muelle está estirado como comprimido. Su unidad es el julio.

Y TAMBIÉN: ¿?

Aunque en el subapartado 3.1. hemos definido la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m en las proximidades de la superficie terrestre, es posible definirla en cualquier punto de un campo gravitatorio creado por una masa M de forma similar a como hemos visto para el campo eléctrico:

$$E_p = -G\frac{M\,m}{r}$$

La energía potencial gravitatoria es siempre negativa y su valor aumenta a medida que se alejan las masas hasta anularse para distancias infinitas. Esto es así porque la fuerza gravitatoria es atractiva.

3.3. Energía potencial eléctrica

La fuerza electrostática también es conservativa. Esto significa que el trabajo que esta fuerza realiza sobre una carga solo depende de sus posiciones inicial y final. Por tanto, se puede definir una **energía potencial eléctrica**, que es la energía de una carga por el hecho de estar situada en una región del espacio donde actúan fuerzas eléctricas, es decir, por hallarse en el seno de un campo eléctrico.

Así, la diferencia de energía potencial eléctrica entre dos puntos *A* y *B* se expresa como el trabajo cambiado de signo que realiza la fuerza eléctrica sobre la carga cuando esta se desplaza de *A* a *B*:

$$E_{pB} - E_{pA} = -W_{A\rightarrow B}$$

En el caso de una carga q que se mueve en un **campo eléctrico** creado por **una única carga** Q, del cálculo del trabajo de la fuerza eléctrica sobre q se obtiene:

$$E_{pB} - E_{pA} = K\frac{Q\,q}{r_B} - K\frac{Q\,q}{r_A}$$

En esta expresión, r_B y r_A representan las distancias entre las cargas q y Q cuando la carga q está, respectivamente, en los puntos *B* y *A*.

Si fijamos arbitrariamente **el origen de la energía potencial eléctrica**, $E_p = 0$, en el infinito ($r \rightarrow \infty$), obtenemos la expresión de la energía potencial eléctrica de una carga q situada a una distancia r de la carga Q:

$$E_p = K\frac{Q\,q}{r}$$

Esta expresión muestra que:

- La energía potencial eléctrica es positiva cuando las dos cargas tienen el mismo signo, de modo que disminuye cuando ambas se alejan.
- La energía potencial eléctrica es negativa cuando las dos cargas son de signos contrarios, de modo que disminuye cuando ambas se acercan.

Fíjate en que estos resultados están de acuerdo con la ley de Coulomb: las cargas del mismo signo se repelen (espontáneamente tienden a separarse para minimizar su energía) y las de signo contrario se atraen (tienden a acercarse).

En el caso de una carga q que está en un punto del **campo eléctrico creado por varias cargas** puntuales Q_1, Q_2,..., la energía potencial eléctrica de q es la suma de las energías potenciales de cada pareja de cargas por separado (*principio de superposición*):

$$E_p = K\frac{Q_1\,q}{r_1} + K\frac{Q_2\,q}{r_2} + \dots = K\,q\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{r_i}$$

Ejemplo 7

Calcula la energía potencial eléctrica que adquiere una carga puntual q = + 2,0 mC cuando se sitúa en el vacío a una distancia de 10 cm de otra carga puntual Q = + 6,0 mC.

COMPRENSIÓN. La carga q se encuentra dentro del campo eléctrico creado por la carga Q, y por ello posee cierta energía potencial eléctrica.

DATOS. $K = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$; $q = 2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}$; $Q = 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}$; $r = 10\ \mathrm{cm} = 0{,}10\ \mathrm{m}$

RESOLUCIÓN. Calculamos la energía potencial eléctrica:

$$E_p = K\frac{Q\,q}{r} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N \cdot} \cancel{\mathrm{m}^2}}{\cancel{\mathrm{C}^2}} \cdot \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \cancel{\mathrm{C}} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \cancel{\mathrm{C}}}{0{,}10\ \cancel{\mathrm{m}}} = 1{,}1\ \mathrm{J}$$

3.4. Potencial y diferencia de potencial eléctricos

A partir de la energía potencial eléctrica, puede definirse otra magnitud que es muy útil en el estudio de los campos eléctricos o de la corriente eléctrica:

El potencial eléctrico V en un punto es el trabajo que realiza el campo eléctrico al trasladar la unidad de carga positiva desde este punto hasta el infinito.

La **unidad de potencial eléctrico** en el SI es el **voltio (V)**, que equivale a 1 J · C^{-1}. Por convenio, se establece que el potencial eléctrico en el infinito es nulo.

El conjunto de puntos del espacio en que el potencial eléctrico tiene un valor constante se llama **superficie equipotencial**. Las superficies equipotenciales son, en cada punto, **perpendiculares al campo eléctrico** de forma que este siempre va dirigido en el sentido en que disminuye el potencial eléctrico. Si una carga se mueve sobre una superficie equipotencial, el trabajo eléctrico es cero.

Consideremos un punto *A* en el que el potencial eléctrico es V_A. El trabajo electrostático para trasladar una carga q desde *A* hasta el infinito es: $q\,V_A$. De la definición de *energía potencial eléctrica* y teniendo en cuenta que esta es cero en el infinito, obtenemos:

$$qV_A = W_{A\rightarrow\infty} = E_{pA} - E_{p\infty} = E_{pA}$$

Por tanto, el **potencial eléctrico** y la **energía potencial eléctrica** de una carga q en un punto se relacionan por:

$$qV = E_p \Rightarrow V = \frac{E_p}{q}$$

De modo que el potencial eléctrico en un punto es igual a la energía potencial eléctrica que tendría la unidad de carga positiva situada en este punto.

Con esta expresión y la de la energía potencial eléctrica de una carga q debida al campo creado por una carga Q, obtenemos el **potencial eléctrico creado por Q**:

$$V = \frac{E_p}{q} = \frac{K\frac{Q\,\cancel{q}}{r}}{\cancel{q}} = K\frac{Q}{r}$$

En este caso, las superficies equipotenciales son esferas concéntricas, pues todos los puntos situados a la misma distancia r de Q tienen el mismo valor de V.

Por el principio de superposición, el potencial creado por varias cargas en un punto es la suma del potencial que genera cada carga por separado.

Diferencia de potencial

De lo planteado aquí para el potencial, podemos definir la diferencia de potencial $\Delta V = V_A - V_B$ entre dos puntos A y B de un campo electrostático como el trabajo que realiza el campo al desplazar la unidad de carga positiva de A a B.

Toda carga eléctrica tiende a moverse hacia puntos de menor energía potencial. Por tanto, las cargas positivas tienden a moverse en el sentido de los potenciales decrecientes. Para desplazarlas en sentido contrario, hay que realizar un trabajo contra el campo eléctrico. En cambio, las cargas negativas tienden a moverse en el sentido de los potenciales crecientes. Para desplazarlas en sentido contrario, debe efectuarse un trabajo en el mismo sentido que el campo eléctrico.

4. LA ENERGÍA MECÁNICA

Y TAMBIÉN:

La **energía potencial**, sea del tipo que sea, es una energía almacenada que se puede **transformar íntegramente en energía cinética**.

Y TAMBIÉN:

Según el tipo de fuerza que actúe, una **fuerza no conservativa** puede realizar trabajo positivo o negativo.
Por lo tanto, **puede** hacer **aumentar** o **disminuir la energía** mecánica de un sistema.

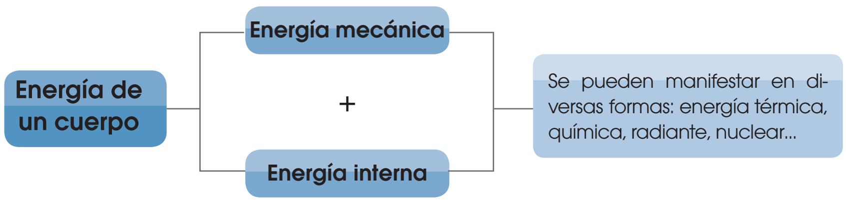
Sabemos que una maceta que es elevada desde el nivel de la calle hasta la repisa de una ventana almacena **energía potencial gravitatoria** en su nueva posición. Imaginemos ahora que acercamos la maceta al borde y la repisa ya no la puede sostener. La maceta caerá hasta el suelo y puede comprobarse, mediante las ecuaciones del MRUA, que toda su energía potencial gravitatoria **se transformará en energía cinética** justo en el instante anterior a su impacto contra él.

Supongamos ahora que unimos una canica a un muelle y, a continuación, comprimimos este. Al soltarlo, toda su energía potencial elástica se transforma en energía cinética de la canica.

Estos dos ejemplos nos permiten ver cómo la energía cinética y los distintos tipos de energía potencial están íntimamente relacionados. Por ello, se agrupan bajo el concepto de energía mecánica (Em).

La energía mecánica de un cuerpo es la suma de su energía cinética y de todas sus energías potenciales (gravitatoria, elástica, eléctrica, etc.).

La **energía total** de un cuerpo es la suma de la **energía mecánica** que tiene a nivel macroscópico y de la energía mecánica de sus partículas. Esta última recibe el nombre de **energía interna**.



4.1. Principio de conservación de la energía mecánica

Consideremos un cuerpo sometido a varias fuerzas. La suma del trabajo efectuado por cada una es igual a la variación de energía cinética del cuerpo:

$$W_1 + W_2 + ... + W_n = E_{cf} - Ec_0 = \Delta E_c$$

Sabemos, además, que el trabajo realizado por una fuerza conservativa es igual a la variación de energía potencial cambiada de signo: $E_{pB} - E_{pA} = -W_{A \to B}$.

Si agrupamos los trabajos correspondientes a fuerzas conservativas y a no conservativas, se obtiene:

$$W_{cons} + W_{no\ cons} = \Delta E_c \ ; \ -\Delta E_p + W_{no\ cons} = \Delta E_c \ ; \ W_{no\ cons} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

Por lo tanto, en el caso de que **solo** actúen **fuerzas conservativas**, sobre el sistema la variación de la energía mecánica es nula.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; \Delta E_m = 0$$

Este resultado se conoce como el **principio de conservación de la energía mecánica**.

Si las únicas fuerzas que efectúan trabajo sobre un cuerpo son conservativas, su energía mecánica permanece constante.

Ejemplo 8

Un chico se columpia describiendo un arco de circunferencia, como se muestra en la figura del margen. Si alcanza una altura máxima de 0,9 m con respecto a su posición más baja, halla la velocidad al pasar por el punto más próximo al suelo. No tengas en cuenta la contribución de la masa de las cadenas del columpio ni la resistencia del aire.

COMPRENSIÓN. Sobre el chico actúan la fuerza peso y la tensión de la cadena. El trabajo de estas fuerzas desde el punto más alto, donde la velocidad es nula, hasta el punto más bajo de su trayectoria provoca un aumento de su energía cinética.

DATOS. Trayectoria = arco de circunferencia;
$h_{máx} - h_{mín} = 0{,}9\ m$; $v_0 = 0\ m \cdot s^{-1}$

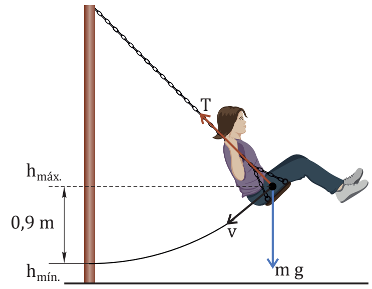
RESOLUCIÓN. Como la trayectoria es un arco de circunferencia y la tensión tiene la dirección radial, esta siempre es perpendicular al desplazamiento y, consecuentemente, no efectúa trabajo. Por lo tanto, la única fuerza que realiza trabajo es el peso, la cual es conservativa, y podemos aplicar el principio de **conservación de la energía mecánica**:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0; \quad \left(\frac{1}{2} m\, v_f^2 - \frac{1}{2} m\, v_0^2\right) + (m\, g\, h_f - m\, g\, h_0) = 0$$

Sustituyendo los valores ($v_0 = 0\ m \cdot s^{-1}$, $h_f = hmín.$, $h_0 = hmáx.$), se obtiene:

$$\frac{1}{2} m\, v_f^2 - m\, g\, (h_{máx.} - h_{mín.}) = 0$$

$$v = \sqrt{2 g\, (h_{máx.} - h_{mín.})} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ m \cdot s^{-2} \cdot 0{,}9\ m} = 4\ m \cdot s^{-1}$$



Y TAMBIÉN: ¿?

El trabajo negativo de la fuerza de rozamiento produce calor y la deformación de los cuerpos, a costa de una disminución de la energía mecánica.
Se dice, entonces, que hay una **disipación de energía**. La energía mecánica se transforma en otras formas de energía, pero no se destruye, sino que la energía total se conserva.

4.2. Trabajo de la fuerza de rozamiento

Como sabes, la fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento y efectúa un trabajo negativo. Es una fuerza no conservativa porque el trabajo que realiza entre dos puntos depende de la trayectoria seguida. El efecto del trabajo de rozamiento es la disminución de la energía mecánica del cuerpo sobre el que actúa.

El trabajo de la fuerza de rozamiento (W_r) se relaciona con el trabajo efectuado por otras fuerzas no conservativas (W') y con la energía mecánica (E_m) de un cuerpo, según la expresión: $W_{no\ cons.} = \Delta E_c + \Delta E_p$; $W_r + W' = \Delta E_m$

Ejemplo 9

Una chica baja con su monopatín la rampa de un *skatepark*. Parte del reposo desde una altura de 2,0 m y alcanza una velocidad de $21\ km \cdot h^{-1}$ en el punto más bajo. ¿Qué trabajo ha realizado la fuerza de rozamiento si la masa del sistema chica-monopatín es de 60 kg?

COMPRENSIÓN. Sobre el chico actúan la fuerza peso y la tensión de la cadena. El trabajo de estas fuerzas desde el punto más alto, donde la velocidad es nula, hasta el punto más bajo de su trayectoria provoca un aumento de su energía cinética.

DATOS. $h = 2{,}0\ m$; $v_0 = 0\ m \cdot s^{-1}$; $v_f = 21\ km \cdot h^{-1} = 5{,}8\ m \cdot s^{-1}$; $m = 60\ kg$

RESOLUCIÓN. La variación en la energía mecánica es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, puesto que no hay otras fuerzas no conservativas.
Si situamos el origen de energía potencial gravitatoria en el punto inferior de la rampa, tendremos que la energía mecánica inicial de la chica es solo energía potencial gravitatoria, porque parte del reposo, mientras que su energía mecánica final es únicamente energía cinética:

$$W_r = \Delta E_m = \frac{1}{2} m\, v_f^2 - m\, g\, h = \frac{1}{2} 60\ kg \cdot 5{,}8^2\ m^2 \cdot s^{-2} - 60\ kg \cdot 9{,}8\ m \cdot s^{-2} \cdot 2{,}0\ m = 1{,}0 \cdot 10^3\ J - 1{,}2 \cdot 10^3\ J = -0{,}2 \cdot 10^3\ J$$

COMPROBACIÓN. El trabajo de la fuerza de rozamiento siempre es negativo, porque la fuerza de rozamiento se opone al movimiento relativo entre las superficies en contacto.

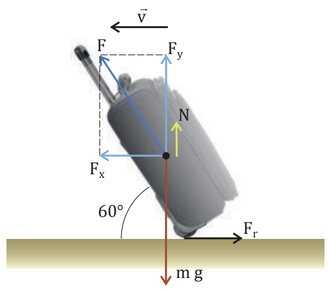
Problemas resueltos

A Hacia la puerta de embarque

En un aeropuerto, un pasajero arrastra a velocidad constante una maleta con ruedas de 6,1 kg, formando un ángulo de 60° con el suelo. Si el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo vale 0,25; **calcula** el trabajo efectuado por cada una de las fuerzas que actúan sobre la maleta en un recorrido de 3,0 m.

Solución

COMPRENSIÓN. Sobre la maleta actúan varias fuerzas que, dado que no hay aceleración, se compensan entre sí. Por lo tanto, la suma de los trabajos realizados por cada una de ellas será cero. Además, la normal, el peso y la componente Fy y de la fuerza F aplicada son perpendiculares a la dirección del desplazamiento, por lo que no efectúan trabajo.



DATOS. m = 6,1 kg; j = 60º; m = 0,25; d = 3,0 m

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta el texto de la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

- Primero hemos de calcular F. Para ello, tendremos en cuenta que en las direcciones vertical y horizontal la resultante de las fuerzas que actúan debe ser nula.
- Determinamos el trabajo de la componente Fx de la fuerza F.
- Calculamos el trabajo de Fr , teniendo en cuenta que la suma de los trabajos realizados debe ser cero.

$$\left.\begin{aligned} F_x &= F\cos\phi \\ F_r &= \mu\, N = \mu\,(m\,g - F_y) = \mu\,(m\,g - F\,\mathrm{sen}\,\phi) \end{aligned}\right\} F_x = F_r$$

$$F\cos\phi = \mu\,(m\,g - F\,\mathrm{sen}\,\phi); \quad F = \frac{\mu\, m\, g}{\cos\phi + \mu\,\mathrm{sen}\,\phi}$$

$$W_{Fx} = F_x\, d = F\cos\phi\, d = \frac{\mu\, m\, g}{\cos\phi + \mu\,\mathrm{sen}\,\phi}\cos\phi\, d =$$

$$= \frac{\mu\, m\, g\, d}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\,\phi} = \frac{0{,}25 \cdot 6{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot 3{,}0\ \mathrm{m}}{1 + 0{,}25 \cdot \mathrm{tg}\,60^{\circ}} = 31\ \mathrm{J}$$

$$W_{Fr} + W_{Fx} = 0; \quad W_{Fr} = -W_{Fx} = -31\ \mathrm{J}$$

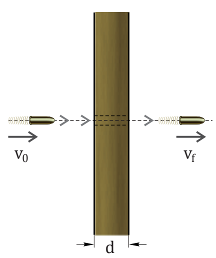
COMPROBACIÓN. El trabajo de Fx es positivo porque favorece el movimiento y el de Fr es negativo porque se opone a él.

B Una prueba de balística

Se dispara una bala de 17 g contra un poste de madera de 12 cm de grueso. La bala impacta contra el poste a una velocidad de 600 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ en dirección horizontal y lo atraviesa, emergiendo con una velocidad de 550 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ en la misma dirección. **Halla** el valor medio de la fuerza de resistencia que ejerce la madera sobre la bala.

Solución

COMPRENSIÓN. La energía cinética de la bala disminuye a causa de la resistencia de la madera al ser atravesada. Fíjate en que el peso de la bala no es relevante porque no modifica su velocidad en dirección horizontal.



DATOS. m = 17 g = 0,017 kg; d = 12 cm = 0,12 m; v_0 = 600 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; v_f = 550 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

RESOLUCIÓN. Aplicamos el **teorema de las fuerzas vivas**, teniendo en cuenta que la única fuerza que efectúa trabajo es la fuerza de resistencia de la madera, de valor medio F:

$$W = E_{cf} - E_{c0};\ F\ d\cos\phi = \frac{1}{2} m\,(v_f^2 - v_0^2);\ F = \frac{m\,(v_f^2 - v_0^2)}{2\, d\cos\phi}$$

En este caso, φ = 180º, porque F actúa en sentido contrario al desplazamiento de la bala. Sustituimos valores:

$$F = \frac{0{,}017\ \mathrm{kg} \cdot (550^2 - 600^2)\ \mathrm{m}^{\cancel{2}} \cdot \mathrm{s^{-2}}}{2 \cdot 0{,}12\ \cancel{\mathrm{m}} \cdot \cos 180^{\circ}} = 4{,}1 \cdot 10^3\ \mathrm{N}$$

Por lo tanto, el valor medio de la fuerza de resistencia de la madera es: $F = 4{,}1 \cdot 10^3$ N

COMPROBACIÓN. El signo negativo del cos 180° compensa el signo negativo del DEc. Así, se obtiene un valor positivo para el módulo de la fuerza de resistencia, tal como debe ser.

1. Un señor empuja un carro de 25 kg con una fuerza horizontal de 80 N a una distancia de 10 m. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,30, **halla** el trabajo efectuado por cada una de las fuerzas que actúan.

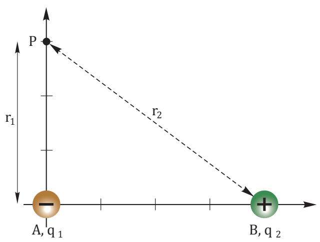
C Trabajo y energía potencial eléctrica

Dos cargas puntuales $q_1 = -4{,}0$ C y $q_2 = 2{,}0$ C se encuentran en los puntos de coordenadas A (0, 0) y B (4, 0), en unidades del SI. **Calcula** el potencial eléctrico en el punto P (0, 3) m y razona qué trabajo realiza el campo eléctrico al trasladar una carga $q_3 = 5{,}0$ C desde el infinito hasta el punto P. **Interpreta** el signo del resultado obtenido.

Solución

COMPRENSIÓN. La carga q_3 se traslada desde el infinito, donde la energía potencial es nula, hasta el punto P (0, 3) m.

DATOS.
$K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$;
$q_1 = -4{,}0$ C;
$q_2 = 2{,}0$ C;
$q_3 = 5{,}0$ C;
$r_1 = 3$ m; $r_2 = 5$ m



RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, **tapa** el texto de la respuesta y **sigue** estos pasos:

Pasos

- Calculamos el potencial eléctrico que q_1 y q_2 crean en el punto P, aplicando el principio de superposición.
- Hallamos la energía potencial eléctrica de q_3 en P.
- Planteamos la relación entre *trabajo* y *energía potencial*.

Respuesta

$$V(P) = V_1(P) + V_2(P) = K\frac{q_1}{r_1} + K\frac{q_2}{r_2} = -8{,}4 \cdot 10^9\ V$$

$$E_p(P) = q_3 V(P) = 5{,}0\ C \cdot (-8{,}4 \cdot 10^9\ V) = -4{,}2 \cdot 10^{10}\ J$$

$$W_{\infty \to P} = -[E_p(P) - E(\infty)] = -E_p(P) + 0 = 4{,}2 \cdot 10^{10}\ J$$

El signo positivo del trabajo indica que q_3 tiende a moverse espontáneamente entre los dos puntos indicados.

2. Una partícula con una carga de $2 \cdot 10^{-6}$ C se encuentra en reposo en el origen de coordenadas. Se aplica un campo eléctrico uniforme de $100\ N \cdot C^{-1}$, dirigido en el sentido positivo del eje X. **Calcula**: a. el trabajo realizado por la fuerza que actúa sobre la partícula en el desplazamiento entre el origen y el punto A (4, 0) m; b. la diferencia de potencial eléctrico entre ambos puntos.

D Diferencia de potencial y trabajo eléctricos

La diferencia de potencial entre los puntos A y B en el vacío es $V_A - V_B = -5{,}40 \cdot 10^5$ V. **Calcula**:

a. El trabajo que debemos realizar para trasladar una carga de +250 mC desde el punto A hasta el punto B a velocidad constante.

b. El valor de la carga transportada desde el punto B hasta el punto A a velocidad constante cuando efectuamos un trabajo de 2,0 J.

Solución

COMPRENSIÓN. La diferencia de potencial está relacionada con el trabajo efectuado por el campo eléctrico. Para trasladar la carga a velocidad constante, debemos aplicar una fuerza igual pero de sentido opuesto a la fuerza eléctrica. Por ello, el trabajo que debemos realizar tendrá signo contrario al trabajo efectuado por el campo.

DATOS. $V_A - V_B = -5{,}40 \cdot 10^5$ V;
a. $q = 250\ \mu C = 2{,}50 \cdot 10^{-4}$ C; b. $W = 2{,}0$ J

RESOLUCIÓN.

a. Calculamos el trabajo que debemos realizar para trasladar la carga q desde A hasta B:

$$W_{A \to B} = -q(V_A - V_B) =$$
$$= -2{,}50 \cdot 10^{-4}\ C \cdot (-5{,}40 \cdot 10^5\ V) = 135\ J$$

b. Hallamos el valor de la carga transportada desde el punto B hasta el punto A cuando realizamos un trabajo de 2 J:

$$q = -\frac{W_{B \to A}}{V_B - V_A} = -\frac{2{,}0\ J}{5{,}4 \cdot 10^5\ V} = -3{,}7 \cdot 10^{-6}\ C$$

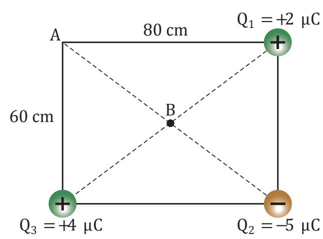
3. **Halla** el trabajo que debe realizarse para llevar una carga de +2 C desde un punto A hasta un punto B si la diferencia de potencial entre ambos puntos es $V_A - V_B = -5$ V.

4. Para el sistema de cargas de la figura, **calcula**:

a. La diferencia de potencial entre los puntos A y B.

b. El trabajo que debe realizarse para trasladar una carga de +3 mC desde A hasta B.

c. El trabajo que efectúa el campo eléctrico en este proceso.



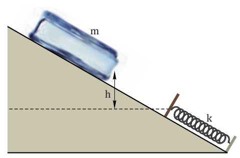
E Una rampa elástica

Un bloque de hielo de $6{,}0\ \text{kg}$ sale de la fábrica de hielo por un plano inclinado sin rozamiento de $1{,}2\ \text{m}$ de altura con respecto a un muelle situado en la parte inferior de la rampa, y que sirve de tope. La constante elástica del muelle es de $400\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ y su masa, despreciable.

Halla: a. la velocidad del bloque de hielo al incidir con el muelle; b. el valor de la deformación del muelle; c. la altura a la que llega el bloque cuando el muelle recupera su posición natural.

Solución

COMPRENSIÓN. El bloque desciende adquiriendo velocidad y deforma el muelle hasta quedar en reposo. A continuación, el muelle recupera su posición inicial, impulsando el bloque hacia la parte superior de la rampa. Las **fuerzas** que realizan trabajo (el peso y la fuerza elástica) son **conservativas**; por lo tanto, la **energía mecánica** (Em) del bloque **se conserva**.



DATOS. $m = 6{,}0\ \text{kg};\ h = 1{,}2\ \text{m};\ k = 400\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$

RESOLUCIÓN.

a. Toda la energía potencial gravitatoria del bloque pasa a ser energía cinética a medida que desciende por la rampa:

$$\Delta E_m = 0; \quad E_{p0} = E_{cf}$$

$$m\ g\ h = \frac{1}{2} m\ v_f^2; \quad v_f = \sqrt{2\ g\ h} = 4{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b. Toda la energía cinética que tiene el bloque justo antes de contactar con el muelle se convierte en potencial elástica:

$$\Delta E_m = 0; \quad E_{cf} = E_p$$

$$\frac{1}{2} m\ v_f^2 = \frac{1}{2} k\ x^2; \quad x = \sqrt{\frac{m\ v_f^2}{k}} = 0{,}59\ \text{m}$$

c. Dado que la energía mecánica se conserva, al ascender por la rampa el bloque llega a su altura inicial.

5. Una piedra de *curling* de $20\ \text{kg}$ se desliza a $1{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ sobre la pista helada (sin rozamiento) e incide en el extremo libre de un muelle, de masa despreciable y $k = 350\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$. ¿Qué transformaciones energéticas tienen lugar desde que el bloque incide en el muelle hasta que este recupera su posición inicial? **Calcula** la compresión máxima del muelle.

F Una razón de contrapeso

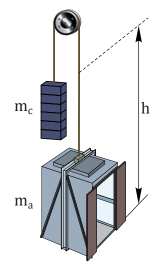
Un ascensor está unido a una polea, en el otro extremo de la cual cuelga un contrapeso de 1000 kg. La polea es accionada por un motor eléctrico que mueve el ascensor a velocidad constante. La eficiencia energética del motor es del 80% y la masa del ascensor y de sus ocupantes es de 1300 kg.

a. **Calcula** el trabajo mecánico que efectúa el motor para que el ascensor se eleve a 20 m de altura y la energía que el motor toma de la red eléctrica. Ignora el rozamiento.

b. **Repite** los cálculos en ausencia de contrapeso.

Solución

COMPRENSIÓN. Tenemos un sistema de dos cuerpos unidos por una polea. La fuerza aplicada a la polea por el motor efectúa un trabajo para elevar el ascensor. La distancia a que se eleva el ascensor es igual a la que el contrapeso desciende.



DATOS. $mc = 1000\ \text{kg};\ \eta = 80\%;$ $ma = 1300\ \text{kg};\ h = 20\ \text{m}$

RESOLUCIÓN.

a. Como la velocidad es constante, la energía cinética no varía. En cambio, la energía potencial gravitatoria del ascensor y el contrapeso varía, debido al trabajo realizado por la fuerza del motor. Fíjate en que se trata de una fuerza no conservativa que favorece el movimiento y varía la energía mecánica:

$$W = \Delta E_m = \Delta E_p = \Delta E_{pa} + \Delta E_{pc} = m_a\ g\ h - m_c\ g\ h$$

$$W = (m_a - m_c)\ g\ h = \\ = 300\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 20\ \text{m} = 5{,}9 \cdot 10^4\ \text{J}$$

Como la eficiencia del motor en la conversión de la energía eléctrica en energía mecánica es del 80%, la energía eléctrica que consume es:

$$E_{cons.} = \frac{E_{útil}}{\eta} = \frac{W}{\eta} = \frac{5{,}9 \cdot 10^4\ \text{J}}{0{,}80} = 7{,}4 \cdot 10^4\ \text{J}$$

b. En el caso de no tener contrapeso:

$$W = \Delta E_m = \Delta E_p = \Delta E_{pa} = m_a\ g\ h = 2{,}5 \cdot 10^5\ \text{J}$$

$$E_{cons.} = \frac{W}{\eta} = \frac{2{,}5 \cdot 10^5\ \text{J}}{0{,}80} = 3{,}1 \cdot 10^5\ \text{J}$$

Observa que, además de estabilizar, el uso de contrapeso conlleva un ahorro de energía eléctrica.

Ejercicios y problemas

1 La energía y su ritmo de transferencia

1. ¿Qué formas de energía utilizas habitualmente? ¿De qué fuentes de energía provienen? Al elegir una fuente de energía, ¿qué criterios crees que hay que seguir, además de si son renovables o no?

2. **Halla** el valor del trabajo efectuado por una fuerza de 26 N, aplicada sobre un cuerpo que se desplaza 4,0 m, si el ángulo que forma la fuerza con la dirección del desplazamiento es de 120°.

3. **Calcula** la potencia en kW de una máquina que efectúa un trabajo de $12 \cdot 10^4$ J en un minuto.

4. ¿Dentro de qué forma de energía de las del esquema de la página 326 situarías la energía acústica? ¿Y la de las microondas?

5. **Busca** en Internet la contribución de científicos como Leibniz, Lagrange, Mayer y Rankine al establecimiento del concepto de energía. A continuación, redacta un pequeño informe con la información obtenida.

6. Una fuerza de módulo F actúa sobre un cuerpo en reposo. ¿Cuál es el valor del trabajo efectuado por la fuerza si el cuerpo tiene una masa m?

7. ¿En qué condiciones una fuerza desarrolla un trabajo motor? ¿Y un trabajo resistente?
   - Una fuerza que forma un ángulo de 27° con el desplazamiento, ¿qué tipo de trabajo desarrolla?

8. En una gráfica se ha representado en el eje X la posición de un móvil y en el eje Y la componente de una fuerza en la dirección del desplazamiento. Explica cómo se puede calcular el trabajo efectuado por la fuerza.

9. Razona si puede o no tener lugar una transformación energética sin que se realice trabajo.

10. La potencia media irradiada por el Sol que es absorbida por la superficie terrestre es de $8,6 \cdot 10^{16}$ W. **Determina** cuánta energía solar se absorbe en una hora.

11. **Calcula** la energía que utiliza una fresadora de 1,40 kW de potencia en una hora. ¿De dónde procede esta energía? ¿En qué se transforma?

12. **Justifica** si puede haber una máquina que dé una potencia media no nula y una potencia instantánea nula.

13. **Calcula** el trabajo y la potencia desarrollados por cada una de las fuerzas que actúan sobre una caja de refrescos de 8,0 kg, que se arrastra a velocidad constante una distancia de 5,0 m en 15 s, sobre un suelo con coeficiente de rozamiento de 0,40, en el caso de que apliquemos la fuerza: a. horizontalmente; b. formando un ángulo de 50° con el suelo.

14. La misma caja anterior se arrastra hacia arriba por una rampa de *parking* de 45° de inclinación, aplicando una fuerza paralela al plano. ¿Qué trabajo realiza cada fuerza si la caja es desplazada a velocidad constante 4,0 m en 12 s y $\mu = 0,45$? ¿Qué potencia desarrolla cada una de las fuerzas?

15. **Halla** el valor del trabajo efectuado por la fuerza centrípeta sobre un cuerpo de masa m que describe una trayectoria circular de radio r y velocidad angular ω.

16. Un jugador de baloncesto ha saltado para hacer un tapón. ¿Qué fuerza le ha impulsado hacia arriba? ¿Qué trabajo ha realizado esta fuerza? ¿De dónde ha salido la energía necesaria para elevarse del suelo?

17. Una máquina de afilar tiene una rueda de 25 cm de diámetro que gira a 90 $\text{rev}\cdot\text{min}^{-1}$. **Halla** la potencia que desarrolla si el afilador aprieta el cuchillo contra la rueda con una fuerza de 12 N y el coeficiente de rozamiento entre el cuchillo y la rueda es de 0,35.

2 La energía cinética

18. **Calcula** la energía cinética de un auto de juguete de 145 g que se desplaza a $12,0\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

19. **Explica** con tus propias palabras el teorema de las fuerzas vivas.

20. Un padre tiene el doble de masa que su hijo y corre a dos tercios del valor de la velocidad de su hijo. ¿En qué relación están sus energías cinéticas?

21. Un ciclista de 60 kg acelera desde el reposo hasta alcanzar una velocidad de $9,0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Sin considerar el rozamiento, **halla** la energía proporcionada por sus músculos y el tiempo en alcanzar dicha velocidad si ha desarrollado una potencia media de 400 W.

22. Un auto de masa 950 kg, que circula a $80\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ por una autovía, acelera para adelantar un camión. ¿Cuál es la velocidad final del auto si el motor realiza un trabajo de $1,1 \cdot 10^5$ J?

CONSTRUCCIÓN Y UTILIZACIÓN DE UN ELECTROSCOPIO CASERO

INVESTIGAMOS:

El electroscopio es un instrumento utilizado para determinar la existencia de cargas eléctricas en un cuerpo y, si procede, el tipo de carga que posee.

Un electroscopio típico consiste en un recipiente de vidrio con un tapón atravesado por una varilla metálica. Uno de los extremos de la varilla acaba en dos finas láminas de oro o de aluminio. El otro extremo de la varilla acaba en una esfera metálica.

Para determinar si un cuerpo está cargado o no, basta con ponerlo en contacto con la esfera del electroscopio. Si las láminas metálicas se separan, el cuerpo está cargado, ya que a través de la varilla metálica llegan cargas eléctricas a las láminas, que se repelen por el hecho de cargarse ambas con cargas del mismo signo.

MATERIALES:

- Papel de aluminio
- Hilo de seda
- Varilla de madera
- Frasco de vidrio
- Pegamento

PROCESOS:

- Haz una bolita de 6 mm de diámetro, aproximadamente, con el papel de aluminio.
- Pégala a un hilo de seda de 7,5 cm de longitud con un poco de pegamento.
- Sujeta el extremo libre del hilo a la varilla de madera y colócala de través sobre el frasco de vidrio.
- Frota con fuerza un objeto de plástico con una prenda de lana y acerca el objeto a la bolita del electroscopio. Anota qué pasa.Toca la bolita con el objeto de plástico. Anota qué pasa.
- Ahora, frota con fuerza un objeto de vidrio con una prenda de seda y acerca el objeto a la bolita del electroscopio. Anota qué pasa.

SOCIEDAD

Necesidades energéticas

Las necesidades de energía de cualquier ser vivo se calculan como la suma de varios componentes. A la energía requerida por el organismo en reposo absoluto y a temperatura constante, se le llama tasa de metabolismo basal (TMB), que es la mínima energía que necesitamos para mantenernos vivos. Se calcula que la tasa de metabolismo basal para un hombre o una mujer tipo se sitúa en torno a los 100 W, que equivale al consumo de unos 21 g de glúcidos (o 9,5 de grasas) cada hora.
La tasa metabólica depende de factores como el peso corporal, la relación entre masa de tejido magro y graso, la superficie externa del cuerpo, el tipo de piel o incluso el aclimatamiento a una determinada temperatura externa. Los niños tienen tasas metabólicas muy altas (mayor relación entre superficie y masa corporal), mientras que los ancianos la tienen más reducida. También es algo más baja en las mujeres que en los hombres (mayor cantidad de grasa en la piel).
Por otro lado, si nos sometemos a una dieta pobre en calorías o a un ayuno prolongado, el organismo hace descender notablemente la energía consumida en reposo para hacer durar más las reservas energéticas disponibles, pero si estamos sometidos a estrés, la actividad hormonal provoca que el metabolismo basal aumente.
Existen fórmulas complejas que dan el valor de las necesidades energéticas en función de la talla, el peso y la edad.

Ingesta de calorías recomendada

Categoría	Edad (años) o condición	Peso (kg)	Altura (cm)	TMB[a] (kcal/día)	Ración media de (kcal)[b]		
					Múltiplo TMB	Por kg	Por Día
Lactantes	0,0 - 0,5	6	60	320	-	108	650
	0,5 - 1,0	9	71	500	-	98	850
Niños	1 - 3	13	90	740	-	102	1300
	4 - 6	20	112	950	-	90	1800
	7 - 10	28	132	1130	-	70	2000
Varones	11 - 14	45	157	1440	1,70	55	2500
	15 - 18	66	176	1760	1,67	45	3000
	19 - 24	72	177	1780	1,67	40	2900
	25 - 50	79	176	1800	1,60	37	2900
	51 +	77	173	1530	1,50	30	2300
Mujeres	11 - 14	46	157	1310	1,67	47	2200
	15 - 18	55	163	1370	1,60	40	2200
	19 - 24	58	164	1350	1,60	38	2200
	25 - 50	63	163	1380	1,55	36	2200
	51 +	65	160	1280	1,50	30	1900

SENTIDO CRÍTICO

Energía potencial

El nombre con el que se indican los conceptos es muy importante. En el caso concreto de la energía potencial, el nombre está acompañado de un adjetivo calificativo. En el tema, has aprendido qué es la energía y qué se entiende por energía potencial.
Pero ¿por qué se califica como potencial? En un experimento muy sencillo, descubrirás el motivo.

- Formen grupos de cuatro componentes, como máximo, y distribuyan los roles y las tareas con el fin de comprender el porqué del calificativo potencial y saber utilizar este tipo de energía.
- Busquen en el diccionario de la RAE el significado de potencial y de energía potencial.
- Ver el video «Do try this @ home», hasta los 2 minutos y 20 segundos, en: http://goo.gl/g0x2sj. Debatan sobre cómo es posible transferir la energía potencial de una pelota a otra y formulen un par de propuestas.
- Sigan viendo el vídeo, hasta el minuto 4:50. ¿Por qué ocurre esa transferencia? ¿Qué sucede en las pelotas desde el punto de vista de la física? ¿Podéis imaginar qué grabaría una cámara de alta velocidad?
- Pueden hallar la explicación en los siguientes 15 segundos. Visionad el resto del vídeo.
- Recapitulen la información y elaboren con ella una pequeña presentación. Como puesta en común, uno de los grupos expondrá su presentación en clase, que dará paso a un debate o coloquio con el resto.

DESARROLLOS TECNOLÓGICOS

El secreto de la piña


http://goo.gl/Ect3IE

Ciertas partes de algunas plantas se doblan, se enrollan o se retuercen en respuesta a estímulos externos, tales como cambios de temperatura, de humedad o de presión. Un equipo de investigación del Departamento de Materiales del ETH de Zúrich (Suiza) ha utilizado el conocimiento sobre estos movimientos para sintetizar materiales composites con propiedades similares.
En el anverso y el reverso de cada una de las escamas de la piña, existe una capa del mismo material esponjoso. El movimiento de las escamas se produce porque cada capa se expande de manera distinta, al tener las fibras orientadas de forma diferente. Cuando, por ejemplo, se produce un aumento en la humedad relativa, la escama recoge humedad, de modo que el anverso se contrae y el reverso se expande, consiguiendo entre ambos replegar la escama hasta cerrarla. Físicamente, el sistema acumula energía potencial elástica, como si se tratara de dos muelles iguales acoplados.
Los nuevos materiales que imitan este comportamiento consisten en una red de rectángulos de gelatina (el material esponjoso), en los que se colocan placas de óxido de aluminio recubiertas con nanopartículas de óxido de hierro. La pieza que se quiere mover (a modo de escama de una piña) tendrá, a cada lado, las placas orientadas de manera distinta.
Así pues, en un campo magnético, cada cara responderá de manera diferente. Se está acumulando energía potencial magnética.

ENERGÍA

es

la capacidad de un sistema para variar su propio estado o el de otros sistemas.

Se puede manifestar en diversas

Formas de energía: térmica, química, radiante, nuclear...

Se obtiene de

Fuentes renovables y no renovables

Siempre cumple el

Principio de conservación de la energía

La energía también puede definirse como la capacidad de producir un trabajo.

Ambos se miden en

Julios

Su variación por unidad de tiempo es la

Potencia, que se mide en **vatios.**

TRABAJO

es

el producto de la componente de la fuerza en la dirección del movimiento por el desplazamiento.

La **energía total** de un cuerpo es la suma de

Energía interna

Energía mecánica

que, a su vez, es la suma de

Energía cinética

$Ec = \frac{1}{2} mv^2$

Energía potencial

Gravitatoria: $Ep = m\,g\,h$

Elástica: $E_p = \frac{1}{2} k\,x^2$

Eléctrica: $E_p = K\frac{Q\,q}{r}$ con $V = \frac{E_p}{q} = K$-

que cumple

$W = -\Delta E_c$, **teorema de las fuerza vivas**

que cumple

$Wcons = -\Delta E_p$

y que

Si las únicas fuerzas que efectúan trabajo son conservativas, la energía mecánica permanece constante, $\Delta E_m = 0$.
Principio de conservación de la energía mecánica

En caso contrario

$\Delta E_m = W_{no\ cons.}$

Para finalizar

1 **Argumenta** si las siguientes afirmaciones son verdaderas.

a. Una fuerza que actúa sobre un cuerpo en la dirección perpendicular a su desplazamiento no efectúa trabajo.

b. Un trabajo motor está asociado a una fuerza que tiene solo componente en la dirección del desplazamiento.

c. Si una fuerza efectúa un trabajo negativo, hay una pérdida de energía en el proceso.

d. Toda fuerza aplicada a un cuerpo realiza un trabajo.

2 Sobre un cuerpo que se desplaza 10 m, actúa una fuerza constante de 4,0 N que forma un ángulo de 30° con la dirección del desplazamiento. **Halla** el trabajo a partir de la gráfica F - x.

3 Jorge traslada un mueble de 30 kg. Para ello, lo coloca encima de una manta vieja y lo arrastra a velocidad constante, aplicando una fuerza que forma un ángulo de 45° con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre la manta y el suelo es de 0,10.

- **Calcula** el trabajo efectuado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el armario durante un tramo de 2,0 m.

4 Un ascensor eleva una masa total de 350 kg auna velocidad constante de $0{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. ¿Qué potencia desarrolla el ascensor?

5 La conductora de una motocicleta que está circulando a $80\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ acciona el freno y se detiene tras recorrer 20 m: a. **halla** la fuerza aplicada por el freno si la masa de la motocicleta y su ocupante es de 350 kg; b. **indica** qué transformación energética ha tenido lugar.

6 **Indica** si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Razona tu respuesta.

a. La energía cinética de un cuerpo nunca puede ser negativa.

b. La energía potencial gravitatoria de un cuerpo siempre es positiva.

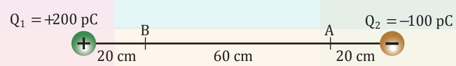
c. La energía interna de un cuerpo es la suma de las energías cinética y potencial de las partículas que lo componen.

d. Una fuerza no conservativa siempre efectúa un trabajo negativo y provoca la disminución de la energía mecánica del cuerpo sobre el que actúa.

e. Según el principio de conservación de la energía, la energía mecánica de un cuerpo se mantiene constante.

7 En una prueba olímpica de tiro al arco, un arquero dispara una flecha de 19,2 g a una velocidad de $200\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. **Halla** la energía potencial elástica, almacenada antes de disparar la flecha, y el trabajo que ha efectuado el arquero al tensar el arco.

8 Para el sistema de cargas de la figura, calcula: a. la diferencia de potencial entre los puntos A y B; b. el trabajo necesario para llevar una carga de +500 μC desde A hasta B.



9 Supón que te encuentras en el tren de una montaña rusa de 1000 kg de masa a punto de iniciar tu viaje. Un mecanismo hidráulico lanza el tren y lo acelera de 0 a 206 $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ en 3,5 s a lo largo de un tramo horizontal. Al final del tramo, el tren sube hasta la cima de una torre de 139 m de altura.

Calcula: a. la potencia suministrada por el sistema de lanzamiento hidráulico; b. la velocidad con la que llegas a la cima de la torre.

10 Dos cargas puntuales de $-1{,}2 \cdot 10^{-6}$ C están en los puntos A (0, 8) m y B (6, 0) m, respectivamente. Una tercera carga, de $-1{,}5 \cdot 10^{-6}$ C, se sitúa en el punto P (3, 4) m. **Calcula** la energía potencial de esta última carga.

11 El campo eléctrico en un punto P, creado por una carga Q situada en el origen, es de 2000 $N \cdot C^{-1}$, y el potencial eléctrico en P es 6000 V.

12 a. **Determina** el valor de Q y la distancia del punto P al origen.

b. **Calcula** el trabajo realizado al desplazar otra carga $q = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ C desde el punto A (3, 0) m al punto B (0, 3) m. **Explica** por qué no hay que especificar la trayectoria seguida.

13 Supón que elevas un libro hasta su lugar en la estantería a una altura h, siguiendo una trayectoria que forma un ángulo a con la horizontal, seguida de un desplazamiento horizontal.

14 Supón que elevas un libro hasta su lugar en la estantería a una altura h, siguiendo una trayectoria que forma un ángulo a con la horizontal, seguida de un desplazamiento horizontal.

- **Calcula** el trabajo efectuado por el peso y compáralo con el trabajo obtenido con un único desplazamiento vertical hasta la misma posición. ¿Qué conclusión extraes?

15 Un muelle elástico de constante $k = 400\ N \cdot m^{-1}$ cuelga del techo con una masa en reposo de 2,0 kg en su extremo inferior. **Halla**:

a. El trabajo efectuado por la fuerza normal del techo durante el alargamiento del muelle.

b. El trabajo realizado por la fuerza del muelle sobre la masa durante el alargamiento del muelle.

16 Acoplamos un móvil decorativo de 0,50 kg al extremo inferior de un muelle de constante $k = 100\ N \cdot m^{-1}$ que cuelga del techo, por lo que la longitud del muelle varía. Indica las fuerzas que actúan y cuáles realizan trabajo. **Halla** el trabajo del peso desde que se suelta el móvil hasta su nueva posición de equilibrio y la energía del muelle en dicha posición. ¿Por qué no coinciden?

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal
  - ¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?
  - ¿He cumplido mis tareas?
  - ¿Qué aprendí en esta unidad?
- Trabajo en equipo
  - ¿He compartido con mis compañeros y compañeras?
  - ¿He respetado las opiniones de los demás?
- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

Proyecto

REALIZAR MEDICIONES DE TIEMPO EN EL HOGAR

http://goo.gl/8WkvRo

ELEGIMOS:

Una masa atada al final de una cuerda fina oscilando de un lado a otro se conoce como péndulo simple. Una de las magnitudes que se mide en este sistema físico es el tiempo que demora en regresar al punto de partida.

12 PLANIFICAMOS

Determinemos el tiempo que demora este sistema en salir de una posición y regresar a ella. Apliquemos los conocimientos adquiridos sobre incertidumbres a estas mediciones.

Materiales

- Cuerda fina e inextensible.
- Cuerpo de masa pequeña que se pueda atar a la cuerda.
- Cronómetro.

DESARROLLAMOS

- **Organiza** las actividades que debes desarrollar para medir las magnitudes que aparecen en la tabla.

Número de Medición	Tiempo: t(s)	Valor más probable: (t) s	**Desviación Típica** ($\bar{T}$)
1			
2			
3			
4			
5			$\bar{T}$
6			
7			
8			
9			
10			

- **Explica** las siguientes cuestiones:

a. **Escribe** el error de resolución del cronómetro utilizado.

b. **Determine** el valor más probable y la desviación típica de las mediciones realizadas por usted.

c. **Reporte** el valor del tiempo medido.

- **Realiza** un análisis de los resultados, llega a conclusiones y preséntalo en un informe escrito.

Un alto en el camino

1. Un cuerpo cuelga de una cuerda elástica de constante $600\ \mathrm{N \cdot m\text{-}1}$. Oscila con una amplitud de $3{,}0\ \mathrm{cm}$. **Calcula** su energía total y su energía potencial total cuando el cuerpo posee su máximo desplazamiento hacia abajo. Toma como origen de energías potenciales la posición de equilibrio con la masa colgando. ¿Cuál es la energía cinética máxima del cuerpo?

2. Si el período de un péndulo de $70{,}0\ \mathrm{cm}$ de longitud es de $1{,}68\ \mathrm{s}$, ¿cuál es el valor de la gravedad en el sitio donde está situado el péndulo?

3. Un muelle de masa despreciable está en equilibrio cuando de él pende un objeto de 10 g. **Calcula**:

   a. la fuerza con que debe tirarse del muelle para que al soltarlo realice 20 oscilaciones en $5{,}0\ \mathrm{s}$ con $2{,}0\ \mathrm{cm}$ de amplitud.

   b. la energía mecánica total del sistema cuando el objeto está a $0{,}5\ \mathrm{cm}$ por encima de su posición de equilibrio.

4. Un resorte mide $22{,}86\ \mathrm{cm}$ cuando se le cuelga una masa de $70\ \mathrm{g}$ y $19{,}92\ \mathrm{cm}$ cuando se le cuelga una de $40\ \mathrm{g}$. **Determina** la constante del resorte y la frecuencia de las oscilaciones al colgarle una masa de $80\ \mathrm{g}$.

5. A un muelle se le cuelga un cuerpo de $10\ \mathrm{kg}$ y se alarga $2{,}0\ \mathrm{cm}$. Después, se le añaden otros $10\ \mathrm{kg}$ y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de $3{,}0\ \mathrm{cm}$. **Calcula**:

   a. la frecuencia del movimiento.

   b. la velocidad, aceleración y fuerza recuperadora a los $2{,}0\ \mathrm{s}$ de haber empezado a oscilar.

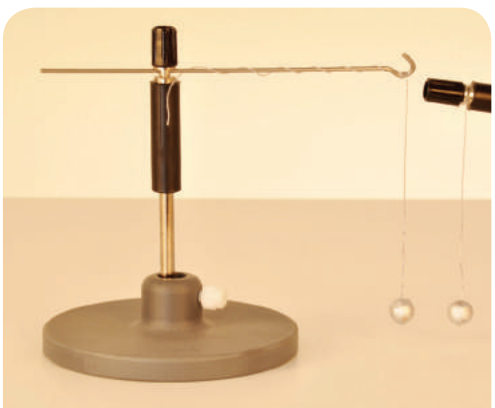
6. Un péndulo que bate segundos (semiperíodo = $1{,}0\ \mathrm{s}$) tiene $1{,}0\ \mathrm{m}$ de longitud. **Calcula** la longitud del péndulo que en el mismo lugar de la Tierra tiene un período de oscilación de $10\ \mathrm{s}$.

7. Un cuerpo suspendido de un muelle está oscilando verticalmente con una frecuencia de $4{,}0\ \mathrm{Hz}$. Cuando alcanza su punto inferior se le añade una piedrecita, cuya influencia sobre la oscilación es prácticamente nula. ¿A qué distancia por encima de la posición de equilibrio del cuerpo perderá la piedrecita su contacto con él?

8. Un muelle cuelga verticalmente y en su extremo sin deformar se cuelga un cuerpo de masa desconocida que se suelta desde el reposo. Cae $3{,}42\ \mathrm{cm}$ antes de que quede en reposo por primera vez. **Halla** el período del movimiento.

9. Un péndulo eléctrico está formado por una esfera metálica de $1{,}0\ \mathrm{g}$ colgada de un hilo fino de $1{,}5\ \mathrm{m}$. Se le provocan pequeñas oscilaciones en una región en la que existe un campo eléctrico vertical y se carga la esfera con $1{,}3 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}$. Cuando el campo es vertical y hacia arriba, la esfera efectúa 100 oscilaciones en $314\ \mathrm{s}$, y si el campo está dirigido hacia abajo, emplea $207\ \mathrm{s}$.

   — **Determina** la intensidad del campo y el valor de la gravedad en el lugar de la experiencia.



http://goo.gl/F01WjO

10 Un cuerpo de $0{,}10\ \text{kg}$, unido al extremo de un resorte de $k = 10\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$, se desliza sobre una superficie horizontal lisa y su energía mecánica es de $1{,}2\ \text{J}$.

a. **determina** la amplitud y el período de oscilación.

b. **escribe** la ecuación de movimiento, sabiendo que en el instante inicial el cuerpo tiene aceleración máxima.

c. **calcula** la velocidad del cuerpo en el instante $t = 5\ \text{s}$.

11 Un cuerpo de $0{,}1\ \text{kg}$ se mueve de acuerdo con la ecuación: $x(t) = 0{,}12\ \text{sen}\ (2\pi t + \pi/3)$ en unidades del SI.

a. **Explica** qué tipo de movimiento realiza y **determina** el período y la energía mecánica.

b. **Calcula** la aceleración y la energía cinética del cuerpo en el instante $t = 3\ \text{s}$.

12 **Indica** cuál de estos pares de situaciones es anterior en el tiempo. **Relaciona** los fenómenos que las conectan con la variación de entropía del universo.

a. Un fajo de leña en un hogar con chimenea / el mismo fajo de leña reducido a cenizas. b. Un vaso de cristal hecho añicos en el suelo / el mismo vaso en el borde de una repisa. c. Un trozo de pan con moho / el mismo trozo de pan recién horneado. d. Una presa que retiene agua / la misma presa con parte del agua que ha salido por un agujero.

13 **Calcula** el cambio de entropía de los focos térmicos del aire acondicionado del problema resuelto D, si la habitación está a $24\ °\text{C}$ y el exterior a $37\ °\text{C}$.

14 **Halla** la variación de entropía en una máquina que absorbe calor de un foco térmico a $280\ \text{K}$ y cede $1200\ \text{J}$ a un foco a $295\ \text{K}$, si recibe un trabajo externo de $800\ \text{J}$.

15 ¿Por qué en una máquina térmica que transforma calor en trabajo el rendimiento siempre es menor que 1?

16 En los vehículos, se debe comprobar la presión de los neumáticos cuando están fríos o, equivalentemente, cuando se ha recorrido menos de 4 km. ¿Por qué?

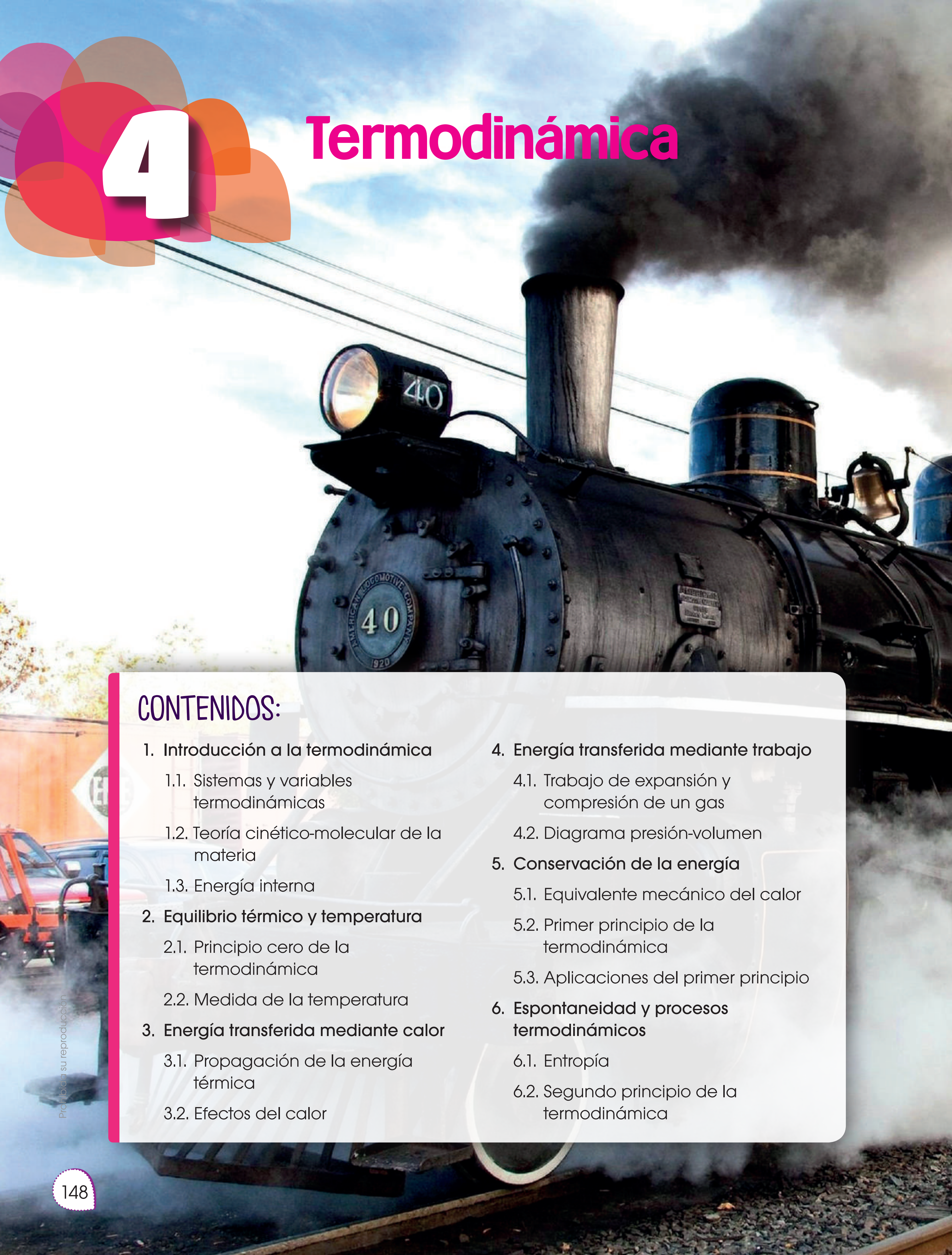
– **Justifica** el hecho de que se pueden almacenar gases y vapores en recipientes o dentro de neumáticos y que su presión sea superior a la presión exterior (presión atmosférica).

– **Explica** por qué si se mide la presión de los neumáticos en caliente, hay que inflarlos a una presión 0,3 bar mayor que la recomendada por el fabricante.

17 ¿Por qué se dice que el trabajo es la transmisión de energía de forma ordenada, mientras que el calor es la transmisión de energía de forma desordenada?

18 Busquen información en Internet sobre Rumford, Joule, Mayer, Helmholtz, Colding y Carnot y su contribución para descartar la teoría del calórico y establecer el primer principio de la termodinámica. La mayoría de ellos no eran físicos ni químicos, sino que se dedicaban a otras áreas. ¿A cuáles?

– Debatan sobre la relación de la física y la química con otras áreas de conocimiento y con la tecnología.



4 Termodinámica

CONTENIDOS:

Noticias

Los expertos alertan de los abombamientos y arrugas de la cubierta «gaudiniana» del Palau de les Arts de Valencia.

Un grave error constructivo. Una mala elección de materiales. Estas son algunas de las hipótesis (...) para explicar el deterioro de la gran cubierta del Palau de les Arts de Valencia (...).

El acero es un material que dilata con el calor, y la cerámica no. Con el tiempo, las propiedades físicas de ambos entran en contradicción (...).

¿Por qué un trencadís de hace 100 años se conserva mejor que uno de hace tan solo siete? Gaudí utilizó trencadís pegado sobre hormigón o piedra, una combinación probada.

Fuente: Europa Press, 03-04-2014.

Web

Observa, en este video, cómo se puede explicar el denominado «efecto Leidenfrost» a partir de la transferencia de calor y los cambios de estado: http://goo.gl/yicfPN

EN CONTEXTO

a. Lee la noticia anterior y responded en grupo:
   - ¿Cuál es el material necesario para hacer un trencadís? ¿Conoces algunas obras de arte en que se utilice esta técnica?
   - ¿Cómo se habría podido prevenir el deterioro en la cubierta del Palau de les Arts? ¿Qué consecuencias tiene este deterioro?

b. Después de ver el vídeo anterior, di qué cambio de estado tiene lugar.
   - ¿Qué otros cambios de estado conoces?

c. **Observa** las imágenes de estas dos páginas y responde:
   - ¿Qué transformaciones físicas y químicas crees que tienen lugar?
   - **Indica** el nombre de aparatos y procesos en los que interviene el calor.
   - ¿Sabes cómo funcionan los frigoríficos?
   - ¿Qué te gustaría aprender sobre el calor y sus aplicaciones?

http://goo.gl/c7XDXH

1. INTRODUCCIÓN A LA TERMODINÁMICA

La termodinámica se desarrollo pragmáticamente, para saber como se puede usar el calor para efectuar trabajo mecánico.

Aporte	Año	Investigador
Bomba de vacio	1650	Otto von Guericke
Correlación entre la presión, temperatura y volumen	1656	Robert Boyle - Robert Hooke
Principio de la olla de presión	1679	Denis Papin
Motor térmico	1697	Thomas Savery
Máquina a vapor	1769	James Watt
Capacidad calorífica y calor latente	1781	Joseph Black
Teoría del calórico	1783	Antoine Lavoisier
Demostró la conversión del trabajo mecánico en calor	1798	Benjamín Thompson
Máquina de Carnot y ciclo de Carnot	1824	Sadi Carnot
Valor numérico de la equivalencia mecánica del calor	1843	James Prescott Joule
Primera y segunda ley de la termodinámica	década de 1850	Rankie; Hess; Clausius; Joule; Kelvin
Fundamentos termodinámica estadística	1850 - 1870	Maxwell; Boltzmann; Planck; Clausius; Van der Waals; Gibbs
Análisis de sistemas termodinámicos como reacciones químicas	1873 - 1876	Josiah Willard Gibbs

1.1. Sistemas y variables termodinámicas

La termodinámica permite el estudio de cualquier porción de materia o región del espacio. Para ello, basta con separarla del resto mediante una superficie cerrada, que puede ser imaginaria. El interior de dicha superficie constituye el **sistema termodinámico** y el exterior es el **entorno** o **medio**.

Algunos sistemas termodinámicos son: una pompa de jabón, un gas en un recipiente, un virus, una pila eléctrica, el motor de un auto, una caldera, etc.

Los sistemas termodinámicos se describen mediante las **variables termodinámicas**, que son magnitudes macroscópicas. Pueden ser, por ejemplo, el volumen, la temperatura, la densidad, la cantidad de sustancia...

Si los valores de las variables termodinámicas de un sistema son constantes en el tiempo, el sistema está en **equilibrio termodinámico**. En este caso, las variables termodinámicas se relacionan entre sí por una **ecuación de estado**, relación característica de cada tipo de sistema. Por ejemplo, una ecuación de estado sencilla es la de los gases ideales:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Ejemplo 1

¿Cuáles son las magnitudes termodinámicas del gas de un neumático que está a una presión de 2,5 atm y a una temperatura de 25 °C? ¿Cuál es su ecuación de estado?

COMPRENSIÓN. Un gas, a alta temperatura (superior a la temperatura de vaporización) y a baja presión (hasta unas pocas atmósferas), puede considerarse como un gas ideal.

RESOLUCIÓN.

– Las variables termodinámicas del gas son:
  - Volumen (V).
  - Presión (p) que ejerce contra las paredes del recipiente.
  - Temperatura (T).
  - Masa (m).

– La ecuación de estado que relaciona dichas variables es la de los gases ideales:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot (T + 273)$$

En esta ecuación, n es la cantidad de sustancia del gas: $n = \frac{m}{M}$, donde M es la masa molar del gas y R es la constante de los gases ($R = 8{,}31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$).

1.2. Teoría cinético-molecular de la materia

Como hemos analizado, la termodinámica utiliza variables macroscópicas que podemos medir, como el volumen, la presión, etc. Estas magnitudes se pueden describir y relacionar entre sí sin conocer la constitución interna de la materia.

Como hemos visto al estudiar la **teoría cinético-molecular**, la materia está formada por partículas (átomos, moléculas o iones), a las que llamamos **entidades moleculares**, en continuo movimiento. En los **sólidos**, las partículas tienen un **movimiento de vibración** en torno a sus posiciones de equilibrio. En los **líquidos**, la movilidad de sus partículas es mayor que en los sólidos y menor que en los **gases**. En estos últimos, las partículas se **mueven aleatoriamente** en todas las direcciones del espacio.

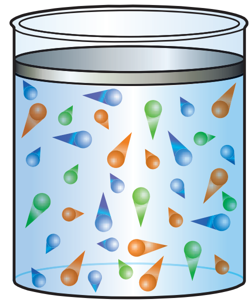


Fig. 1.

- La materia está compuesta de partículas en movimiento.

En consecuencia, las **magnitudes termodinámicas** son el resultado de los **promedios** de los estados y movimientos de las partículas microscópicas constituyentes de la materia. Así, las **variables** y **transformaciones termodinámicas** se pueden explicar a partir de la teoría cinético-molecular.

1.3. Energía interna

En termodinámica, la **energía interna** es una magnitud macroscópica cuya variación puede medirse a partir de otras magnitudes, como veremos más adelante. Según la teoría cinético-molecular, las partículas que constituyen la materia poseen **energía cinética** asociada a su movimiento interno (traslación, rotación y vibración). Además, las partículas ejercen fuerzas atractivas y repulsivas entre sí, dando lugar a otras **energías** a nivel **microscópico**. Así, tenemos una interpretación microscópica de la energía interna:

> La energía interna (U) de un cuerpo o un sistema es la suma de las energías de sus partículas constituyentes.

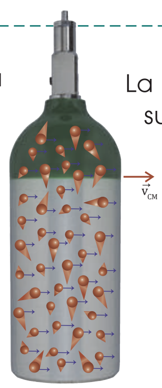
La energía interna de un cuerpo queda definida solo si se considera el conjunto de todas sus partículas. Es, pues, una magnitud extensiva, ya que depende del conjunto de todas sus partículas, es decir, de la extensión del cuerpo.

> Un gas ideal es aquel en el que sus partículas se consideran puntuales y que no interaccionan entre sí. Sus partículas no tienen energía potencial y toda la energía interna del gas ideal es energía cinética.

Ejemplo 2

En un laboratorio se traslada una botella que contiene oxígeno gaseoso. ¿Cuáles son las contribuciones del movimiento de las partículas a la energía cinética total del gas?

Al trasladar la botella a una determinada velocidad, macroscópica, esta se comunica a las partículas de gas contenidas dentro de la botella.



La energía cinética de las partículas de gas es la suma de dos contribuciones:

- La energía cinética debida a su movimiento de agitación en todas direcciones. Forma parte de la energía interna del gas.
- La energía cinética debida a su movimiento ordenado en una misma dirección, que es la de traslación de la botella. Forma parte de la energía mecánica macroscópica de la botella.

TIC

En el siguiente enlace, podrás interpretar y repasar los contenidos de este apartado:

Visita:

http://goo.gl/R2aLvC

Y TAMBIÉN: ¿?

- Una superficie adiabática no permite el paso de energía térmica a su través.
- Una superficie diatérmana permite el intercambio de energía por medio de calor.

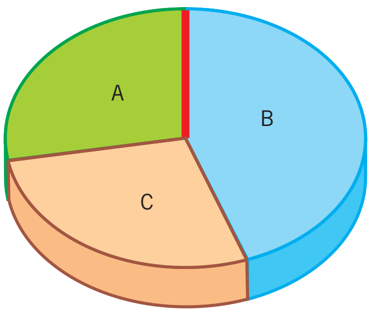


Fig. 2.

A y B están separados por una superficie adiabática. En cambio, C está separado de A y B por superficies diatérmanas.

Y TAMBIÉN: ¿?

El **principio cero** equivale a decir que dos cuerpos A y B tienen la misma temperatura cuando, puestos en contacto de forma separada con un termómetro (cuerpo C del principio cero), este indica el mismo valor en su escala.

2. EQUILIBRIO TÉRMICO Y TEMPERATURA

Todos experimentamos las sensaciones fisiológicas de tener frío o calor. Estas sensaciones, básicas para la supervivencia, permiten definir la temperatura de forma primaria. En efecto: si un cuerpo nos provoca sensación de calor, es que está a una temperatura alta; y si nos provoca sensación de frío, es que está a una temperatura baja con respecto a nosotros.

Consideremos dos cuerpos que, simultáneamente, nos provocan distintas sensaciones térmicas y que ponemos en contacto entre sí a través de una superficie de separación S. Al cabo de un tiempo prolongado, podemos tener una de estas dos situaciones:

- Los cuerpos nos siguen provocando distintas sensaciones térmicas cada uno, por lo que deducimos que su temperatura no ha cambiado. En este caso, se dice que la superficie de separación S es adiabática.
- Los dos cuerpos nos provocan la misma sensación térmica, por lo que deducimos que se encuentran a la misma temperatura. En este caso, se dice que la superficie de separación S es diatérmana y que los cuerpos han alcanzado el equilibrio térmico.

2.1. Principio cero de la termodinámica

Supongamos tres sistemas termodinámicos: A, B y C, como en la figura, tales que A y B están separados por una pared adiabática y en contacto con C a través de una pared diatérmana. Es decir, A y B están cada uno de ellos, separadamente, en equilibrio térmico con C. La experiencia nos dice que A y B también están en equilibrio térmico entre sí. Este es el principio cero de la termodinámica:

> Si dos sistemas A y B están en equilibrio térmico con un tercer sistema C, entonces A y B están en equilibrio térmico entre sí.

Según este principio, hay una magnitud escalar, llamada temperatura, tal que la igualdad de las temperaturas de sistemas termodinámicos es condición necesaria y suficiente para que dichos sistemas estén en equilibrio térmico.

2.2. Medida de la temperatura

Cuando varía la temperatura, algunas propiedades físicas también se modifican. Es el caso de la longitud de un alambre, la longitud de una columna de líquido, la resistencia eléctrica de un metal, etc.

Estas magnitudes que varían con la temperatura se denominan propiedades termométricas y sirven para medir la temperatura de forma objetiva.

Para medir la temperatura se elige un cuerpo, llamado termómetro, con una determinada propiedad termométrica, designada por X. A continuación, suponemos una relación lineal entre X y la temperatura T: $T = a \cdot X + b$.

Para hallar a y b, se fijan arbitrariamente los valores de la temperatura de dos estados reproducibles de alguna sustancia, distinta del termómetro. Estos estados se llaman puntos fijos.

En la **escala Celsius**, la propiedad termométrica es la longitud de una columna de mercurio en un tubo de vidrio cerrado. Los puntos fijos elegidos son la fusión del hielo a 1 atmósfera, a la que se asigna la temperatura de $0\ °C$, y la ebullición del agua también a 1 atm, a la que se asigna el valor de $100\ °C$.

Para que al medir la temperatura de un cuerpo, utilizando termómetros basados en distintas propiedades termométricas, se obtengan los mismos valores de la temperatura, hay que utilizar un **termómetro patrón**: el **termómetro de gas a volumen constante**.

Este termómetro se basa en las propiedades de los gases a muy baja densidad. Para un volumen fijo de gas, su presión disminuye con la temperatura y, al reducir la cantidad de gas, el valor de la presión es prácticamente independiente del tipo de gas utilizado, que se comporta como un gas ideal.

En este termómetro, X es la presión, p, del gas y se fija arbitrariamente $b = 0$. La escala de temperaturas así obtenida es la **escala absoluta**, o escala Kelvin o del gas ideal. Su unidad es el **kelvin, K**. En esta escala, la temperatura se designa por T y viene dada por: $T = a \cdot X$. Para hallar a, se toma **el punto triple del agua** (en el que coexisten los estados sólido, líquido y gaseoso), al que se asigna el valor de $273{,}16$ K. Por tanto:

TEN EN CUENTA QUE:

Se tomó el valor de $273{,}16$ K para el punto triple del agua para no alterar el cero de la escala Celsius de su valor original. Recuerda que el cero de la escala Celsius se toma en el punto de fusión del agua a la presión de 1 atm. En el punto triple del agua, la temperatura medida en la escala Celsius es de $0{,}01\ °C$ y la presión es de $4{,}58$ mm de mercurio.

Y TAMBIÉN:

La relación entre las escalas Celsius y Kelvin se obtuvo a partir de las leyes de los gases. En este libro utilizaremos solo tres cifras significativas en la relación entre ellas:
$T\ (K) = T\ (°C) + 273$

$T = 273{,}16 \cdot \dfrac{p}{p_{tr}}$; P_{tr}: presión del gas en contacto con agua en el punto triple.

Las escalas Celsius y Kelvin se relacionan según: $T(K) = T(°C) + 273{,}15$

Ejemplo 3

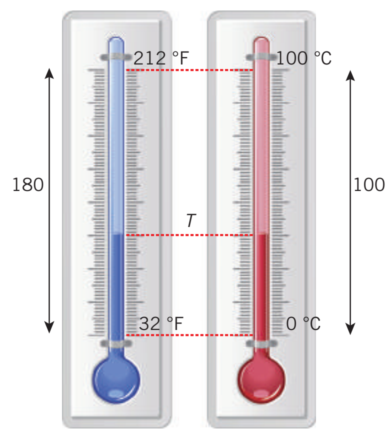
Se dispone de dos termómetros iguales, pero uno en grados Celsius y otro en Fahrenheit, como en la figura. ¿Cuál es la correspondencia entre las dos escalas de temperatura?

COMPRENSIÓN. Como se ve en la figura, $0\ °C$ corresponden a $32\ °F$, y $100\ °C$ a $212\ °F$. Es decir, una variación de $100\ °C$, desde el cero, equivale a una variación de $180\ °F$.

RESOLUCIÓN. Para pasar una temperatura T Celsius a la escala Fahrenheit, primero la multiplicamos por el factor $180/100$. Esto nos da la variación en grados Fahrenheit desde el cero de la escala Celsius. A continuación, le sumamos el valor en grados Fahrenheit equivalente al cero de la escala Celsius:

$$T\ (°C) \cdot \frac{180}{100} + 32 = T\ (°F)$$

$$T\ (°F) = T\ (°C) \cdot \frac{9}{5} + 32;\ T\ (°C) = (T\ (°F) - 32) \cdot \frac{5}{9}$$



Relación entre la temperatura y la energía interna

En un **gas ideal**, la energía cinética de traslación promedio del conjunto de sus partículas es proporcional a la temperatura absoluta T del gas. Por tanto, su **energía interna** es proporcional a la **temperatura**.

En los **gases reales, líquidos y sólidos**, las interacciones entre partículas contribuyen a la energía interna en forma de energía potencial; en ellos la energía interna ya no depende solo de la temperatura. Sin embargo, en todos los sistemas la **temperatura** es un índice de la **distribución energética** de las partículas.

Se puede considerar que la temperatura es indicativa del grado de vibración o **agitación térmica de las partículas**.

TEN EN CUENTA QUE:

- **Energía térmica**. Parte de la energía interna de un cuerpo ligada a su temperatura. Corresponde a su energía cinética microscópica y a una parte de su energía potencial microscópica.
- **Proceso adiabático**. Transformación termodinámica en la que no hay intercambio de calor. Tiene lugar en un recinto con paredes adiabáticas.

TIC

En este video puedes ver el fenómeno de la convección en un líquido:

Visita:

http://goo.gl/FOKJSH

3. ENERGÍA TRANSFERIDA MEDIANTE CALOR

Para enfriar una infusión recién preparada y podérnosla beber sin quemarnos la lengua, le podemos añadir unos cubitos de hielo.

Este hecho es generalizable. Siempre que pongamos en contacto directo dos cuerpos, que están a distintas temperaturas, estos experimentan transformaciones hasta alcanzar la misma temperatura, de valor comprendido entre las temperaturas iniciales.

Esta **igualación de temperaturas** de los cuerpos implica una igualación en la distribución energética de sus partículas y una transferencia de parte de la energía interna de un cuerpo a otro. Esta energía transferida es el calor:

> El calor es una forma de transferencia de energía que tiene lugar entre cuerpos debido a su diferencia de temperaturas.

La unidad del **calor** en el SI es el **julio, J**. Otra unidad muy empleada para medir el calor es la **caloría, cal**. Recuerda que $1\ \mathrm{J}$ equivale a $0{,}24\ \mathrm{cal}$.

La **transferencia de energía** en forma de calor siempre va del cuerpo que está a **mayor temperatura** hacia el de **menor temperatura**. El proceso acaba cuando los dos cuerpos alcanzan el **equilibrio térmico**.

Tomamos el siguiente **criterio de signos** para el **calor**: el **calor cedido** por un cuerpo tiene **signo negativo** y el **calor absorbido** por un cuerpo tiene **signo positivo**. Así, si un cuerpo cede calor a otro, la variación de energía total del sistema es cero.

3.1. Propagación de la energía térmica

Hay tres mecanismos diferentes de transmisión de energía térmica entre cuerpos o entre distintas partes de un medio: la conducción, la convección y la radiación.

- **Conducción**. Tiene lugar en los **sólidos**. El transporte de energía térmica se produce de partícula a partícula mediante choques, entre sus componentes (átomos o moléculas), que transfieren energía cinética, pero en conjunto constituye un movimiento estacionario en el sistema, donde la porción de materia no varía. Hay sólidos que son **buenos conductores térmicos** como, por ejemplo, los metales. Otros, en cambio, son **malos conductores térmicos** y se utilizan como aislantes térmicos: la madera, el plástico, el vidrio y los materiales con aire retenido en su interior, como la lana.
- **Convección**. Tiene lugar en **líquidos** y **gases**. El calentamiento local de una porción de fluido provoca una disminución en su densidad y, por el principio de Arquímedes, una ascensión de dicha porción de fluido, la cual es reemplazada por otra masa de fluido más fría y densa. Estas corrientes que se producen en el seno del fluido se denominan **corrientes de convección** y tienden a igualar la temperatura en todo el fluido. Los vientos son las corrientes convectivas de la atmósfera.
- **Radiación**. La **energía térmica** se transmite mediante **ondas electromagnéticas** (principalmente radiación infrarroja), por lo que no se necesita ningún medio material. Es el caso del calor del Sol o el de las lámparas. La cantidad y el tipo de radiación calorífica emitida o absorbida por un cuerpo depende de su temperatura, naturaleza y tipo de superficie que tenga.

3.2. Efectos del calor

En verano o cuando la temperatura ambiente es elevada, tendemos a quitarnos ropa o utilizar prendas más ligeras para favorecer el intercambio de energía desde nuestro organismo al entorno.

Al aumentar la temperatura, también se produce la dilatación del líquido de los termómetros de pared.

Este hecho se debe a la variación en la energía interna de dicho líquido.

La variación de la energía interna de un cuerpo debida al calor se manifiesta macroscópicamente en forma de **variación** de su **temperatura**, de su composición y **dimensiones**, o bien en un cambio de su **estado físico**.

Variación de la temperatura

En invierno nos apetece tomar alimentos que estén a mayor temperatura que la temperatura ambiente. Para ello, los calentamos, es decir, les suministramos calor y así aumentan de temperatura.

Si calentamos demasiado la comida, entonces la podemos dejar enfriar al aire, esto es, que ceda calor al medio y así su temperatura desciende.

Para que un cuerpo de masa m experimente una **variación de temperatura** ΔT, debe **intercambiar una cantidad de energía** Q que viene dada por:

> El calor específico de una sustancia es la energía necesaria para aumentar en un grado la temperatura de la unidad de masa de dicha sustancia.

Y TAMBIÉN: ¿?

La capacidad calorífica de un cuerpo, C, es el calor necesario para elevar su temperatura un kelvin. Se relaciona con la masa del cuerpo y el calor específico, c, según:

$$C = m \cdot c$$

La siguiente tabla muestra los valores del calor específico a temperatura ambiente (excepto en los casos indicados). Observa el alto valor del calor específico del agua.

Sustancia	Calor específico $(j \cdot kg^{-1} \cdot k^{-1})$
Aire seco, 0° C	$c_v = 717$
	$c_p = 1004$
Agua líquida	4180
Hielo (-10°C)	2090
Vapor de agua (de 105 °C a 305 °C)	$c_v = 1,5 \cdot 10^3$ $c_p = 1,97 \cdot 10^3$
Etanol	2424
Hierro	443
Cobre	385
Mercurio	140

Tabla 1.

La unidad del **calor específico** en el SI es el $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, o bien $J \cdot kg^{-1} \cdot {}^{o}C^{-1}$, ya que una variación de un kelvin equivale a una variación de un grado Celsius.

El valor del calor específico varía según el rango de temperaturas en el que se produce el intercambio de calor. Además, este valor depende de si el intercambio de calor se produce **a presión constante** o **a volumen constante**. En este caso, los valores obtenidos se designan, respectivamente, como c_p y c_v. En los sólidos y líquidos, $c_p \approx c_v$, se designa como c. En los gases, en cambio, los dos tipos de calor específico son notablemente distintos.

Ejemplo 4

Sacamos del horno un bizcocho de 600 g que está a 180 °C y lo dejamos que se enfríe a temperatura ambiente (20 °C).

–¿Qué calor intercambia con su entorno si su calor específico es de $2,5 \ kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$?

COMPRENSIÓN. La temperatura del bizcocho varía de 180 °C hasta 20 °C. El bizcocho se enfría y cede calor a su entorno que permanece a temperatura constante, porque su masa es mucho mayor que la del bizcocho.

DATOS. $m = 600 \ g = 0,600 \ kg$; $T_1 = 20 \ {}^{o}C$; $T_2 = 180 \ {}^{o}C$

RESOLUCIÓN. Aplicamos la fórmula del calor asociado a una variación de temperatura:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$.

$Q = 0,600 \ kg \cdot 2,5 \ kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot (20 - 180) \ K = 2,4 \cdot 10^5 \ J$

COMPROBACIÓN. La cantidad de calor es negativa, tal como era de esperar, ya que el bizcocho ha disipado calor.

Y TAMBIÉN: ¿?

Si un cuerpo recibe calor, aumenta la velocidad de traslación o de vibración de sus partículas. En consecuencia, incrementa la temperatura del cuerpo y sus dimensiones.

Dilatación térmica

En los raíles del tren se dejan pequeños espacios entre los tramos metálicos para que la dilatación térmica no los deforme.

La dilatación térmica es el aumento en las dimensiones de los cuerpos al incrementar su temperatura.

- Los sólidos pueden experimentar distintos tipos de dilataciones térmicas:

Dilatación lineal	Dilatación superficial	Dilatación cúbica
Es la variación de la longitud del sólido. $l = l_0\,(1 + \lambda \cdot \Delta T)$ l: longitud final l_0: longitud inicial ΔT: incremento de temperatura λ: coeficiente de dilatación lineal Incremento de la unidad de longitud del sólido al aumentar un grado su temperatura	Es la variación de la superficie del sólido. $S = S_0\,(1 + \beta \cdot \Delta T)$ S: superficie final S_0: superficie inicial ΔT: incremento de temperatura β: coeficiente de dilatación superficial. Incremento de la unidad de superficie al aumentar un grado su temperatura. Su valor es: $\beta \approx 2\lambda$	Es la variación del volumen del sólido. $V = V_0\,(1 + \gamma \cdot \Delta T)$ V: volumen final V_0: volumen inicial ΔT: incremento de temperatura g: coeficiente de dilatación cúbica Incremento de la unidad de volumen del sólido al aumentar un grado su temperatura Su valor es: $\gamma \approx 3$.

Tabla 2

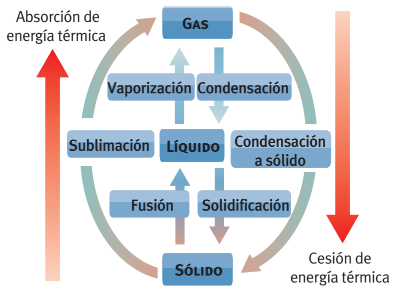


Fig. 3.

- Cambios de estado.

- Los **líquidos** solo tienen **dilatación cúbica**. Su coeficiente de dilatación se designa por K y es unas cien veces mayor que el de los sólidos.

- Los **gases** solo tienen **dilatación cúbica**. Al ser muy compresibles, el coeficiente de dilatación depende del tipo de proceso en el que aumenta la temperatura. Para un **proceso a presión constante**, el coeficiente de dilatación cúbica, g, es prácticamente constante para todos los gases:

$V = V_0\,(1 + \gamma \cdot \Delta t)$; $\gamma = \dfrac{1}{273}\ {}^{o}C^{-1}$ V: volumen final; V_0: volumen inicial

Cambios de estado de agregación

Las planchas de vapor mejoran la penetración de calor y humedad en el tejido y lo ablandan. El vapor se genera al calentar agua líquida de un depósito de la plancha. Es un ejemplo de un **cambio de estado de agregación**.

Los cambios de un estado a otro más compacto (por ejemplo, de gas a líquido) tienen lugar por cesión de energía térmica al medio. Por el contrario, en los cambios a estados en los que las partículas estén menos ligadas entre sí (por ejemplo, de sólido a líquido), hay una absorción de energía térmica del medio.

Durante un cambio de estado de una sustancia, su temperatura permanece constante. Y este valor de la temperatura depende de la presión a la que se encuentra la sustancia.

Los cambios de estado de las sustancias se caracterizan por el calor intercambiado por unidad de masa. Esta magnitud, L, se denomina *calor* o *entalpía de fusión*, de condensación, de vaporización, etc. Se cumple: $Q = m \cdot L$ donde m es la masa de sustancia y Q es el calor total intercambiado. Para cualquier sustancia, el calor de un cambio de estado es igual al del cambio de estado inverso, sin tener en cuenta el signo.

4. ENERGÍA TRANSFERIDA MEDIANTE TRABAJO

En un compresor, la energía eléctrica o de un combustible fósil comprime un gas o vapor que, posteriormente, se deja expandir para accionar distintos mecanismos. Tanto en la compresión como en la expansión se realiza trabajo.

El trabajo es la forma de transferir energía de un sistema a otro mediante la acción de fuerzas aplicadas. Su valor numérico se calcula a partir del producto de la fuerza por el desplazamiento del cuerpo en la dirección de la fuerza.

4.1. Trabajo de expansión y compresión de un gas

Consideremos un gas en un recipiente provisto de un émbolo y que está aislado por paredes adiabáticas. El gas ocupa un volumen V_0, está a una temperatura T_0 y ejerce una presión p_0 que contrarresta el peso de la masa m sobre el émbolo.

Si **variamos la presión** sobre el gas, modificando el valor de la masa m, **sin intercambiar calor**, el gas evolucionará hasta una nueva situación de equilibrio:

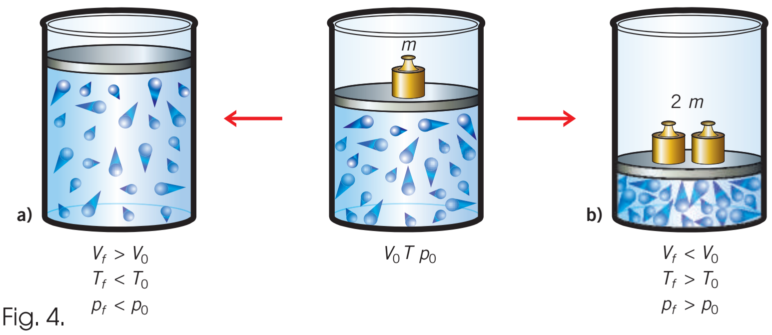


Fig. 4.

a. **Disminuimos la presión** sobre el gas y este **se expande**. Parte de su energía interna se transfiere en el trabajo de elevar el émbolo y **su temperatura disminuye**.

b. **Aumentamos la presión** sobre el gas y este **se comprime**. El trabajo realizado sobre el gas le transfiere energía, por lo que hay un **aumento** de su **energía interna** y de su **temperatura**.

Observamos que tanto en la transformación a como en la b el gas pasa por estados de no equilibrio en los que su presión no está definida.

Supongamos ahora que queremos **variar el volumen de un gas** manteniendo su **presión constante**. Para ello, tendremos que variar la otra variable termodinámica: la **temperatura**. La fuerza externa F sobre el émbolo tiene que ser constante y hay que **suministrar** o **extraer energía térmica** al gas. Es decir, ahora las paredes del recipiente deben ser **diatérmanas**.

La fuerza F debida a la presión del gas se relaciona con la presión, p, y la sección, S, del émbolo por: $F = p \cdot S$

El valor absoluto del trabajo viene dado por: $W = F \cdot |\Delta y| = p \cdot S \cdot |\Delta y| = p \cdot |\Delta V|$ Consideraremos el siguiente criterio de signos:

- Si se trata de una **compresión**, se realiza **trabajo sobre el sistema** y, por tanto, el **trabajo es positivo**.
- Si se trata de una **expansión**, el **sistema realiza un trabajo** y, por tanto, el **trabajo es negativo**.

En **valor absoluto, el trabajo** a presión constante es el **producto** de la **presión** por la **variación del volumen**.

Y TAMBIÉN: ¿?

Si un gas se comprime adiabáticamente, su temperatura aumenta. Y si se expande adiabáticamente, su temperatura disminuye.
Estos resultados se observan en todos los gases a temperaturas inferiores a la denominada temperatura de inversión, que es mucho mayor que la temperatura ambiente para todos los gases, a excepción del hidrógeno, el helio y el neón.

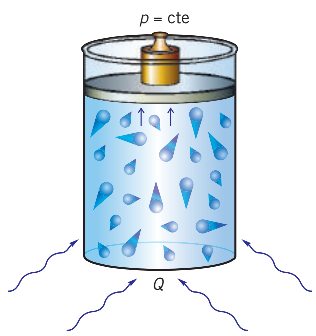


Fig. 5.

- **Expansión a presión constante.** Al calentar el gas, se expande. Para comprimirlo, habría que enfriarlo.

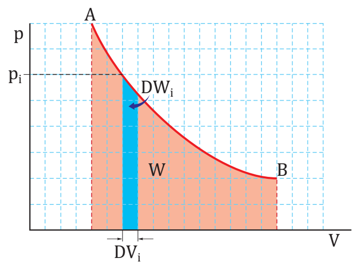


Fig. 6.

Y TAMBIÉN: ¿?

- **Proceso isobárico**. Transformación en la que la **presión** del sistema permanece **constante**.
- **Proceso isocórico.** Transformación en la que el **volumen** del sistema permanece **constante**.
- **Proceso isotérmico**. Transformación en la que la **temperatura** del sistema permanece **constante**.

4.2. Diagrama presión-volumen

Hay procesos en los que la presión no se mantiene constante, por lo que el trabajo del sistema termodinámico no puede calcularse como producto de la variación del volumen por la presión.

Ahora bien, si un sistema, por ejemplo un gas, evoluciona lentamente, entonces pasa por sucesivos estados de equilibrio termodinámico en los que la presión está definida. Estos procesos se llaman **procesos cuasiestáticos** y se pueden representar en un **diagrama presión-volumen** (diagrama p-V), como en la figura del margen.

La curva de A a B representa cada uno de los sucesivos estados de equilibrio por los que pasa el sistema desde el estado inicial al final. Fíjate en que podemos calcular el **trabajo efectuado** sumando las áreas de todos los rectángulos de base ΔV y altura p (variable según el punto del proceso). Así, obtenemos una interpretación gráfica del trabajo.

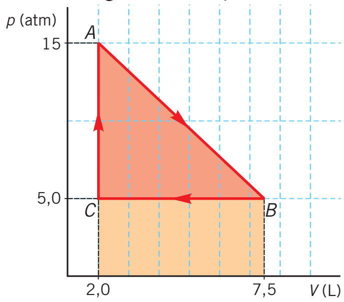
El trabajo es igual al valor del área bajo la curva que representa un proceso termodinámico en un diagrama presión-volumen.

Por convenio:

- Si se trata de una **compresión**, se realiza **trabajo sobre el sistema** y, por tanto, el **trabajo** del medio sobre el gas **es positivo** (el sistema recibe energía).
- Si se trata de una **expansión**, el **sistema realiza un trabajo** y, por tanto, el **trabajo** del medio sobre el gas **es negativo** (el sistema transfiere energía).

Ejemplo 5

Un gas evoluciona tal como se indica en el diagrama p - V.
Calcula el trabajo sobre el gas en los procesos:
a. de A a B;
b. de B a C;
c. de C a A.



COMPRENSIÓN. En cada etapa del proceso, el trabajo efectuado es el área bajo la curva o línea que representa la etapa en el diagrama p-V, con el signo positivo o negativo según corresponda, respectivamente, a una compresión o a una expansión.

RESOLUCIÓN. Utilizamos los valores de p y V en atmósferas y litros para calcular el área y, después, damos el resultado en unidades del SI
($1\ atm = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$; $1\ L = 10^{-3}\ m^3$).

a. el proceso de A a B es una expansión. Por lo tanto, el trabajo es negativo y es el área bajo la línea de A a B cambiada de signo:

$$W_{A-B} = -\left[\frac{1}{2}(15-5)\ atm \cdot (7{,}5-2{,}0)\ l\right] +$$

$$+\,5\ atm \cdot (7{,}5-2{,}0)\ l = -55\ atm \cdot l =$$

$$= -55\ \cancel{atm} \cdot \cancel{l} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{l}} =$$

$$= -5{,}6 \cdot 10^3\ Pa \cdot m^3 = -5{,}6 \cdot 10^3\ J$$

b. El proceso de B a C es una compresión. El trabajo sobre el gas es positivo y coincide con el valor del área bajo la línea de B a C:

$$W_{B\text{-}C} = 5\ atm \cdot (7{,}5-2{,}0)\ L = 27{,}5\ atm \cdot l = 2{,}8 \cdot 10^3\ J$$

Este valor coincide con el trabajo calculado como $p \cdot |\Delta V|$, al ser un **proceso isobárico**.

c. En la etapa de C a A, el volumen permanece constante **(proceso isocórico, $\Delta V = 0$)**. Por lo tanto, **no se realiza trabajo**:

COMPROBACIÓN. Verificamos si la cantidad obtenida es razonable y si las unidades son adecuadas. De lo contrario, revisamos los cálculos.

5. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Al cargar la batería de un móvil, la energía eléctrica suministrada se almacena en forma de energía química. Como sabemos, la **energía** es la capacidad de efectuar un cambio en un sistema o en el medio. En el caso del móvil, la energía de su batería le permite conectarse a la red de telefonía.

La **energía** de un teléfono móvil, así como la de todo sistema termodinámico, es la suma de dos contribuciones: la **energía interna**, U, y la **energía mecánica macroscópica** o **energía mecánica total**, E_m: $E_{sistema} = U + E_m$

Y TAMBIÉN:

La **energía potencial gravitatoria** se debe a la masa de los cuerpos. La energía potencial gravitatoria de una masa m situada a una altura h del suelo es: $E_p = m \cdot g \cdot h$, donde g es la aceleración de la gravedad.

La **energía mecánica total** o macroscópica, E_m, es la energía del sistema asociada a su posición y movimiento macroscópicos. Es decir, es la suma de la **energía cinética macroscópica** y de la **energía potencial** debida a la **posición del centro de masas** en el espacio.

Hemos estudiado que los sistemas pueden intercambiar energía con su entorno mediante trabajo o calor. Por lo tanto, la energía de un sistema varía en los procesos con transferencia energética entre sistema y medio.

Ahora bien, siempre se ha observado que la cantidad de energía ganada por un sistema en un proceso coincide con la energía perdida por el medio; y, también, que la energía perdida por un sistema en un proceso es igual a la energía ganada por el medio. Este es el **principio de conservación de la energía**:

La energía del conjunto formado por el sistema y su medio siempre se conserva.

5.1. Equivalente mecánico del calor

Como sabemos, el **calor** es la energía transferida en un proceso como consecuencia de la diferencia de temperatura. Sin embargo, durante siglos se pensó que el calor era una especie de fluido llamado **calórico**.

Fue gracias al conde de Rumford (1753-1814) y a J. P. Joule que se llegó a la conclusión de que el calor es una energía que se transfiere de un cuerpo a otro.

Joule midió el aumento de temperatura en una masa de agua aislada térmicamente al agitarla con unas paletas. El dispositivo que utilizó era similar al de la figura del margen, en la que un cuerpo de masa m se deja caer desde una altura h.

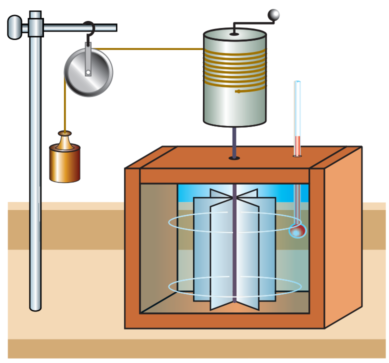


Fig. 7.

Experimento de Joule.

En su caída, el cuerpo arrastra el hilo arrollado al eje de las paletas, lo que provoca el rozamiento de las paletas en el agua. La energía potencial gravitatoria del cuerpo se transfiere al agua y la temperatura de esta aumenta.

Con este experimento y otros similares, Joule concluyó que siempre se requiere la misma cantidad de energía mecánica para elevar la temperatura de 1 g de agua en 1 °C. Este hecho se conoce como equivalente mecánico del calor. El valor que obtuvo Joule difiere en solo un 1% al valor actual:

$$1 \text{ cal} = 4{,}186\,8 \text{ J}$$

Fijémonos en que, en el experimento de Joule, el trabajo debido al movimiento de las paletas provoca un cambio en la energía interna del agua que se manifiesta en un aumento de temperatura.

Y la **identificación del calor** como una transferencia de **energía** es posible porque este mismo aumento de temperatura se puede conseguir sin realizar trabajo, poniendo el sistema en contacto con un cuerpo a mayor temperatura.

Y TAMBIÉN: ¿?

Cuando hablamos de trabajo, hay que saber si nos referimos al **trabajo hecho por el sistema** o bien al **trabajo hecho** por fuerzas externas **sobre el sistema**, así como el criterio de signos elegido.

En la expresión del primer principio de la termodinámica: $\Delta U = Q + W$, el trabajo W es el **trabajo hecho** por fuerzas externas **sobre el sistema**.

Así, si el sistema es un gas, W es **positivo** en una **compresión** y **negativo** en una **expansión** del gas.

En algunos libros de texto, el primer principio de la termodinámica se escribe:

$$\Delta U = Q - W$$

Aquí, W es el **trabajo hecho por el sistema.** Por lo tanto, en el caso de un gas, W es **positivo** en una **expansión** y **negativo** en una **compresión**.

5.2. Primer principio de la termodinámica

Con los nombres de **trabajo** y **calor** indicamos el **procedimiento** por el cual un sistema termodinámico **cede** o **absorbe energía**. Es decir, el trabajo y el calor son procesos en los que se intercambia energía que procede o bien de la energía interna de un cuerpo, o bien de su energía mecánica macroscópica.

En el caso de **sistemas** en los que la **energía mecánica macroscópica no varía**, el **principio de conservación de la energía** se puede expresar como un balance entre las transferencias de energía mediante trabajo y calor, y la variación de la energía interna del sistema:

$$\Delta U = Q + W$$

Esta expresión es el **primer principio de la termodinámica**:

> La variación de la energía interna, ΔU, de un sistema siempre es igual a la suma de la energía que intercambia con su entorno mediante calor y trabajo.

Los **sistemas termodinámicos** pueden evolucionar desde un **estado inicial** dado hasta otro **estado final** a través de distintos procesos. En cada proceso, podemos medir la energía transferida mediante calor, Q, y mediante trabajo, W.

En general, los valores de Q y W obtenidos **dependen del** tipo de **proceso seguido** desde el estado inicial al estado final. Sin embargo, la suma entre Q y W es independiente del proceso seguido entre los dos estados.

La energía interna es una función de estado. Esto significa que su **variación** en un proceso solo **depende** de los **estados inicial y final**, pero no de la forma en que se pasa de uno a otro.

5.3. Aplicaciones del primer principio

Vamos a aplicar el primer **principio de la termodinámica** a sistemas p - V, es decir, a aquellos en los que el trabajo viene dado por la compresión o expansión. Empezaremos con el caso de un **gas ideal**:

- **Cálculo de** ΔU: en un gas ideal, U solo depende de la temperatura, T. Y, al ser U una función de estado, en cualquier proceso de un gas ideal ΔU únicamente depende de ΔT. Por lo tanto, en un proceso dado, ΔU puede calcularse a partir de un proceso cualquiera, elegimos un proceso isocórico (volumen constante), por lo que el calor viene dado por: $Q = m \cdot cV \cdot \Delta T$ (m es la masa del gas ideal). Al aplicar el primer principio de la termodinámica:

$$\Delta U = Q + W = m \cdot cV \cdot \Delta T + 0 \rightarrow \Delta U = m \cdot cV \cdot \Delta T \quad ; \quad W = 0 \text{ (proceso isocórico)}$$

  esta expresión de ΔU es válida para cualquier proceso de un gas ideal.

- **Cálculo de** Q: solo se puede obtener directamente en procesos adiabáticos ($Q = 0$), isocóricos ($Q = m \cdot cV \cdot \Delta T$) o isobáricos ($Q = m \cdot cp \cdot \Delta T$). En el resto de los casos, se halla a partir de los valores de W y ΔU, aplicando el primer principio.

- **Cálculo de** W: solo se puede obtener directamente en procesos isocóricos ($W = 0$) o isobáricos ($W = p \cdot \Delta V$). En el resto de los casos, se halla a partir de los valores de Q y ΔU, aplicando el primer principio de la termodinámica.

Al aplicar el **primer principio de la termodinámica** a **sistemas p - V**, obtenemos las expresiones del **trabajo realizado sobre el sistema**, el **calor** y la **variación de la energía interna** para distintos procesos, como se muestra en esta tabla:

Tipo de proceso	Relación entre W, Q y ΔU	Caso particular del gas ideal
Cualquier proceso	Se cumple siempre el primer principio de la termodinámica: $\Delta U = Q + W$	Se cumple: $\Delta U = Q + W$; $\Delta U = n \cdot M \cdot cV \cdot \Delta T$ n: cantidad de sustancia M: masa molar c_V: calor específico a volumen constante
Proceso isobárico (p constante)	$W = \text{-}p \cdot \Delta V$; $Qp = m \cdot c_p \cdot \Delta T$; $\Delta U = Qp - p \cdot \Delta V$ m: masa del sistema c_p: calor específico a presión constante.	$W = -p \cdot \Delta V$; $Q_p = n \cdot M \cdot c_p \cdot \Delta T$ $\Delta U = n \cdot M \cdot c_V \cdot \Delta T = n \cdot M \cdot c_p \cdot \Delta T - p \cdot \Delta V$ El producto $n \cdot M$ es la masa m del gas
Proceso isocórico (V constante)	$\Delta V = 0 \rightarrow W = 0$; $Q_v = m \cdot cV \cdot \Delta T$; $\Delta U = Q_v$ c_V: calor específico a volumen constante	$\Delta V = 0 \rightarrow W = 0$ $\Delta U = Q = m \cdot c_V \cdot \Delta T$
Proceso isotérmico (T constante)	$\Delta U = Q + W$ El trabajo se calcula a partir del diagrama $p - V$	$\Delta T = 0 \rightarrow \Delta U = 0; \quad Q = W$ $W = -\int_{V_o}^{V_f} p \cdot dV = n R T \ln\left(\frac{V_o}{V_f}\right)$ In: logaritmo neperiano V_o: volumen inicial V_f: volumen final
Proceso adiabático ($Q = 0$)	$Q = 0 \rightarrow \quad \Delta U = +W$ El trabajo se calcula a partir del diagrama $p - V$	$Q = 0 \rightarrow \quad W = \Delta U; \quad \Delta U = n \cdot M \cdot c_V \cdot \Delta T$

Tabla 3

Ejemplo 6

En un recipiente, se calienta $0{,}05$ kg de aire a la presión constante de 1 atm, de forma que su temperatura varía de 20 °C hasta 70 °C y su volumen aumenta en $7{,}5 \cdot 10^{-3}$ m³.

- **Halla** el trabajo y el calor en este proceso y la variación de energía interna del sistema.

COMPRENSIÓN. El sistema absorbe energía térmica a presión constante (proceso isobárico), porque se calienta, y transfiere energía al entorno, ya que se expansiona. En una expansión, el trabajo hecho por el entorno sobre el sistema es negativo.

DATOS. $m = 0{,}05$ kg; $p = 1$ atm $= 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa; $T_1 = 20$ °C; $T_2 = 70$ °C; $\Delta V = 7{,}5 \cdot 10^{-3}$ m³; incógnitas: W, Q y ΔU.

RESOLUCIÓN.

- Calculamos el trabajo efectuado sobre el gas:

$$W = -p \cdot \Delta V$$
$$W = -1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = -7{,}6 \cdot 10^2 \text{ J}$$

- Calculamos el calor absorbido por el aire. Consultamos en la tabla el valor de su calor específico a presión constante:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$
$$Q = 0{,}05 \text{ kg} \cdot 1{,}004 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (70 - 20)\text{K}$$
$$Q = 2{,}5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- El valor de la variación de la energía interna viene dado por el primer principio de la termodinámica:

$$\Delta U = Q + W$$
$$\Delta U = 2{,}5 \cdot 10^3 \text{ J} - 7{,}6 \cdot 10^2 \text{ J} = 1{,}7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

COMPROBACIÓN. Suponemos que el aire se comporta como un gas ideal y hallamos ΔU con el valor de cV del aire extraído de la tabla: $c_v = 717 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$$\Delta U = m \cdot c_V \cdot \Delta T$$
$$\Delta U = 0{,}05 \text{ kg} \cdot 717 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (70 - 20)\text{K}$$
$$\Delta U = 1{,}8 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Este resultado se aproxima bastante al valor de $1{,}7 \cdot 10^3$ J, que hemos calculado para un sistema p - V en general.

Máquinas térmicas

El motor de explosión, la refrigeradora y la bomba de calor son ejemplos de **máquinas térmicas**. Se trata de dispositivos capaces de efectuar trabajo a partir del calor, o bien pueden utilizar trabajo externo para enfriar o calentar un cuerpo. En este último caso, son máquinas térmicas funcionando en **modo inverso**.

Una máquina térmica **funciona cíclicamente** de modo que la sustancia que contiene sufre distintas transformaciones hasta regresar a su estado inicial, con lo que su energía interna no varía. En cada ciclo la máquina térmica **absorbe** una cantidad de energía térmica, Q_a, de un foco térmico a alta temperatura, T_a, y parte de esta energía se transfiere mediante trabajo, W. El resto, es calor, Q_b, que la máquina **cede** a un foco o sumidero a baja temperatura, T_b. En general, el foco a baja temperatura es la atmósfera. Del primer principio se cumple:

$$\Delta U = 0 \rightarrow 0 = Q + W$$

$$|Q_a| = |W| + |Q_b| \text{ (teoricamente)}$$

$$|Q_a| > |W| + |Q_b| \text{ (experimentalmente)}$$

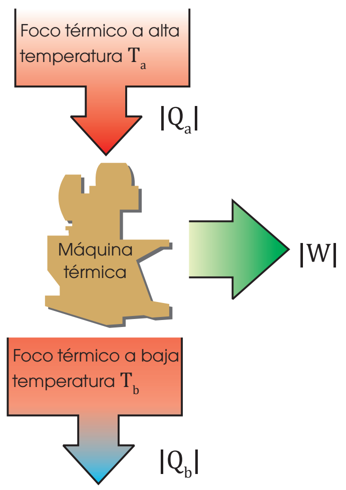


Fig. 8.

- Flujos de energía en un ciclo de una máquina térmica.

- La refrigeradora es una máquina térmica que funciona en modo inverso.

El **rendimiento** de una máquina térmica se define como la razón entre el trabajo obtenido a partir del calor absorbido:

$$R = \frac{|W|}{|Q_a|}$$

El máximo rendimiento teórico para una máquina térmica que opera entre las temperaturas T_a y T_b es:

$R_{Máx}$ = 1 (teoricamente)

Nota: Experimentalmente siempre hay pérdidas de calor, por un pequeño aumento de la energía interna, rozamientos internos de la máquina o dispersión de calor en forma electromagnética.

Este rendimiento máximo siempre es menor que uno (menor del 100 %) y, además, solo se puede obtener si la **máquina térmica es reversible**. En el siguiente apartado, definiremos qué es un proceso reversible.

El funcionamiento de un frigorífico, es un ejemplo del funcionamiento de una **máquina térmica inversa**.

El **coeficiente de rendimiento** de una máquina térmica que se utiliza para calentar o enfriar es, respectivamente:

A diferencia del rendimiento, el coeficiente de rendimiento puede ser superior a la unidad; es decir, mayor que el 100 %.

Ejemplo 7

Una pequeña máquina de vapor extrae en cada ciclo 25,0 kJ del foco a alta temperatura y libera 7,0 kJ al foco frío. ¿Cuál es su rendimiento?

COMPRENSIÓN. La máquina absorbe más calor del que cede. En consecuencia, se trata de una máquina térmica y no de una máquina en modo inverso.

DATOS. $Qa = 25{,}0$ kJ; $Qb = 7{,}0$ kJ; incógnita: h

RESOLUCIÓN. El rendimiento es:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_a|} = \frac{|Q_a| - |Q_b|}{|Q_a|} = \frac{25 - 7}{25} = 72\ \%$$

COMPROBACIÓN. El rendimiento obtenido es menor del 100 %, como corresponde a una máquina térmica.

6. ESPONTANEIDAD Y PROCESOS TERMODINÁMICOS

Si a una sopa muy caliente le añadimos un poco de agua fría, nunca sucede que el agua añadida se enfríe y se convierta en hielo y que la sopa se caliente más.

Tampoco ocurre que una piedra, en reposo en el suelo, espontáneamente absorba calor de su entorno y lo utilice para elevarse del suelo.

El **flujo de calor del cuerpo de menor temperatura** hacia el de **mayor temperatura** (como en el supuesto de la sopa) y la **conversión total de calor** en **trabajo** (como en el supuesto de la piedra) cumplirían el primer principio de la termodinámica. Sin embargo, estos fenómenos **nunca ocurren** en la realidad.

Los **procesos reales** o **naturales ocurren espontáneamente** en un **sentido**, mientras que el sentido opuesto requiere alguna acción adicional o es imposible.

Además, todos los **procesos reales** son **irreversibles**.

> Un proceso irreversible es aquel que no puede ser invertido sin dejar cambios en el sistema o en el medio.

Los **procesos irreversibles** se caracterizan porque los **estados intermedios** por los que pasa el sistema **no son de equilibrio**. Los procesos que tienen lugar de forma rápida son irreversibles; por ejemplo, una explosión, un globo que se deshincha cuando lo soltamos sin haberlo anudado, etc.

6.1. Entropía

Los **procesos espontáneos** se caracterizan porque en el **estado final** el **sistema** tiene **menor capacidad** de **producir trabajo útil** que en el **estado inicial**. Se dice que la energía se ha conservado, pero que ha perdido calidad.

Para cuantificar la pérdida de la calidad asociada a las transformaciones energéticas, se define una magnitud extensiva denominada **entropía, S**:

> La entropía es una función de estado que mide el grado de desorden de un sistema. A mayor desorden, mayor entropía.

Cuanto **más ordenadas** están la materia y la energía de un sistema, **menor** es su **entropía**. Así pues, en general, un sólido tiene menos entropía que un líquido y este tiene menos entropía que un gas.

La entropía de un sistema no depende solo de la temperatura, sino también de otras variables termodinámicas como, por ejemplo, el volumen.

El cálculo de la entropía de un sistema es muy complicado. En cambio, la **variación de entropía** de un proceso se puede calcular con esta expresión: $\Delta S = \frac{Q_{rev}}{T}$

La **variación de entropía**, ΔS, de un proceso es el cociente entre el **calor transferido** al sistema de **forma reversible** y la **temperatura absoluta**, T, a la que tiene lugar esta transferencia.

Y TAMBIÉN: ¿?

Llamamos **proceso reversible** aquel que puede invertirse sin dejar cambios ni en el sistema ni en el medio.
En la realidad procesos completamente reversibles no existen, pero son idealizaciones útiles, tal como los gases ideales son útiles para el estudio de los gases reales.
No hay que confundir los procesos reversibles con los **procesos muy lentos (cuasiestáticos)**, que pueden ser **reversibles** o **irreversibles**.

TEN EN CUENTA QUE:

Al añadir energía térmica a un foco térmico, se le transfiere desorden y su entropía aumenta.
Si se dispone de dos focos térmicos que absorben la misma cantidad de energía por medio de calor, el aumento de entropía es mayor en el foco de menor temperatura porque:

$$\Delta S = \frac{Q_{rev}}{T}$$

Se dice entonces que la **energía del foco a mayor temperatura** es de **mayor calidad** que la del foco de temperatura inferior.

TIC

Los siguientes videos te ayudarán a interpretar los procesos termodinámicos:

Visita:

http://goo.gl/UaH2ph

http://goo.gl/NWvU27

6.2. Segundo principio de la termodinámica

En todas las máquinas térmicas que producen trabajo a partir de calor, siempre se necesita un foco térmico que esté a una temperatura inferior a la fuente a alta temperatura. Este sumidero a baja temperatura es, por ejemplo, el agua de refrigeración o bien el aire a temperatura ambiente.

Este hecho es una manifestación del **segundo principio de la termodinámica**:

> Todo proceso espontáneo aumenta la entropía del universo.

Es decir, todos los procesos espontáneos suceden en el sentido en que aumenta la suma de la entropía del sistema y la del entorno. En el caso de procesos reversibles, la variación de entropía es cero.

Un proceso que disminuya la entropía de un sistema requiere de un aporte energético externo para poder tener lugar. Y este aporte adicional provoca un incremento de entropía en algún otro lugar, de modo que aumenta la entropía total.

El segundo principio permite establecer una dirección del tiempo. Es decir, el tiempo transcurre hacia delante y no hacia atrás. Esta asimetría en el tiempo está asociada al aumento de entropía de los fenómenos macroscópicos.

Así, por ejemplo, de dos fotografías del mismo papel, uno con una mancha de tinta difundida y el otro con una gota de tinta, sabemos cuál es anterior en el tiempo.

Ejemplo 8

Indica el signo de la variación de la entropía cuando un charco de agua se hiela en invierno.

COMPRENSIÓN. $Ap = 1$ atm, el agua hiela a 0 oC. Y, al solidificar, cede calor al medio.

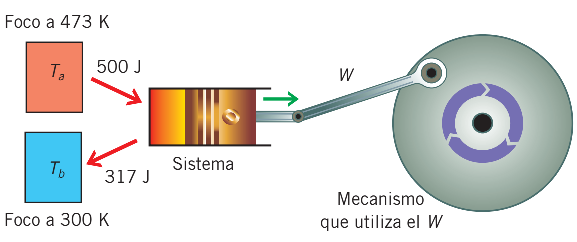
RESOLUCIÓN. El **agua** cede calor, $Q < 0$, por lo que su **variación de entropía** es **negativa**. Queda en un estado más ordenado.

El medio recibe el calor del agua; así, el calor transferido al medio es positivo. Por lo tanto, su variación de entropía es positiva. Y, al ser la temperatura del medio menor que la del agua, el aumento de entropía del medio supera la disminución de entropía del agua.

COMPROBACIÓN. La variación de la entropía total del universo es positiva, como corresponde a un proceso espontáneo según el segundo principio de la termodinámica.

Ejemplo 9

Calcula el cambio de entropía en un ciclo de la máquina térmica reversible de la figura.



COMPRENSIÓN. El sistema es la sustancia de la máquina. El entorno son los focos térmicos y el receptor del trabajo, el cual no varía de entropía y no intercambia calor. La máquina es reversible y trabaja con el máximo rendimiento.

DATOS. $T_a = 473$ K; $T_b = 300$ K; $Q_a = 500$ J; $Q_b = 317$ J Incógnita: ΔStotal

RESOLUCIÓN. En cada ciclo, el sistema vuelve a su estado inicial. Por tanto: ΔSsistema $= 0$

Calculamos la variación de entropía en cada foco térmico y la variación de entropía total. El foco a T_a cede calor ($Q_{rev};T_a < 0$) y el foco a T_b recibe calor ($Q_{rev};T_b > 0$):

$$\Delta S_{Ta} = \frac{Q_{rev:Ta}}{T_a} = \frac{-500\ \text{J}}{473\ \text{K}} = -1{,}06\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\Delta S_{Tb} = \frac{Q_{rev:Tb}}{T_b} = \frac{317\ \text{J}}{300\ \text{K}} = 1{,}06\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\Delta S_{total} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{Ta} + \Delta S_{Tb}$$

$$\Delta S_{total} = 0 - 1{,}06\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1} + 1{,}06\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1} = 0$$

COMPROBACIÓN. La entropía no varía al ser un proceso reversible.

Problemas resueltos

A En la fragua

Para enfriar rápidamente una pieza de hierro de 450 g de masa, que está a 500 °C, un herrero la sumerge completamente en un cubo con 6,0 l de agua a temperatura ambiente (20 °C). **Halla** la temperatura final de equilibrio de la pieza de hierro y del agua.

Solución

COMPRENSIÓN. En contacto térmico, el cuerpo a mayor temperatura cede calor al de menor temperatura. En el proceso, las temperaturas de ambos cuerpos varían hasta alcanzar la misma temperatura final T de valor comprendido entre las temperaturas iniciales. Se cumple que el valor absoluto del calor cedido
es igual al valor absoluto del valor absorbido. Tenemos en cuenta que $T_{0\ agua} < T < T_0$ aire, y expresamos T en °C.

DATOS.
$m_{hierro} = 0{,}450$ kg; $m_{agua} = 6{,}0$ kg; $c_{agua} = 4180\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$; $c_{hierro} = 443\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$; T_0 agua = 20 °C; T_0 hierro = 500 C.
Incógnita: T

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, tapa la respuesta y sigue los pasos de la resolución.

Pasos

- Calculamos el calor absorbido por el agua en valor absoluto.
- Calculamos el calor cedido por el hierro en valor absoluto.
- Igualamos las dos cantidades anteriores para hallar la temperatura final de equilibrio.

Respuesta

- Hallamos el calor absorbido por el agua:

$$Q_{agua} = m_{agua} \cdot c_{agua} \cdot (T - T_{0\ agua}) =$$
$$= 6{,}0\ kg \cdot 4\,180\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot (T - 20)\ K$$

- De la misma forma, calculamos el calor cedido por el hierro:

$$|Q_{hierro}| = m_{hierro} \cdot c_{hierro} \cdot (T - T_{0\ hierro}) =$$
$$= 0{,}450\ kg \cdot 443\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot (500 - T)\ K$$

- Calculamos la temperatura final de equilibrio:

$$6{,}0\ kg \cdot 4\,180\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot (T - 20)\ K =$$
$$= 0{,}450\ kg \cdot 443\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot (500 - T)\ K;$$

$$25\,080\ (T - 20) = 199{,}35\ (500 - T) \rightarrow T = 24\ °C$$

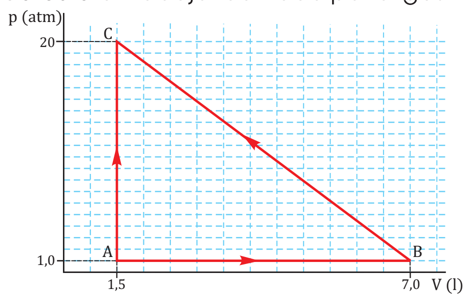
COMPROBACIÓN. Verificamos si la cantidad es razonable y las unidades adecuadas. De lo contrario, revisamos los cálculos.

1. En el laboratorio, dos estudiantes mezclan 30 ml de agua a 60 °C con 20 ml de etanol ($d = 7{,}89 \cdot 10^2\ kg \cdot m^{-3}$) a 20 °C.

- ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?

B Diferencia de potencial y trabajo eléctricos

Un gas encerrado en un recipiente se halla en el estado de equilibrio representado en el diagrama p - V por el punto A. **Calcula** el trabajo realizado por el gas en el proceso indicado en el diagrama en que, desde A, pasa por B y C y regresa a A. ¿Cuál es el trabajo realizado sobre el gas en la etapa de A a B?



Solución

COMPRENSIÓN. De A a B el gas se expansiona, el medio hace sobre el gas un trabajo negativo, y el gas efectúa un trabajo positivo. De B a C el gas se contrae, por lo que sobre él se efectúa un trabajo positivo. La etapa de C a A corresponde a un proceso isocórico, por lo que el trabajo es nulo. El trabajo total realizado por el gas corresponde al área encerrada en el ciclo ABC en el diagrama p-V. Para saber si tiene signo positivo o negativo, miramos si el trabajo de expansión es superior o inferior al de compresión.

DATOS. $p_C = 20$ atm; $p_B = pA = 1$ atm; $V_A = V_C = 1{,}5$ l; $V_B = 7{,}0$ l. Incógnitas: W_{total}; $W_{externo}$ $(A \rightarrow B)$

RESOLUCIÓN.

- El área bajo la línea AB es menor que el área bajo la línea BC. Por lo tanto, el trabajo total hecho por el gas es negativo.

$$W_{total} = -\frac{1}{2}(20 - 1{,}0)\ atm \cdot (7{,}0 - 1{,}5)\ L =$$
$$= -52\ atm \cdot L = -5{,}3 \cdot 10^3 J$$

- El trabajo total realizado por el gas corresponde al valor del área del triángulo del diagrama p-V cambiado de signo:

$$W_{externo} = -W_{gas(A \rightarrow B)} = -1\ atm \cdot (7{,}0 - 1{,}5)\ L =$$
$$= -5{,}5\ atm \cdot L = -5{,}6 \cdot 10^2\ J$$

COMPROBACIÓN. El gas regresa a su estado inicial A, pero el trabajo que realiza no resulta nulo debido a que este no es una función de estado.

2. El gas del problema anterior parte del estado A y se expande isobáricamente hasta B. De allí evoluciona isocóricamente hasta un estado B', en el que su presión coincide con la del estado C del problema anterior. A continuación, sigue la transformación isobárica hasta el estado C. ¿Cuál es el trabajo realizado por el gas en el proceso ABB'CA?

- ¿Por qué difiere del resultado del problema anterior?

C Una escultura que cae

Durante la rehabilitación de un edificio, una escultura de bronce ($c = 0{,}36\ kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$) cae desde $30\ m$ de altura. **Halla** su variación de temperatura al quedar en reposo en el suelo si toda la energía macroscópica perdida en el choque con el suelo se transforma en energía térmica de la escultura y no hay intercambio de energía en forma de calor con el entorno.

Solución

COMPRENSIÓN. La carga q3 se traslada desde el infinito, donde la energía potencial es nula, hasta el punto $P\ (0, 3)\ m$.

DATOS. $h = 30\ m;\ Q = 0$

RESOLUCIÓN. En este caso, toda la energía potencial gravitatoria de la escultura pasa a ser energía interna de esta, y no se transfiere energía en forma de calor al entorno: $m \cdot g \cdot h = \Delta U$.
El siguiente paso es calcular la variación de la energía interna, ΔU, de la escultura entre el estado inicial (justo antes de impactar en el suelo) y el estado final (cuando toda la energía macroscópica pasa a ser energía interna, por la acción de la fuerza del suelo). Para ello, supondremos que el volumen de la escultura no varía debido al choque y, además, utilizaremos el hecho de que U es una función de estado, es decir, su valor solo depende de los estados inicial y final.
Consideremos la misma escultura en la que no se efectúe trabajo y a la que se le suministre una cantidad de calor Q' para provocar un aumento de temperatura DT a volumen constante.
Aplicamos el primer principio de la termodinámica:

$$\Delta U = Q + W = Q + 0$$

Es decir, ΔU coincide con la expresión del calor intercambiado a volumen constante: $\Delta U = Q9 = m \cdot c \cdot \Delta T$.
Igualando las dos expresiones de ΔU, hallamos el incremento de temperatura:

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \cancel{m} \cdot c \cdot \Delta T \quad \rightarrow \Delta T = \frac{g \cdot h}{c} =$$

$$= \frac{9{,}8\ m \cdot s^{-2} \cdot 30\ m \cdot kg \cdot K}{3,6 \cdot 10^{2}\ J} = 0{,}8\ K$$

COMPROBACIÓN. Fíjate en que la variación de temperatura es positiva, como era de esperar.

3. En una cascada, el agua cae desde $49{,}5\ m$. ¿Cuál es el mayor incremento posible de su temperatura en su nivel más bajo?
4. Un auto baja por una pendiente del 10% a $100\ km/h$. En un momento dado, el conductor ve un animal parado a $250\ m$ de él y frena logrando detener el auto justo delante del animal. Si el conjunto formado por el auto y el conductor tiene una masa de $950\ kg$, **halla** el calor disipado por los frenos.

D Un aparato de aire acondicionado

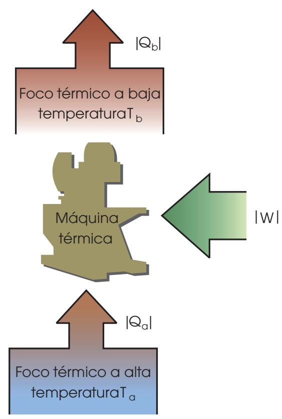
Un aparato de aire acondicionado mantiene fresca una habitación, liberando cada hora $9{,}8\ kJ$ de calor al exterior y consumiendo $0{,}7\ kW \cdot h$ de la red eléctrica.
a. **Explica** el flujo energético que tiene lugar en el aparato de aire acondicionado. b. **Calcula** el calor que absorbe de la habitación en una hora y su coeficiente de rendimiento.

Solución

COMPRENSIÓN. El aparato de aire acondicionado es una máquina térmica que funciona en modo inverso, por lo que el sistema efectúa un trabajo negativo ($W < 0$).

DATOS. $W = -\ 0{,}7\ kW{\cdot}h \cdot \dfrac{3{,}6\ kJ}{1\ kW{\cdot}h} = -2{,}5\ kJ;\ Q_a = -\ 9{,}8\ kJ$

RESOLUCIÓN. El aire acondicionado absorbe calor de una fuente fría (la habitación) y cede calor a una fuente que está a una temperatura mayor (el exterior).
Para ello, el aire acondicionado recibe trabajo externo, en este caso, de la red eléctrica. La figura de la derecha esquematiza el flujo energético en el aire acondicionado.



La energía interna del aire acondicionado no ha variado por ser una máquina cíclica. Aplicamos el primer principio de la termodinámica, teniendo en cuenta el signo del calor (positivo para el absorbido y negativo para el cedido por el sistema):

$$0 = Q - W \rightarrow W = Q = \left(|Q_b| - |Q_a|\right)$$

El calor absorbido de la fuente de baja temperatura es:

$$|Q_b| = |Q_a| + W = |Q_a| - |W| = 9{,}8 - 2{,}5 = 7{,}3\ kJ$$

El coeficiente de rendimiento es: $\dfrac{|Q_b|}{|W|} = \dfrac{7{,}3\ kJ}{2{,}5\ kJ} = 2{,}9$

COMPROBACIÓN. El coeficiente de rendimiento es adimensional. Su valor es mayor que 1 porque es una máquina térmica que funciona en modo inverso. Fíjate en que hemos obtenido la expresión válida para toda máquina térmica: $|Qa| = |W| + |Qb|$.

5. Un aparato de aire acondicionado tiene un coeficiente de rendimiento de $1{,}9$ y un motor de $0{,}8\ kW$. **Calcula** el calor que extrae de la habitación y el calor que cede al exterior en una hora.
6. Una máquina térmica absorbe $2{,}10\ kJ$ de calor y realiza un trabajo de $1{,}89\ kJ$. **Halla** el calor cedido por la máquina, su variación de energía interna y su rendimiento.

Ejercicios y problemas

1 Introducción a la termodinámica

1. ¿Qué es la termodinámica? Consulta en un diccionario su significado etimológico.
2. **Mira** la simulación de un gas ideal según la teoría cinético- molecular en el *applet* que encontrarás en el enlace: http://goo.gl/zVRw1Q, y explica la relación entre la presión del gas, el volumen que ocupa y su número de moléculas a temperatura constante.
3. **Haz** una lista con ejemplos de sistemas termodinámicos y de variables termodinámicas. **Clasifica** las variables termodinámicas según dependan del tamaño del sistema que describen o no.
4. **Explica** qué se entiende por equilibrio termodinámico y por ecuación de estado.
5. Supón que estamos hinchando un globo y que, en un momento dado, lo soltamos sin haberlo anudado. ¿Qué sucede con el aire de su interior? **Justifica** si, en este proceso, el aire del globo se encuentra o no en equilibrio termodinámico.

2 Equilibrio térmico y temperatura

6. **Consulta** en Internet los motivos históricos por los que el principio de equilibrio térmico se «enumeró» como principio cero de la termodinámica.
7. Oimiakon, en Rusia, es la población habitada más fría. En 1933 se alcanzó una temperatura de $-67{,}7$ °C. Pasa este valor a las escalas Kelvin y Fahrenheit.
8. El principio cero de la termodinámica equivale a decir que el equilibrio térmico entre dos cuerpos cumple la propiedad transitiva. **Busca** ejemplos de hechos, no relacionados con la temperatura, en los que se cumpla la propiedad transitiva y de otros en que no se cumpla.
9. **Relaciona** cada tipo de termómetro con la propiedad termométrica en la que se basa:
   - Termómetros: de alcohol, pirómetro, termorresistor de gas a volumen constante.
   - Propiedades termométricas: resistencia eléctrica, longitud de una columna de líquido, energía radiada, presión.
10. Hasta hace pocos años, para la medida de la temperatura corporal se utilizaban termómetros clínicos de mercurio, pero se sustituyeron por los actuales termómetros digitales. ¿Por qué? **Busca** información sobre ambos tipos de termómetros y redacta un breve informe.
11. **Experiencia.** En el laboratorio del instituto construimos un termómetro. Para ello, tomamos un tubo de vidrio que contiene una columna de alcohol líquido. Medimos la longitud de la columna de alcohol a temperatura ambiente, a la que asignamos $T = 20$ °C, y obtenemos $L = 8$ cm. A continuación, sumergimos nuestro termómetro en una mezcla de agua y hielo, a la que asignamos $T = 0$ °C, y vemos que la longitud es $L = 5$ cm. ¿Cuánto valen los parámetros a y b de nuestra escala de temperatura particular? ¿A qué temperatura la longitud de la columna de alcohol de nuestro termómetro es de 10 cm?
12. En un laboratorio de investigación se utiliza un termómetro de gas a volumen constante, en el que la presión en el punto triple del agua es de 200 mmHg.
    - **Halla** la temperatura del laboratorio cuando el manómetro del termómetro indica una lectura de 220 mmHg.

3 Energía transferida mediante calor

13. ¿Qué es el calor? ¿En qué se diferencia de la temperatura?
14. ¿Cuál es el calor necesario para elevar de 29 °C a 30 °C el agua de una piscina que mide 25 m de largo por 10 de ancho y tiene una profundidad uniforme de 1,8 m? **Toma** como calor específico el del agua pura.
15. Se construye un tramo de vía de tren con rieles que miden 14,0 m de largo y con un coeficiente de dilatación lineal: $l = 11 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$. **Halla** la separación en milímetros que hay que dejar entre riel y riel para que, cuando la temperatura experimente una subida de 40 °C, la vía no se deforme.
16. **Explica** la diferencia entre paredes adiabáticas y paredes diatérmanas.
17. **Comenta** la siguiente frase que dice un vecino a otro en un edificio con calefacción central: «Aquí arriba la temperatura es mayor porque, como es sabido, el calor sube». a. ¿Es eso cierto? b. ¿A qué se refiere?
18. Si se nos derrama en la mano una taza de agua hirviendo, nos quemamos. Sin embargo, si nos alcanza la chispa de una bengala a una temperatura mucho mayor que 100 °C, el efecto es bastante menor. ¿Cómo es posible?
19. ¿Por qué las variaciones de temperatura son menos bruscas en regiones cercanas a grandes masas de agua?

20. **Repite** la experiencia que se muestra en este video: http://goo.gl/BGkXll

- Sabiendo que este comportamiento de la temperatura de ebullición del agua frente a la presión es común a todos los líquidos, **di** cómo varía la temperatura de ebullición de un líquido al aumentar la presión.

- **Utiliza** este hecho para explicar el funcionamiento de las ollas de presión.

21. Un chico prepara un postre y necesita saber la temperatura de $0{,}250\ l$ de agua que ha calentado. Toma un termómetro de $0{,}060\ kg$ que marca $18{,}0\ °C$. Al introducirlo en el agua, el termómetro le resbala y queda totalmente sumergido. Al sacarlo, el termómetro marca $47{,}4\ °C$. **Halla** la temperatura del agua antes de introducir el termómetro, si este es exacto y su calor específico es: $c = 0{,}225\ cal \cdot g^{-1} \cdot °C^{-1}$. Supón que la lectura del termómetro corresponde a la temperatura final del agua.

22. Las tiras bimetálicas que componen los termostatos consisten en dos tiras de metales distintos unidas una sobre la otra. **Halla** hacia qué lado se curvará una tira bimetálica de latón y acero, y calcula el aumento relativo de longitud de una tira con respecto a la otra.

    Datos: $\lambda_{latón} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$; $\lambda_{acero} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$

23. En una etapa de un proceso industrial, $300\ g$ de aire son calentados a presión constante desde $20\ °C$ hasta $300\ °C$. **Consulta** la Tabla 1 y **calcula**: a. el calor transferido al aire en este proceso; b. el calor necesario si el aire se calentara a volumen constante.

24. Una olla contiene $3{,}0\ l$ de agua a $20\ °C$. **Calcula**:

    a. El calor necesario para aumentar la temperatura del agua hasta $100\ °C$.

    b. El calor necesario para evaporar la mitad del agua a $100\ °C$ ($L_{vaporiz} = 2\ 257\ kJ \cdot kg^{-1}$).

25. Para enfriar un vaso con $200\ g$ de leche que está a $20\ °C$, una chica introduce un cubito de hielo de $20\ g$ que saca del congelador a $-10\ °C$. **Halla** la temperatura final de la leche con el cubito diluido en ella.

    Datos: $c_{leche} = 3{,}8\ kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$; $L_{hielo} = 334\ kJ \cdot kg^{-1}$; $c_{hielo} = 2{,}1\ kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

4 Energía transferida mediante trabajo

26. ¿Qué se entiende por trabajo en termodinámica?

27. ¿Cuál es la diferencia entre un proceso de expansión y uno de compresión?

28. En un mecanismo neumático se comprime $1{,}2\ l$ de gas a una presión de $3{,}1\ atm$. **Halla** el volumen final del gas si se ha efectuado sobre él un trabajo de $150\ J$.

29. **Calcula** el trabajo total realizado por el sistema en el proceso $ABCA$ del ejemplo 5 de la página 120.

30. **Lleva** a cabo esta pequeña experiencia:

    - **Hincha** un globo y sujétalo unos minutos. Al principio, el globo tiene la temperatura del aire de tu cuerpo, pero al cabo de cierto tiempo ya no está caliente. ¿Por qué?

    - A continuación, deja escapar el aire del globo manteniéndolo sujeto. Notarás que el extremo del globo completamente desinflado está frío. **Explica** el motivo.

31. Para avivar el fuego de una chimenea, comprimimos el aire de un fuelle aplicando una presión total de $1{,}5 \cdot 10^{5}\ Pa$. **Calcula** el trabajo efectuado sobre el aire del fuelle al pasar de un volumen de aire de $200\ cm^3$ a un volumen de $75\ cm^3$.

32. **Representa**, en un diagrama p - V, las gráficas de un proceso isobárico y de un proceso isocórico.

33. **Dibuja** la gráfica correspondiente a un proceso isotérmico para un gas ideal en un diagrama p - V.

34. Un sistema termodinámico experimenta un proceso cuasiestático desde un volumen inicial de $12\ l$ a un volumen final de $3\ l$. En el proceso, los valores de volumen y la presión vienen dados por: $V = 18 - 3\ p$ (la presión está en atmósferas y el volumen, en litros).

    a. **Representa** el proceso en un diagrama p - V.

    b. **Halla** el trabajo realizado por el sistema.

35. En un ensayo de un laboratorio técnico, se utiliza un recipiente cilíndrico con gas en su interior. Las paredes del cilindro están aisladas térmicamente y en la cara superior hay un pistón móvil de $40{,}5\ \mathrm{cm}^2$. Sobre el pistón se apoyan dos bloques de $7{,}5\ \mathrm{kg}$, y el pistón está en equilibrio a $85{,}0\ \mathrm{cm}$ de la base del recipiente. **Halla**:

a. la presión del gas en la situación inicial. b. el desplazamiento del pistón cuando se retira uno de los dos bloques si se sabe que la temperatura final del gas es 9/10 de su valor inicial. c. la variación de energía potencial gravitatoria del bloque que sigue sobre el pistón. ¿En qué se ha transformado esta energía?

Dato: $p_{atm} = 1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$

5 Conservación de la energía

36. ¿Por qué si tenemos frío nos frotamos las manos para calentarnos?

37. En una etapa de un mecanismo industrial, se suministran $120\ \mathrm{kJ}$ mediante calor a un gas. Si durante el proceso la energía interna del gas aumenta en $210\ \mathrm{kJ}$, ¿cuál es el trabajo externo efectuado sobre el gas?

38 **Consulta** en un libro o en Internet cómo se definía la caloría en la época de Joule. A continuación, **accede** a: http://goo.gl/yEk7ul, y lleva a cabo virtualmente el experimento de Joule. **Responde** las cuestiones de las pestañas A1 a A3 de la simulación virtual.

39. **Repite** de forma virtual el experimento de Joule en: http://links.edebe.com/cmr8y. **Realiza** el experimento para distintos valores de la masa que se deja caer y de la masa de agua. **Introduce** los datos en una hoja de cálculo y **calcula** el equivalente mecánico del calor.

40. Una excursionista sostiene un termo que contiene un refresco. Si agita el termo durante bastante tiempo, ¿aumenta o disminuye la temperatura del refresco?

–Si el termo está aislado térmicamente, ¿qué transferencia energética causa la variación de temperatura?

41. Si un sistema se expande adiabáticamente, ¿aumentará o disminuirá su energía interna?

42. **Busca** en www.rae.es el significado de *frigoría*. **Consulta** en Internet la relación entre *frigoría* y la *unidad Btu* de algunos aparatos de aire acondicionado.

43. ¿Qué es una *máquina térmica*? **Pon** ejemplos y **di** si se utilizan para generar trabajo o calor.

–¿Cuánto vale la variación de energía interna en cada ciclo de una máquina térmica?

44. Con un taladro de $4{,}5\ \mathrm{kW}$ se agujerea una pieza de cobre de $3{,}5\ \mathrm{kg}$ durante medio minuto. **Halla** el trabajo hecho sobre la pieza y su aumento de temperatura (**Consulta** la tabla 1).

45. **Halla** el calor que proporciona una bomba de calor que recibe $3{,}2\ \mathrm{kJ}$ de la red eléctrica y absorbe $16{,}0\ \mathrm{kJ}$ del exterior. ¿Cuál es su coeficiente de rendimiento?

–¿Cuál es la máxima cantidad de calor que se puede obtener con una estufa eléctrica que reciba $3{,}2\ \mathrm{kJ}$ de la red eléctrica? ¿Qué puedes concluir del uso de la bomba de calor como sistema de calefacción?

46. En un proceso de expansión, la temperatura de $0{,}260$ moles de un gas aumenta en $12{,}5\ \mathrm{K}$. Durante el proceso, el gas recibe una cantidad de calor del exterior, cuyo valor es el triple del trabajo realizado por el gas. **Calcula** el incremento de energía interna del gas, el calor intercambiado y el trabajo realizado sobre el gas. **Considera** que es un gas ideal con $c_v = 2{,}97\ \mathrm{cal \cdot mol \cdot K^{-1}}$.

6 Espontaneidad y procesos termodinámicos

47. **Explica** con tus palabras qué es un *proceso espontáneo* y **cita** ejemplos de procesos espontáneos.

48. **Indica** cuál de estos fenómenos son posibles y si son irreversibles: a. al frotarnos las manos, se enfrían; b. por accidente, se vierte petróleo al mar; c. disolvemos sal en agua y obtenemos NaOH y HCl; d. se deja un columpio oscilando y luego se para; e. en verano, una parte del agua de un lago empieza a hervir; f. un cuerpo aumenta de temperatura al ponerlo en contacto con una sucesión de focos térmicos, cada uno a una temperatura infinitesimalmente superior al anterior.

49. Si un sistema experimenta un proceso espontáneo desde un estado inicial a un estado final, ¿puede ser llevado de nuevo al estado inicial?

SENTIDO CRÍTICO

¿Hace falta ahorrar energía?

Con el principio de conservación de la energía y el segundo principio de la termodinámica, se puede establecer la viabilidad de los procesos y el sentido natural en que se producen. Son viables aquellos procesos que conservan la energía del universo y, de ellos, se producen de manera natural aquellos en los que la entropía del universo aumenta estrictamente. Es decir, por un lado, la variación de la energía del universo es nula: $\Delta E total = 0$; y, por otro lado, $\Delta S > 0$.

El cambio de entropía del universo en cualquier proceso natural es proporcional a la energía que se disipa mediante calor (aquella que se pierde irremediablemente para hacer trabajo mecánico). Así, en cualquier proceso siempre se pierde capacidad de hacer trabajo, no energía: la energía siempre se conserva. En cualquier proceso, pues, se pierde calidad de energía. Esta calidad se mide a través de la magnitud entropía: cuanto menor es la entropía, mayor es la calidad de la energía. Y cuanto mayor es la entropía, menor es la calidad de la energía.

http://goo.gl/x9zo6S

Por lo tanto, no tiene sentido la tan conocida expresión: «Hay que ahorrar energía».

La energía se conserva sola: no tenemos que hacer nada, la naturaleza se encarga de ello. Sin embargo, lo que sí tiene sentido es no malgastar energía de calidad, es decir, energía de baja entropía: la naturaleza también conserva esa energía, pero su calidad se degrada cuando la transformamos para obtener trabajo.

- ¿Qué conclusión puede extraerse del texto respecto a la necesidad de ahorrar energía?
- En grupo, investiguen cómo pueden tener lugar procesos no espontáneos como, por ejemplo, la fabricación de un auto. También de la importancia de los trabajos de mantenimiento y reparación de los edificios y de las infraestructuras, y su relación con el segundo principio de la termodinámica.
- Preparen una presentación para explicar estos conceptos al resto de los grupos.

NEWS

Cómo afrontar el reto de la energía solar

El CIC EnergiGUNE es el nuevo centro de investigación de energíacon sede en el País Vasco (http://www.cicenergigune.com/es/). Una de sus principales áreas de investigación es la de almacenamiento de energía térmica, en la que destaca el grupo de trabajo en almacenamiento mediante calor latente.

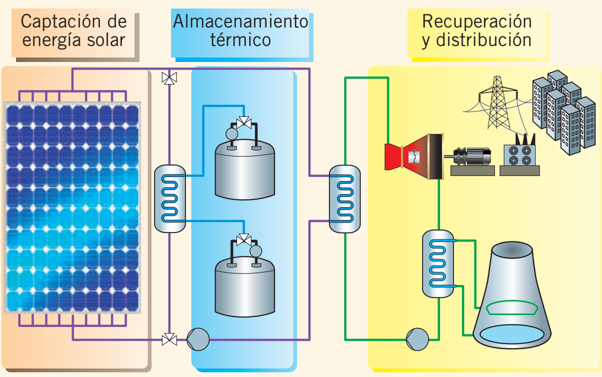
El calor latente es la energía requerida por una cantidad de sustancia para cambiar de fase, de sólido a líquido (calor de fusión) o de líquido a gaseoso (calor de vaporización), o bien para cambiar de un tipo de estructura cristalográfica a otro.

Esta energía mediante el calor se invierte para el cambio de fase y no para un aumento de la temperatura.

La insolación anual de la zona es muy baja como para poder aprovechar directamente la energía solar. Sin embargo, se puede contribuir a su utilización, desarrollando nuevos materiales que acumulen energía solar en lugares donde la insolación es baja pero suficiente.

El grupo de investigación del CIC EnergiGUNE se centra en el desarrollo de nuevos materiales que presenten cambios de fase a temperaturas medias y altas, con gran capacidad de almacenamiento por calor latente y con propiedades físicoquímicas adecuadas.

Sistema de almacenamiento en una planta solar de energía



Resumen 4

Termodinámica

Las variables termodinámicas son macroscópicas

Se relacionan con las microscópicas a través de la

Teoría cinéticomolecular de la materia

es

El estudio de los intercambios de energía entre los cuerpos

Se relacionan entre sí por ecuaciones de estado.
En un gas ideal: $p\,V = n\,R\,T$

Según la cual

La materia está compuesta por partículas en constante agitación.

Se basa en una serie de principios

La suma de la energía cinética y potencial de las partículas de un sistema es la

Energía interna (U)

Permite definir la

Principio cero
Dos sistemas en equilibrio térmico con un tercer sistema están en equilibrio térmico entre sí.

Temperatura

Proceso isotérmico: $\Delta T = 0$

U es distinta de la energía mecánica macroscópica del sistema, Em. El principio de conservación de la energía cuando Em no varía es el

Primer principio de la termodinámica
$\Delta U = Q + W$

Es imposible la conversión total y continua del calor en trabajo.

Segundo principio de la termodinámica
En un proceso espontáneo, la entropía del sistema y del medio siempre aumenta:
$\Delta S\ \text{universo} > 0$

La medida del desorden de un sistema es la **ENTROPÍA (S).**

En el caso de las máquinas térmicas:

$$|Q_a| = |W| + |Q_b|$$

Rendimiento: $\eta = \dfrac{|W|}{|Q_a|}$

En modo inverso, el coeficiente de rendimiento es:

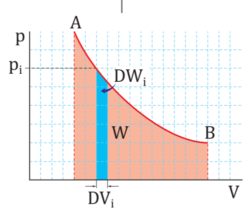
$$\frac{|Q_a|}{|W|} \quad \text{o} \quad \frac{|Q_b|}{|W|}$$

La energía puede intercambiarse mediante

CALOR (Q)

- **Criterio de signos**
  $Q > 0$ si el sistema absorbe energía térmica.
  $Q < 0$ si disipa energía térmica.
  Proceso adiabático: $Q = 0$
- **Calor asociado a una variación de temperatura**
  $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$
  c: calor específico
- **Calor asociado a un cambio de estado**
  $Q = m \cdot L$
  L: calor de cambio de estado o calor latente
- **Dilatación lineal**
  $l = l_0\,(1 + \lambda \cdot \Delta t)$
  λ: coeficiente de dilatación lineal

TRABAJO (W)



El valor absoluto del trabajo de compresión-expansión **realizado por un sistema** es el área entre el eje de abscisas y la línea que representa el proceso en un diagrama p - V.
Proceso isobárico: $|W| = p \cdot |\Delta V|$
Proceso isocórico: $W = 0$

En el caso de gases ideales:
$\Delta U = n \cdot M \cdot c_V \cdot \Delta T$

Para finalizar

1. **Explica** los siguientes hechos a partir de la teoría cinético-molecular de la materia:
   - El coeficiente de dilatación cúbica de los líquidos es dos órdenes de magnitud mayor que el de los sólidos.
   - En una sustancia dada, el calor de vaporización es mayor que el calor de fusión.

2. **Relaciona** cada principio de la termodinámica estudiado (principio cero, primer principio y segundo principio) con su magnitud termodinámica asociada: energía interna, temperatura y entropía.

3. Razona si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:
   - La energía interna de un cuerpo en el que todas sus partículas estuvieran en reposo sería nula.
   - Cuando el agua se congela, cede energía térmica a su entorno, y para fundirse, el hielo absorbe energía de su entorno mediante calor.
   - La energía disipada mediante calor en un proceso solo depende de los estados inicial y final del sistema.

4. **Clasifica** estas magnitudes en intensivas o extensivas: masa, energía interna, temperatura, entropía, volumen, presión y densidad.

5. Si nos sumergimos en una piscina en la que el agua está a 20 °C, notamos bastante frío. Sin embargo, si estamos en la calle con el aire a esta misma temperatura, la sensación es muy agradable. ¿A qué se debe esta diferencia?

6. **Indica** si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Razona tu respuesta.

   a. La energía cinética de un cuerpo nunca puede ser negativa.

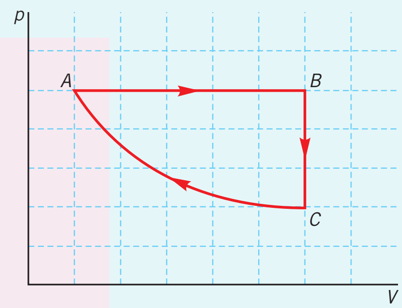
   b. La energía potencial gravitatoria de un cuerpo siempre es positiva.

   c. La energía interna de un cuerpo es la suma de las energías cinética y potencial de las partículas que lo componen.

   d. una fuerza no conservativa siempre efectúa un trabajo negativo y provoca la disminución de la energía mecánica del cuerpo sobre el que actúa.

   e. según el principio de conservación de la energía, la energía mecánica de un cuerpo se mantiene constante.

7. En el proceso cíclico representado en este diagrama p-V, el área encerrada en la figura representa una energía de 900 J.



   a. **Indica** qué tipo de procesos son el AB y el BC.

   b. **Calcula** la variación de energía interna, el calor y el trabajo realizado sobre el sistema en el ciclo ABCA.

   c. ¿Se modificaría el resultado del apartado b si el ciclo se recorriera en sentido contrario?

8. Quieres producir vapor a partir de 2 l de agua a temperatura ambiente (20 °C). Si calientas el agua en una olla sobre una placa eléctrica, ¿cuántos dólares te costará? **Considera** que la olla tiene una eficiencia de transmisión del calor del 80 %.

   Datos: Precio del kW-h = $ 0,16;

   $c_{agua} = 4\,180\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$; $L_{vaporiz} = 2\,257\ kJ \cdot kg^{-1}$

9 **Indica** cuál de estos pares de situaciones es anterior en el tiempo. Relaciona los fenómenos que las conectan con la variación de entropía del universo.

a. un fajo de leña en un hogar con chimenea / el mismo fajo de leña reducido a cenizas.
b. un vaso de cristal hecho añicos en el suelo / el mismo vaso en el borde de una repisa.
c. un trozo de pan con moho / el mismo trozo de pan recién horneado.
d. una presa que retiene agua / la misma presa con parte del agua que ha salido por un agujero.

10 **Calcula** el cambio de entropía de los focos térmicos del aire acondicionado del problema resuelto D, si la habitación está a 24 °C y el exterior a 37 °C.

11 **Halla** la variación de entropía en una máquina que absorbe calor de un foco térmico a $280\ \text{K}$ y cede $1\ 200\ \text{J}$ a un foco a $295\ \text{K}$, si recibe un trabajo externo de $800\ \text{J}$.

12 ¿Por qué en una máquina térmica que transforma calor en trabajo el rendimiento siempre es menor que 1?

13 En los vehículos, se debe comprobar la presión de los neumáticos cuando están fríos o, equivalentemente, cuando se ha recorrido menos de $4\ \text{km}$. ¿Por qué?

–**Justifica** el hecho de que se pueden almacenar gases y vapores en recipientes o dentro de neumáticos y que su presión sea superior a la presión exterior (presión atmosférica).

– **Explica** por qué si se mide la presión de los neumáticos en caliente, hay que inflarlos a una presión $0{,}3\ \text{bar}$ mayor que la recomendada por el fabricante.

14 Busquen información en Internet sobre Rumford, Joule, Mayer, Helmholtz, Colding y Carnot y su contribución para descartar la teoría del calórico y establecer el primer principio de la termodinámica. La mayoría de ellos no eran físicos ni químicos, sino que se dedicaban a otras áreas. ¿A cuáles?

– Debatan sobre la relación de la física y la química con otras áreas de conocimiento y con la tecnología.

15 ¿Por qué se dice que el trabajo es la transmisión de energía de forma ordenada, mientras que el calor es la transmisión de energía de forma desordenada?

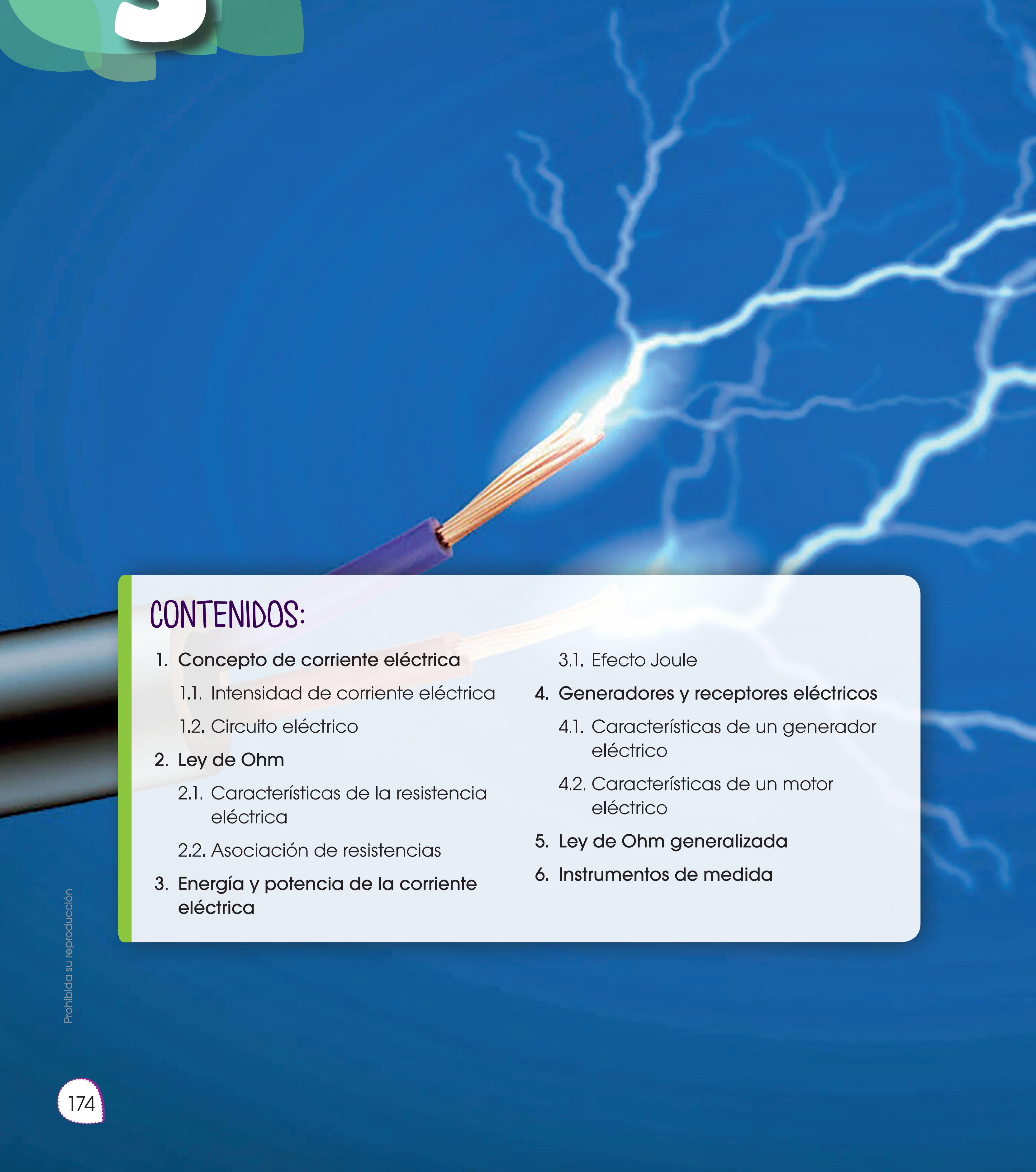
AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal
  - ¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?
  - ¿He cumplido mis tareas?
  - ¿Qué aprendí en esta unidad?
- Trabajo en equipo
  - ¿He compartido con mis compañeros y compañeras?
  - ¿He respetado las opiniones de los demás?

- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

5 Corriente eléctrica



CONTENIDOS:

http://goo.gl/aJkOV4

Noticias

El Universo Mecánico. ARAIT Multimedia. Esta serie de videos muestran de forma excelente los aspectos más importantes de la física, combinando imágenes, desarrollos matemáticos y contextos históricos. Para este tema, pueden consultar: http://goo.gl/Dh4FmQ

EN CONTEXTO

Responder las siguientes preguntas:

- Haga un resumen donde se evidencie la labor de los grandes hombres de ciencia que contribuyeron al desarrollo de la electricidad.
- ¿De qué factores depende la resistencia de un conductor?
- ¿En qué principio se fundamenta el funcionamiento de una bombilla eléctrica?

1. CONCEPTO DE CORRIENTE ELÉCTRICA

Y TAMBIÉN: ¿?

Materiales conductores de la electricidad: permiten a las cargas eléctricas desplazarse fácilmente por su interior. Ejemplos: cobre, plata y otros metales.

Materiales aislantes, aisladores o dieléctricos: ofrecen gran dificultad al desplazamiento de las cargas eléctricas por su interior. Ejemplos: ámbar, vidrio, papel, etc.

La figura muestra dos placas metálicas a diferente potencial eléctrico. Al unirlas mediante un conductor, se produce un desplazamiento de carga eléctrica desde la placa a mayor potencial hasta la placa a menor potencial.

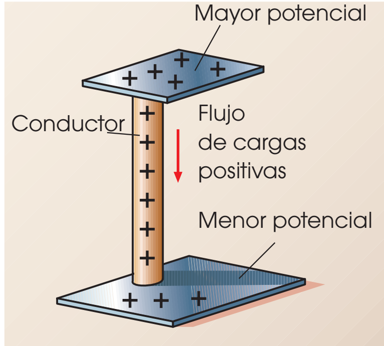


Fig. 1.

El desplazamiento de un conjunto de cargas, o flujo de cargas, entre dos puntos se denomina **corriente eléctrica**.

1.1. Intensidad de corriente eléctrica

La figura muestra el desplazamiento de los electrones por el interior de un conductor.

La cantidad de electrones que atraviesan la sección S en un tiempo t determinado nos da idea de la intensidad de corriente.

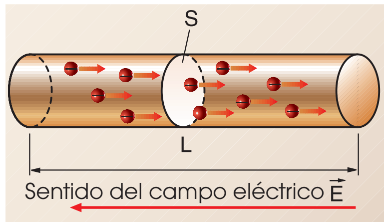


Fig. 2.

Y TAMBIÉN: ¿?

Corriente continua: las cargas eléctricas se desplazan siempre en el mismo sentido. Por ejemplo, la que suministran las pilas y la dinamo de las bicicletas.

Corriente alterna: el sentido del desplazamiento de las cargas varía en el tiempo. Por ejemplo, la que suministra la red eléctrica que llega a nuestras casas.

Llamamos intensidad de corriente eléctrica a la cantidad de carga que atraviesa una sección de un conductor por unidad de tiempo.

$$I = \frac{Q}{t}$$

I = intensidad de corriente
Q = carga eléctrica
t = tiempo

La intensidad de corriente eléctrica es una magnitud básica del SI. Su unidad en este sistema es el amperio (A).

La relación anterior se utiliza para definir la unidad de carga, el culombio (C), como la cantidad de carga eléctrica que atraviesa en un segundo una sección de un conductor por el que circula una intensidad de corriente de un amperio: $1\ C = 1\ A \cdot 1\ s$

Ejemplo 1

Calcula el número de electrones que pasan por un conductor en $1\ s$ si la intensidad de corriente es $0{,}6\ A$. (Carga del electrón, $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$)

DATOS: $t = 1\ s$; $I = 0{,}6\ A$; $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

Expresamos la carga Q que pasa en un segundo por una sección del conductor en función de intensidad de corriente:

$$I = \frac{Q}{t} \qquad Q = It$$

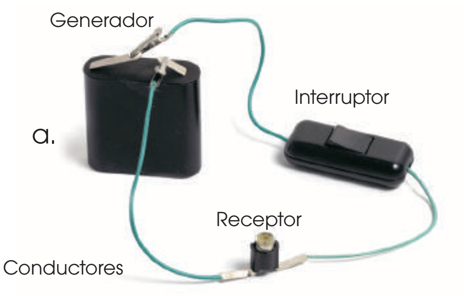
La carga Q es igual al número de electrones N multiplicado por la carga de un electrón: $Q = N\,e$. De aquí obtenemos:

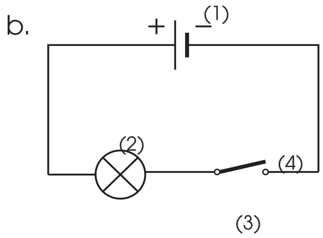
$$N = \frac{Q}{e} = \frac{It}{e} = \frac{0{,}6\ A \cdot 1\ s}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C} = 3{,}75 \cdot 10^{18}$$

Cada segundo pasan por el conductor $3{,}75 \cdot 10^{18}$ electrones.

1.2. Circuito eléctrico

La figura a muestra un ejemplo de circuito eléctrico formado por diversos elementos interconectados. A su lado, en la figura b, aparece el esquema del mismo circuito.





Generador (1): elemento capaz de transformar alguna forma de energía en energía eléctrica.

Receptor (2): elemento que transforma la energía eléctrica en otras formas de energía.

Interruptor (3): elemento que abre o cierra el circuito, de modo que impide o permite el paso de la corriente eléctrica.

Conductores (4): cables que unen los distintos elementos del circuito y permiten la circulación de la corriente.

Las cargas eléctricas que proceden del generador vuelven a este después de aprovechar su energía en los receptores. Las dos formas más comunes de conectar elementos en un circuito son en serie y en paralelo.

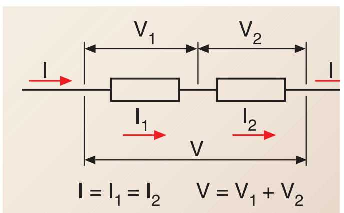
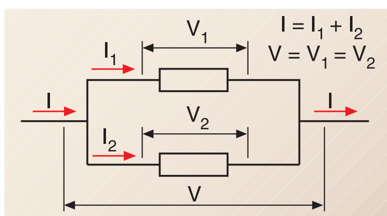
Conexión en serie	Conexión en paralelo
Cuando dos elementos del circuito se conectan en serie, la intensidad de corriente es igual para ambos. La diferencia de potencial aplicada se reparte entre estos elementos.  	Cuando dos elementos del circuito se conectan en paralelo, la intensidad de corriente se reparte entre ellos. La diferencia de potencial es la misma en ambos. 

Tabla 1.

Actividades

1. **Calcula** la intensidad de una corriente eléctrica sabiendo que se han empleado 4 min para transportar 480 C.

2. Por un conductor circula una corriente de 1 mA. Teniendo en cuenta que un culombio equivale a $6{,}25 \times 10^{18}$ electrones, calcula cuántos electrones pasan en un segundo por una sección del conductor.

TEN EN CUENTA QUE:

Sentido de la corriente eléctrica

Sentido real: se basa en que circulan cargas negativas por el interior del conductor.
Estas cargas circulan desde el polo negativo del generador al positivo a través de los conductores. Y desde el polo positivo se desplazan al negativo por el interior del generador.

Sentido convencional: considera que circulan cargas positivas por el interior del conductor.
Estas cargas circulan desde el polo positivo del generador al negativo a través de los conductores. Y desde el polo negativo se desplazan al positivo por el interior del generador.

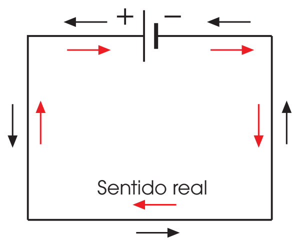


Fig. 3.

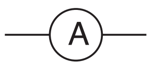
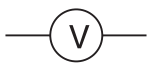
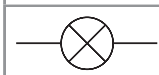
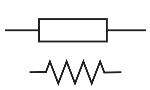
Simbolos eléctricos	
	Conductor eléctrico
	Pila (generador de corriente continua)
	Amperímetro
	voltímetro
	Interruptor (circuito abierto)
	Interruptor (circuito cerrado)
	Receptor (bombilla)
	Resistencia

Tabla 2.

Y TAMBIÉN: ¿?

Conductor óhmico o lineal: conductor que cumple la ley de Ohm.
Ejemplo: los metales o el carbono.
Conductor no óhmico: conductor que no cumple la ley de Ohm.
Ejemplo: las disoluciones electrolíticas.

Y TAMBIÉN: ¿?

Amperímetro: instrumento que mide la intensidad de corriente.
Voltímetro: instrumento que mide la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito.
Polímetro: instrumento que mide distintas magnitudes eléctricas, como intensidades, diferencias de potencial o resistencias.

http://goo.gl/3qQew0

2. LEY DE OHM

El físico alemán G. S. Ohm (1787-1854) midió la intensidad de corriente, I, que circulaba por un conductor metálico al aplicar diversos valores de diferencia de potencial, $V = V_a - V_b$, entre sus extremos.

Los resultados de su experiencia le permitieron comprobar que el cociente entre ambas magnitudes se mantenía constante para un mismo conductor.

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_3}{I_3} = ... =$$

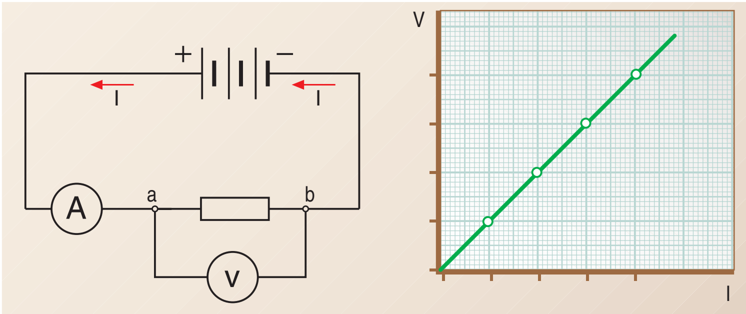


Fig. 4.

La generalización de estos resultados constituye la ley de Ohm y se enuncia así:

El cociente entre la diferencia de potencial aplicada a los extremos de un conductor y la intensidad de corriente que circula por él es una constante denominada resistencia eléctrica del conductor.

$$R = \frac{V}{I}$$

V = diferencia de potencial
R = resistencia eléctrica
I = intensidad

La unidad de resistencia eléctrica en el SI se denomina ohmio (Ω).

$$1 \text{ ohmio } (\Omega) = \frac{1 \text{ voltio } (V)}{1 \text{ amperio } (A)}$$

Observa que la ley de Ohm también se puede expresar de esta forma:

$$\boxed{V = R \cdot I}$$

Ejemplo 2

Calcula la resistencia de un conductor por el que circula una corriente de 2 A cuando entre sus extremos se aplica una diferencia de potencial de 12 V.

- ¿Cuál sería el valor de la intensidad para una diferencia de potencial de 15 V?

— **DATOS**: $I = 2$ A; $V = 12$ V

— Aplicamos la ley de Ohm para hallar la resistencia:

$$R = \frac{V}{I} \; ; R = \frac{12V}{2A} \; ; = 6\ \Omega$$

— Aplicamos de nuevo la ley de Ohm para hallar la intensidad a 15 V:

$$R = \frac{V}{I} \; ; I = \frac{V}{R} \; ; I = \frac{15V}{6\Omega} \; ; = 2{,}5 \text{ A}$$

2.1. Características de la resistencia eléctrica

La resistencia eléctrica representa la oposición de un conductor al paso de la corriente eléctrica y es debida a la dificultad que ofrecen los átomos del conductor a la circulación de los electrones.

Experimentalmente se ha comprobado que la resistencia eléctrica de un conductor:

- Aumenta con la **longitud** del conductor.
- Disminuye con la **sección** transversal del conductor.
- Depende del material de que está formado el conductor.

Para tener en cuenta, de modo cuantitativo, la clase de material del que se compone el conductor, se introduce el concepto de resistividad.

> La resistividad, ρ, es la resistencia eléctrica de un conductor que tiene la unidad de sección y la unidad de longitud.

La unidad de resistividad en el SI es el ohmio metro $(\Omega \cdot m)$.

La resistividad de un conductor depende de su naturaleza y de su temperatura (tabla 1). Un material es tanto mejor conductor cuanto menor es su resistividad.

La relación matemática entre los factores que determinan la resistencia eléctrica se expresa así:

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{S}}$$

R = resistencia
ρ = resistividad del conductor
L = longitud del conductor
S = sección del conductor

Ejemplo 3

Disponemos de hilo de aluminio y de hilo de constantán, ambos con una sección transversal de $0,5$ mm de radio. Calcula las longitudes de hilo necesarias para lograr en ambos casos una resistencia de 10 W.

DATOS:

$r = 0,5 \text{ mm} \cdot 10^{-4} \text{ m}$ $\qquad \rho_{\text{Aluminio}} = 2,82 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$

$R = 10\ \Omega$ $\qquad \rho_{\text{Constantán}} = 4,9 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot m$

- Calculamos la superficie de la sección transversal de los conductores:

$$S = \pi r^2 = 3,14\ (5 \cdot 10^{-4} m)^2 = 7,85 \cdot 10^{-7} m^2$$

- La resistencia de un conductor es:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

Despejamos la longitud L y calculamos su valor para cada conductor:

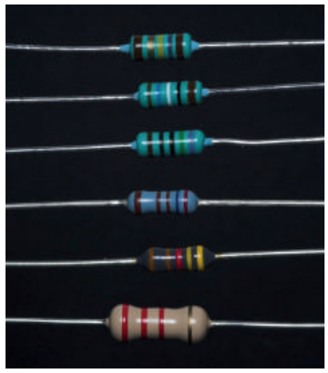
$$L_{\text{aluminio}} = \frac{RS}{\rho_{\text{aluminio}}}; L_{\text{aluminio}} = \frac{10\Omega \cdot 7,85 \cdot 10^{-7}\ m^2}{2,82 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m} = 278,4 \text{ m}$$

$$L_{\text{constantán}} = \frac{RS}{\rho_{\text{constantán}}}; L_{\text{constantán}} = \frac{10\Omega \cdot 7,85 \cdot 10^{-7}\ m^2}{4,9 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot m} = 16 \text{ m}$$

Necesitamos $278,4$ m de hilo de aluminio o $16,0$ m de hilo de constantán.

Resistividad a 20 °C	
Material	$\rho(\Omega \cdot m)$
Plata	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1,72 \cdot 10^{-8}$
Aluminio	$2,82 \cdot 10^{-8}$
Manganina (84 % Cu, 12 % Mn, 4 % Ni)	$4,4 \cdot 10^{-7}$
Constantán (60% Cu, 40% Ni)	$4,9 \cdot 10^{-7}$
Madera	10^{8} - 10^{14}
Vidrio	10^{10} - 10^{14}

Tabla 3.



Resistencias o resistores.

Y TAMBIÉN:

Resistividad eléctrica y temperatura

En los conductores metálicos la resistividad aumenta con la temperatura, de acuerdo con la expresión:

$$\rho = \rho_0\ (1 + \alpha\ \Delta t)$$

Δt = incremento de temperatura respecto a 0 °C

ρ_0 = resistividad a 0 °C

α = coeficiente de valor aproximado

$$\frac{1}{273} K^{-1}$$

Esta variación se explica porque, al elevar la temperatura, los átomos del conductor vibran más enérgicamente y dificultan el paso de los electrones.

Existen otros materiales que, a temperaturas muy bajas, tienen una resistividad casi nula. Este interesante fenómeno, denominado superconductividad, fue descubierto en 1911 por el físico holandés H. Kamerlingh Onnes (1853-1926).

2.2. Asociación de resistencias

TIC

Si accedes al *applet* de la página http://goo.gl/uFMQ0N puedes calcular la resistencia equivalente a dos resistencias en serie.

Visita:

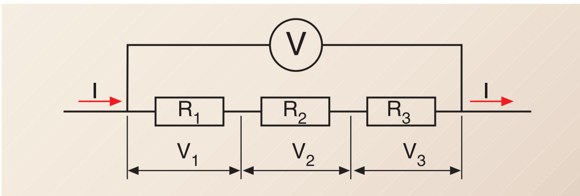
http://goo.gl/G4wwvk

En los circuitos eléctricos se utilizan conductores de muy baja resistividad, pero frecuentemente interesa aumentar la dificultad al paso de la corriente. Para ello, se intercalan en el circuito componentes que ofrecen una resistencia eléctrica determinada, llamados resistencias o resistores.

Puede ocurrir que necesitemos una resistencia de un valor determinado y no dispongamos de ella. En este caso, colocaremos una asociación de varias resistencias que sustituya a la deseada.

El conjunto de varias resistencias asociadas se comporta como una única resistencia llamada resistencia equivalente.

Asociación de resistencias en serie



En una asociación en serie, la intensidad es la misma en cada resistencia y la diferencia de potencial total es la suma de las diferencias de potencial en cada resistencia.

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = ...$$
$$V = V_1 + V_2 + V_3 + ... \quad (1)$$

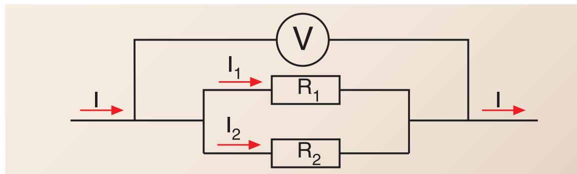
Para hallar el valor de la resistencia equivalente, aplicamos la ley de Ohm a la asociación y a cada resistencia, y sustituimos en la expresión (1).

$$V = R\,I;\ V_1 = R_1 I;\ V_2 = R_2\,I;\ ...$$
$$R\,I = R_1 I + R_2 I + R_3 I + ...$$
$$R\,I = (R_1 + R_2 + R_3 + ...)I$$

El valor de la resistencia equivalente se obtiene de:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + ...$$

Asociación de resistencias en paralelo



En una asociación en paralelo, la diferencia de potencial es la misma en cada resistencia y la intensidad total es la suma de las intensidades que pasan por cada resistencia.

$$I = I_1 + I_2 + ...(2)$$
$$V = V_1 = V_2 = ...$$

Para hallar el valor de la resistencia equivalente, aplicamos la ley de Ohm a la asociación y a cada resistencia, y sustituimos en la expresión (2).

$$V = RI;\ V = R_1 I_1;\ V = R_2 I_2;\ ...$$

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + ...;\ \frac{\cancel{V}}{R} = \cancel{V}\left(\frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + ...\right)$$

El valor de la resistencia equivalente se obtiene de:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ...$$

Tabla 4.

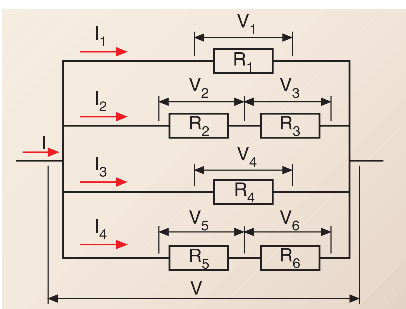
Asociación mixta

Una asociación mixta de resistencias es una combinación de agrupaciones en serie y en paralelo.

Para obtener el valor de la resistencia equivalente:

— Hallamos de manera independiente las resistencias equivalentes de las agrupaciones en serie y en paralelo.

— Calculamos la resistencia equivalente a la asociación final resultante, según sea en serie o en paralelo.



Por ejemplo, en el circuito de la izquierda tenemos:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$
$$V = V_1 = V_2 + V_3 = V_4 = V_5 + V_6$$

La resistencia total es la asociación en paralelo de cuatro resistencias:

$$R_1;\ R_2 + R_3;\ R_4;\ R_5 + R_6\ ...$$

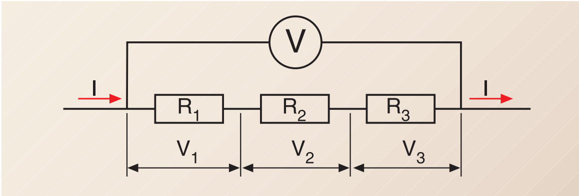
La resistencia equivalente se obtiene de:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5 + R_6}$$

Tabla 5.

Ejemplo 4

Calcula el valor de la resistencia equivalente para cada una de las asociaciones de la figura.



- **Asociación a**. Las resistencias están en serie. Por ello:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R = 50\ \Omega + 45\ \Omega + 120\ \Omega = 215\ \Omega$$

- **Asociación b**. Las resistencias están en paralelo. Por ello:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3\ k} + \frac{1}{7\ k} = \frac{10}{21\ k}$$

$$R = \frac{21\ k}{10} = 2{,}1\ k$$

- **Asociación c**. Es una asociación mixta. Hallamos la resistencia equivalente a R_1 y R_2, y la llamamos R_4.

$$R_4 = R_1 + R_2;\ R_4 = 3\ \Omega + 6\ \Omega = 9\ \Omega$$

Calculamos la resistencia equivalente a R_4 y R_3, que será la resistencia equivalente del circuito:

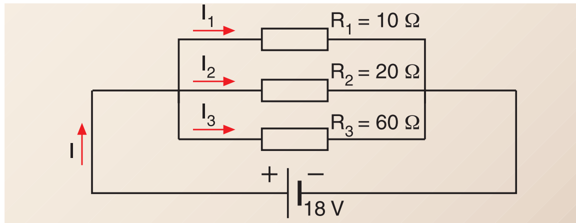
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{9\ \Omega} + \frac{1}{3\ \Omega} = \frac{1+3}{9}\ \Omega^{-1} = \frac{4}{9}\ \Omega^{-1}$$

$$R = 2{,}25\ \Omega$$

Las resistencias equivalentes son: en **a**, 215 Ω; en **b**, 2,1 kΩ; y en **c**, 2,25 Ω.

Ejemplo 5

Calcula, para el circuito de la figura: a. el valor de la resistencia equivalente; b. la intensidad de corriente en el circuito; c. la intensidad que circula por cada resistencia.



a. Hallamos la resistencia equivalente:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10\ \Omega} + \frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{60\ \Omega}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{10}{60\ \Omega};\ \frac{60\ \Omega}{10} = 6\ \Omega$$

b. Aplicamos la ley de Ohm para calcular I:

$$R = \frac{V}{I};\ I = \frac{V}{R};\ I = \frac{18\ V}{6\ \Omega} = 3A$$

c. Aplicamos la ley de Ohm para calcular la intensidad que circula por cada resistencia:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{18\ V}{10\ \Omega} = 1{,}8A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{18\ V}{20\ \Omega} = 0{,}9A$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{18\ V}{60\ \Omega} = 0{,}3A$$

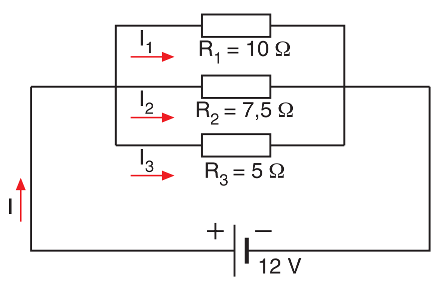
Actividades

3. **Calcula** la resistencia de un conductor si por él circula una corriente de 3 A y entre sus extremos hay una diferencia de potencial de 12 V.

4. La longitud de un hilo conductor es de 70 m y su sección transversal es de 3 mm². **Calcula** la resistencia del conductor:
   a. Si el hilo es de aluminio ($\rho = 2{,}82 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$).
   b. Si es de nicrom ($\rho = 1 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot m$).

5. Cuatro resistencias de 1 Ω, 3 Ω, 5 Ω y 7 Ω se conectan en serie con un generador que proporciona una tensión de 120 V. **Calcula**: a. la resistencia equivalente; b. la intensidad de corriente; c. la diferencia de potencial en los extremos de cada resistencia.

6. **Calcula** el valor de la resistencia equivalente y la intensidad que circula por cada resistencia del circuito de la figura.



3. ENERGÍA Y POTENCIA DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

Y TAMBIÉN: ¿?

Tensión: diferencia de potencial entre dos puntos.
Caída de tensión: disminución del potencial entre dos puntos del circuito: $V = R\,I$
Bornes: extremos de un elemento del circuito.

En todos los circuitos eléctricos hay una **energía eléctrica**, E, disponible. Su valor es igual al trabajo realizado, W, en el desplazamiento de las cargas eléctricas.

Ahora bien, ya sabemos que el trabajo necesario para trasladar una cantidad de carga Q desde un punto a hasta un punto b es:

$$\boxed{W = Q\,V}$$

W = trabajo eléctrico
Q = carga eléctrica
$V = V_a - V_b$ = diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

Por tanto, la energía disponible en el circuito es: $E = QV$

La unidad de trabajo eléctrico y de energía eléctrica en el SI es el julio (J).

Cuando relacionamos la energía que el generador proporciona a las cargas eléctricas con el tiempo empleado en ello, se obtiene una importante magnitud física: la potencia eléctrica.

La potencia eléctrica, P, es el trabajo eléctrico realizado por unidad de tiempo.

Y TAMBIÉN: ¿?

Kilovatio-hora: energía proporcionada durante una hora por un generador de potencia igual a 1000 W.
Su relación con el julio es:

$$\underbrace{1\ \text{kW}\cdot\text{h}}_{\text{energía}} = \underbrace{1\ \text{kW}}_{\text{potencia}} \cdot \underbrace{1\ \text{h}}_{\text{tiempo}}$$

$$1000\ \text{W}\cdot 3600\ \text{s} = 3{,}6\cdot 10^6\ \text{W}\cdot\text{s}$$

$$1\ \text{kW}\cdot\text{h} = 3{,}6\cdot 10^6\ \text{J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{QV}{t} = \frac{\cancel{I}\!\!\cancel{t}V}{\cancel{t}} = VI$$

$$\boxed{P = V\,I}$$

V = trabajo eléctrico
I = carga eléctrica

La unidad de potencia eléctrica del SI es el vatio (W).

$$1 \text{ vatio (W)} = \frac{1 \text{ julio (J)}}{1 \text{ segundo (s)}}$$

Ejemplo 6

Por una lámpara circula una intensidad de corriente de 0,5 A cuando se conecta a una diferencia de potencial de 220 V. Calcula:

a. La potencia eléctrica de la lámpara.

b. La energía consumida por la lámpara si ha estado encendida durante 3 h. Exprésala en julios y en kilovatios-hora.

DATOS: $I = 0{,}5$ A; $V = 220$ V; $t = 3$ h $= 10\,800$ s

a. la potencia eléctrica de la lámpara.

$$P = VI\,;\ P = 220\ \text{V}\cdot 0{,}5\ \text{A} = 110\ \text{W}$$

b. la energía consumida es igual a la potencia multiplicada por el tiempo:

$$E = Pt\,;\ E = 110\ \text{W}\cdot 10800\ \text{s} = 1{,}19\cdot 10^6\ \text{J}$$

$$1{,}19\cdot 10^6\,\cancel{\text{J}}\ \frac{1\ \text{kW}\cdot\text{h}}{3{,}6\cdot 10^6\,\cancel{\text{J}}} = 0{,}33\ \text{kW}\cdot\text{h}$$

La potencia eléctrica de la lámpara es 110 W y la energía consumida es $1{,}19\times 10^6$ J, o bien, 0,33 kW · h.

3.1. Efecto Joule

Todos los aparatos eléctricos se calientan después de funcionar un tiempo. Esto significa que tienen pérdidas de energía en forma de calor.

La pérdida o disipación de energía se produce porque los electrones, al chocar con los átomos del conductor, aumentan la agitación térmica de estos últimos a costa de su propia energía.

> El fenómeno por el cual en un conductor se transforma la energía eléctrica en calor se denomina efecto Joule.

Vamos a calcular el valor de esta energía disipada. Para ello consideramos un circuito con una resistencia R conectada entre dos puntos A y B de este.

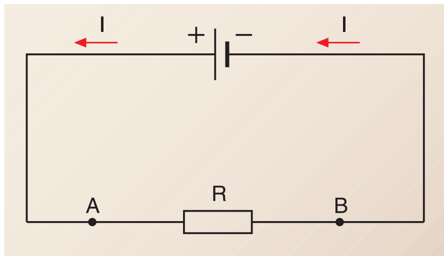


Fig. 5.

Si Q es la carga que circula por el circuito en un tiempo t y V es la diferencia de potencial entre los puntos A y B, la energía disipada en la resistencia R será:

$$E = QV = It\,V$$

Aplicamos la ley de Ohm, $V = RI$, y sustituimos V en esta expresión:

$$E = I\,tRI = RI^2\,t \qquad \boxed{E = RI^2 t}$$

Esta expresión recibe el nombre de ley de Joule y afirma que la cantidad de energía eléctrica transformada en calor en una resistencia R es proporcional al cuadrado de la intensidad, I^2, al tiempo, t, y a la propia R.

Para calcular la potencia disipada por efecto Joule en una resistencia R, dividimos la energía disipada por el tiempo transcurrido.

$$P = \frac{E}{t} = \frac{RI^2\cancel{t}}{\cancel{t}} = RI^2 \qquad \boxed{P = RI^2}$$

Ejemplo 7

Calcula la potencia disipada por una bombilla cuya resistencia es de $64\ \Omega$ si por ella circula una intensidad de $1{,}25$ A. ¿Cuánta energía disipa en 1 h?

— **DATOS**: $R = 64\ \Omega$; $I = 1{,}25$ A; $t = 1\ h = 3\,600$ s

— Calculamos la potencia disipada:

$$P = RI^2\ ;\ P = 64\Omega \cdot (1{,}25A)^2 = 100W$$

— Hallamos la energía disipada a partir de la potencia:

$$E = Pt = 100W \cdot 3\,600\ s = 3{,}6 \cdot 10^5\ J$$

Actividades

7. **Calcula** la potencia de una plancha eléctrica que consume $0{,}24\ kW \cdot h$ durante un cuarto de hora.
8. **Calcula** el valor de la tensión necesaria para que una corriente de 20 A tenga la potencia de $2{,}45$ kW.
9. Al conectar una bombilla a una tensión de 125 V, la intensidad de corriente es de $0{,}48$ A. **Calcula**: a. la cantidad de carga que pasa por la bombilla en 3 min; b. el trabajo necesario para trasladar dicha carga a través de la bombilla; c. la potencia de la bombilla.
10. Una bombilla tiene una resistencia de 40 W y se ha conectado durante 5 min a 220 V. **Calcula**:
    a. la intensidad de corriente.
    b. la energía disipada en la bombilla por efecto Joule.
11. Una bombilla de incandescencia lleva la siguiente inscripción: 60 W, 125 V. **Calcula**: a. su resistencia; b. la intensidad de corriente que circula por ella; c. la energía que consume en 2 h, expresada en julios y en kilovatios-hora.

4. GENERADORES Y RECEPTORES ELÉCTRICOS

Los **generadores eléctricos** transforman alguna forma de energía en energía eléctrica para mantener una corriente eléctrica.

Clasificamos los generadores según el tipo de energía que transforman en energía eléctrica.

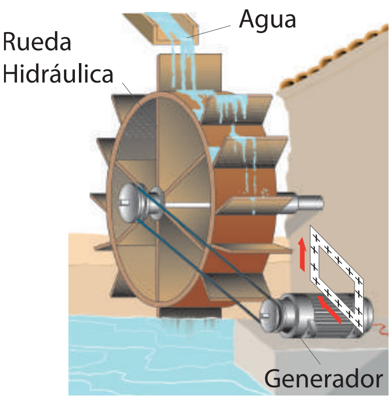
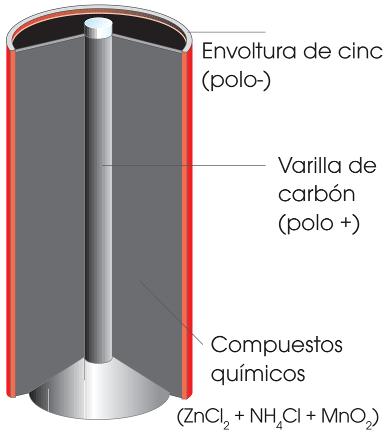
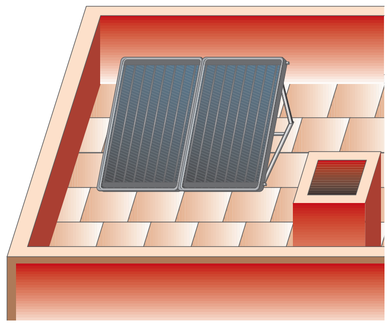
Generadores mecánicos	Generadores químicos	Generadores solares
Transforman energía mecánica en energía eléctrica. Ejemplo: turbina hidráulica.  	Transforman energía química en energía eléctrica. Ejemplo: pila seca.  	Transforman energía solar en energía eléctrica. Ejemplo: células solares o fotovoltaicas. 

Tabla 6.

Los **receptores eléctricos** transforman la energía eléctrica que proporciona el generador en otras formas de energía.

Los receptores se clasifican según el tipo de energía en que transforman la energía eléctrica.

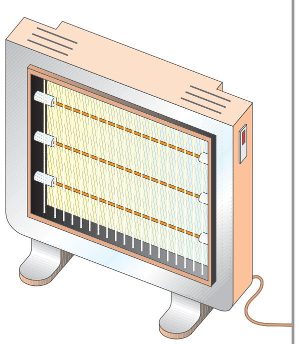
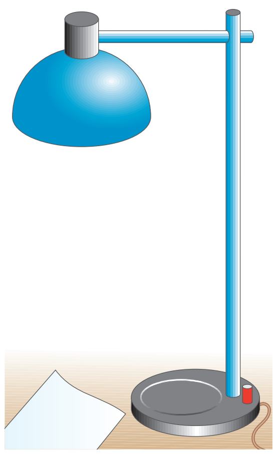
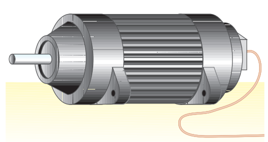
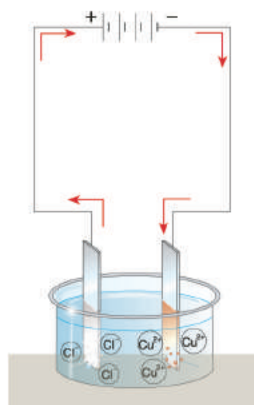
Receptores térmicos	Receptores lumínicos	Receptores mecánicos	Receptores electroquímicos
Transforman energía eléctrica en calor. Ejemplo: estufa eléctrica. 	Transforman energía eléctrica en luz. Ejemplo: lámpara. 	Transforman energía eléctrica en energía mecánica. Ejemplo: motor eléctrico. 	Transforman energía eléctrica en energía química. Ejemplo: cuba electrolítica. 

Tabla 7.

4.1. Características de un generador eléctrico

Las características internas de un generador eléctrico son la fuerza electromotriz (fem) y la resistencia interna, r.

> Fuerza electromotriz, e, de un generador es el trabajo que realiza el generador por unidad de carga o, lo que es lo mismo, la energía que proporciona a la unidad de carga.

$$\boxed{\varepsilon = \frac{W}{Q}}$$

W = trabajo eléctrico
Q = carga eléctrica

La unidad de la fem en el SI es el voltio (V).

De la definición de fem se deducen las siguientes expresiones:

— Trabajo producido por el generador sobre las cargas:

$$W = \varepsilon Q = \varepsilon\, It$$

— Potencia eléctrica suministrada por el generador:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\varepsilon I \cancel{t}}{\cancel{t}} = \varepsilon I$$

$$P = \varepsilon\, I$$

Los generadores presentan cierta resistencia al paso de la corriente, que llamamos resistencia interna del generador, r, y que causa pérdidas de energía por efecto Joule.

Así, una parte de la potencia suministrada por el generador, P, se transforma en potencia útil del generador, P_u, y otra parte, P_r, se disipa por efecto Joule en dicha resistencia interna, r.

$$P = P_u + P_r;\ \varepsilon I = VI + rI^2;\ \varepsilon \cancel{I} = (V + r\cancel{I})\, I\ ;\ \varepsilon = V + rI$$

$$\boxed{V = \varepsilon - rI}$$

La tensión en bornes de un generador es igual a su fem menos la caída de tensión en la resistencia interna del propio generador.

Ejemplo 8

Conectamos una resistencia R a una batería de fem igual a $15\ V$ y resistencia interna $1{,}5\ \Omega$ (fig. 1). Si la intensidad de corriente en el circuito es de $2\ A$, calcula:

a. la potencia suministrada por la batería.
b. la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia R.
c. el valor de la resistencia R.

— **DATOS**: $\varepsilon = 15\ V;\ r = 1{,}5\ \Omega;\ I = 2\ A$

RESOLUCIÓN:

a. potencia suministrada por la batería: $P = \varepsilon I = 15\ V \cdot 2A = 30W$

b. diferencia de potencial: $V = \varepsilon - rI = 15\ V - 1{,}5\Omega \cdot 2A = 12\ V$

c. aplicamos la ley de Ohm para hallar R: $R = \frac{V}{I} = \frac{12\ V}{2\ A} = 6\ \Omega$

Y TAMBIÉN: ¿?

Generador ideal: generador sin resistencia interna.
En este caso, la tensión entre los bornes del generador es igual a la fem de este, $V = e$.

Generador real: generador con resistencia interna, r.
Un generador real puede considerarse como un generador ideal conectado en serie a una resistencia del mismo valor que su resistencia interna.

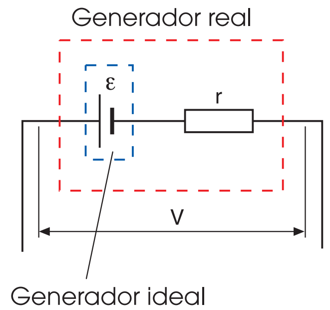


Fig. 6.

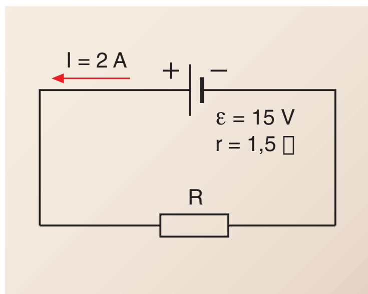


Fig. 7.

Y TAMBIÉN: ¿?

El estudio de los receptores eléctricos es muy amplio debido a que pueden tener características muy diversas.
Por ello, hemos centrado nuestro estudio en uno de los tipos de receptores que más se utilizan en los circuitos eléctricos: el motor, un receptor que transforma la energía eléctrica en energía mecánica.

Y TAMBIÉN: ¿?

Condensadores

Un condensador es un elemento del circuito que **almacena carga eléctrica**.
Un condensador típico está formado por dos placas conductoras, también llamadas armaduras, separadas por una pequeña distancia, d. Entre las dos armaduras se coloca un medio dieléctrico.
Al aplicar una diferencia de potencial entre las armaduras, V, cada una de ellas adquiere una carga eléctrica del mismo valor absoluto, Q, y signo opuesto.
La carga, Q, depende de las características del condensador y es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicada, V.
La constante de proporcionalidad recibe el nombre de capacidad del condensador, C, y es fija para cada condensador.

$$\boxed{Q = CV}$$

La capacidad depende del tamaño, separación y disposición geométrica de las armaduras y de las características del dieléctrico. La unidad de capacidad en el SI es el faradio, F.

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

4.2. Características de un motor eléctrico

Los motores eléctricos son receptores que transforman energía eléctrica en trabajo mecánico. Las características internas de un motor son la fuerza contraelectromotriz (fcem) y la resistencia interna, r'.

Fuerza contraelectromotriz, ε', de un motor es el trabajo mecánico que realiza por unidad de carga que recibe.

$$\boxed{\varepsilon' = \frac{W'}{Q}}$$

W' = trabajo eléctrico
Q = carga eléctrica

Su unidad en el SI es el voltio (V).

De la definición de fcem se deducen las siguientes expresiones:

— Trabajo realizado por el motor: $W' = \varepsilon' Q$; $W' = \varepsilon' I t$

— Potencia útil del motor: $P_u' = \frac{W'}{t} = \frac{\varepsilon' I \cancel{t}}{\cancel{t}} = \varepsilon' I$

$$\boxed{P_u' = \varepsilon' I}$$

Al igual que los generadores, los motores presentan cierta resistencia al paso de la corriente, que llamamos **resistencia interna del motor**, r'.

La potencia total consumida por el motor, P', es la suma de la potencia útil del motor, P_u', más la potencia disipada por efecto Joule en la resistencia interna de este, Pr'.

$$P' = P_u' + P_r'$$

$$VI = \varepsilon' I + r' I^2;\ V\cancel{I} = (\varepsilon' + r'I)\cancel{I}$$

$$\boxed{V = \varepsilon' + r'I}$$

La diferencia de potencial en bornes del motor es igual a su fcem más la caída de tensión en la resistencia interna del motor.

Ejemplo 9

Un motor eléctrico por el que circula una corriente de $2\ A$ realiza $1440\ kJ$ de trabajo mecánico durante $30\ min$. Calcula: a. la potencia útil del motor; b. la fcem del motor; c. la diferencia de potencial en bornes del motor si su resistencia interna es de $10\ \Omega$.

— **DATOS**:
$I = 2\ A$ $\quad W' = 1440\ kJ = 1{,}44 \cdot 10^6\ J$ $\quad r' = 10\ \Omega$ $\quad t = 30\ min = 1800\ s$

a. la potencia útil del motor es el trabajo que realiza por unidad de tiempo:

$$P_u' = \frac{W'}{t} = \frac{1{,}44 \cdot 10^6\ J}{1800\ s} = 800\ W$$

b. calculamos la fcem del motor:

$$P_u' = \varepsilon' I;\ \varepsilon' = \frac{P_u'}{I} = \frac{800\ W}{2\ A} = 400\ V$$

c. calculamos la diferencia de potencial en bornes del motor:

$$V = \varepsilon' + r' I = 400 V + 10 \Omega \cdot 2\ A = 420\ V$$

Ejemplo 10

Por un motor de fuerza contraelectromotriz igual a $25\ \text{V}$ y resistencia interna $10\ \text{W}$ circula una intensidad de corriente de $0{,}5\ \text{A}$. Calcula:

a. la potencia útil del motor.

b. la potencia disipada en la resistencia interna del motor.

c. la diferencia de potencial en bornes del motor y la potencia total consumida por este.

d. el coste de la energía consumida en $24\ \text{h}$ si el kilovatio - hora se paga a $10{,}00$ centavos de dólar.

DATOS:

$\varepsilon' = 25\ \text{V}$	$I = 0{,}5\ \text{A}$
$r' = 10\ \Omega$	$t = 24\text{h} = 8{,}64 \cdot 10^4\ \text{s}$

a. calculamos la potencia útil del motor:

$$Pu' = \varepsilon' I\ ;\ Pu' = 25\text{V} \cdot 0{,}5\text{A} = 12{,}5\text{W}$$

b. calculamos la potencia disipada en la resistencia interna del motor:

$$Pr' = r' I^2\ ;\ Pr' = 10\ \Omega \cdot (0{,}5\text{A})^2 = 2{,}5\text{W}$$

c. calculamos la diferencia de potencial en bornes del motor:

— Calculamos la potencia total consumida por el motor:

$$P' = VI;\ P' = 30\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A} = 15\ \text{W}$$

Comprobamos que la suma de la potencia útil más la disipada en r' es igual a la consumida:

$$P' = P_u' + P_r'$$

$$15\text{W} = 12{,}5\text{W} + 2{,}5\text{W}$$

d. calculamos la energía consumida en $24\ \text{h}$:

$$E' = P't = 15\ \text{W} \cdot 8{,}64 \cdot 10^4\ \text{s} = 1{,}3 \cdot 10^6\ \text{J}$$

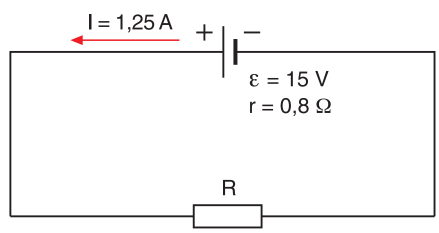
$$1{,}3 \cdot 10^6\ \text{J}\ \frac{1\ \text{kW} \cdot \text{h}}{3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}} = 0{,}36\ \text{kW} \cdot \text{h}$$

— Multiplicamos por el precio de un $\text{kW} \cdot \text{h}$ para obtener el coste de la energía consumida:

$$0{,}36\ \cancel{\text{kW} \cdot \text{h}} \cdot 10{,}00\ \frac{\text{cts.}}{\cancel{\text{kW} \cdot \text{h}}} = 3{,}60\ \text{cts.}$$

Actividades

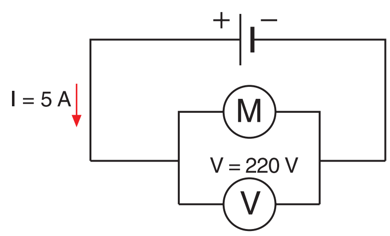
12. Un generador con una fem de $15\ \text{V}$ y una resistencia interna de $0{,}8\ \text{W}$ proporciona al circuito una corriente de $1{,}25\ \text{A}$. **Calcula**: a. la potencia del generador; b. la diferencia de potencial en bornes del generador.



13. Un generador de fem igual a $100\ \text{V}$ suministra a un circuito una corriente de $10\ \text{A}$ durante 2h. **Calcula**: a. la potencia del generador; b. la energía suministrada medida en julios y en kilovatios-hora.

14. Un motor eléctrico tiene una fcem de $20\ \text{V}$ y una resistencia interna de $5\ \Omega$. Si la intensidad de corriente en el circuito es $1{,}5\ \text{A}$, **calcula**: a. la potencia útil del motor; b. la diferencia de potencial en bornes del motor.

15. Por un motor eléctrico conectado a $220\ \text{V}$ circula la corriente de $5\ \text{A}$. **Determina**: a. la potencia consumida; b. la energía eléctrica consumida en una hora; c. el coste de la energía eléctrica si el kilovatio-hora se paga a centavos de dólar.



16. En una vivienda funcionan los aparatos siguientes durante el tiempo señalado:

Aparatos	Potencia (W)	Horas diarias
6 bombillas	40	3
1 plancha	600	0,5
1 frigorífico	400	4
1 lavadora	2000	1
Radio, televisión	150	3

— **Calcula** el gasto mensual de energía si el kilovatiohora se paga a $10{,}00$ centavos de dólar

Y TAMBIÉN: ¿?

http://goo.gl/n4kbNc

Georg Simon Ohm Nació en Erlangen (Alemania) el 16 de marzo de 1787.
Estudió Matemáticas y Física, materias de las que impartió clases en diversos colegios y escuelas.
En 1849 fue nombrado catedrático de la Universidad de Múnich, ciudad donde murió el 7 de julio de 1854.
Estudios e investigaciones: Se dedicó al estudio de la corriente eléctrica y de las relaciones entre las magnitudes eléctricas de los circuitos. Posteriormente investigó en otros campos, como la acústica y la óptica.
Contribución científica: Enunció la ley que lleva su nombre y estableció una terminología científica para circuitos eléctricos basada en una analogía con un circuito hidráulico. Señaló el fenómeno de polarización de las pilas. En su honor, la unidad de resistencia eléctrica recibe el nombre de ohmio.

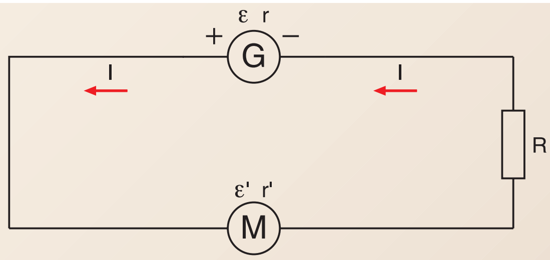
TIC

Para comprobar de manera práctica la ley de Ohm puedes acceder a una de las siguientes páginas:
Visita:

http://goo.gl/5HtFgj
http://goo.gl/ZzbLxF

5. LEY DE OHM GENERALIZADA

Consideremos un circuito eléctrico provisto de generador, motor y resistencia externa. Para hallar la intensidad de corriente en este circuito efectuaremos un balance de energía.



G : generador, de fuerza electromotriz ε y resistencia interna r

M : motor, de fuerza contraelectromotriz ε' y resistencia interna r'

R : resistencia externa

C: conductor ideal, no opone resistencia al paso de la corriente

Fig. 8.

Con el fin de simplificar las expresiones, no igualaremos las energías, sino las energías por unidad de tiempo, es decir, las potencias intercambiadas en el circuito:

— Potencia suministrada por el generador: $P = \varepsilon I$

— Potencia disipada en el circuito por efecto Joule:

- En la resistencia externa: $P_R = RI^2$
- En la resistencia interna del generador: $P_r = rI^2$
- En la resistencia interna del motor: $Pr' = r'I^2$

— Potencia útil del motor: $P_u' = \varepsilon' I$

Como consecuencia del principio de conservación de la energía, la potencia suministrada por el generador debe ser igual a la potencia total consumida en el circuito. Por tanto:

$$P = PR + Pr + Pr' + Pu'$$

$$\varepsilon I = RI^2 + rI^2 + r'I^2 + \varepsilon' I;\ \varepsilon I = (RI + rI + r'I + \varepsilon')I$$

$$\varepsilon = RI + rI + r'I + \varepsilon';\ \varepsilon - \varepsilon' = (R + r + r')I$$

De donde resulta:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'}$$

Esta es la expresión de la **ley de Ohm generalizada** en el circuito.

La intensidad de corriente del circuito es igual a la diferencia entre la fem y la fcem dividida por la resistencia total del circuito.

Ejemplo 11

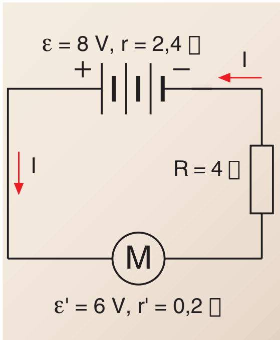
Observa el circuito de la figura y calcula:

a. la intensidad de corriente en el circuito.

b. la tensión en bornes del generador.

c. la caída de tensión en la resistencia externa.

d. la caída de tensión en la resistencia interna del motor.



a. para calcular la intensidad de corriente, aplicamos la ley de Ohm generalizada al circuito:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'} = \frac{8\ V - 6\ V}{4\Omega + 2{,}4\Omega + 0{,}2\ \Omega}$$

b. calculamos la tensión en bornes del generador:

$$V = \varepsilon - rI\ ; V = 8V - 2{,}4\Omega \cdot 0{,}3A = 7{,}28\ V$$

c. calculamos la caída de tensión en la resistencia externa:

$$RI = 4\Omega \cdot 0{,}3\ A = 1{,}2\ V$$

d. calculamos la caída de tensión en la resistencia interna del motor:

$$r'\ I = 0{,}2\ \Omega \cdot 0{,}3\ A = 0{,}06\ V$$

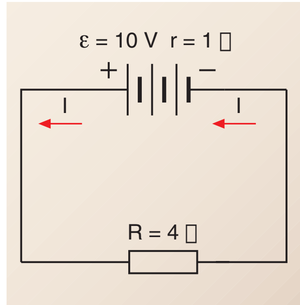
Ejemplo 12

Calcula, para el circuito de la figura:

a. la intensidad de corriente en el circuito.

b. la potencia disipada en la resistencia externa y en la resistencia interna del generador.

c. la potencia del generador



a. para calcular la intensidad de corriente, aplicamos la ley de Ohm generalizada al circuito:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{10\ V}{4\ \Omega + 1\ \Omega} = 2\ A$$

b. calculamos la potencia disipada en cada resistencia:

– En R: $P_R = RI^2 = 4\Omega \cdot (2a)^2 = 16\ W$

– En r: $P_r = rI^2 = 1\Omega \cdot (2a)^2 = 4\ W$

c. calculamos la potencia del generador:

$$P = \varepsilon I = 10\ V \cdot 2\ A = 20\ W$$

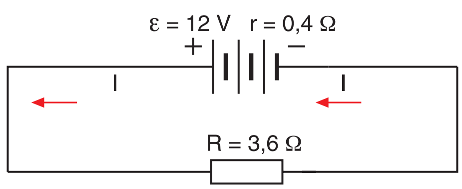
Podemos comprobar que la potencia del generador es igual a la suma de las potencias disipadas en el circuito:

$$P = P_R + P_r$$
$$20\ W = 16\ W + 4\ W$$

Actividades

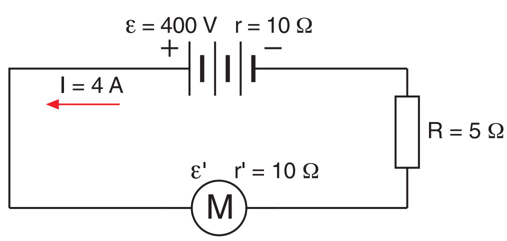
17. Una pila de fem 1,5 V se conecta con una resistencia de 3 W. La intensidad de corriente es 0,4 a. **Calcula** la resistencia interna de la pila.

18. **Observa** el circuito de la figura y **calcula**: a. la intensidad de corriente; b. la caída de tensión en la resistencia interna; c. la tensión en bornes del generador; d. la potencia del generador; e. la potencia disipada en la resistencia externa y en la resistencia interna del generador.



19. Un generador de fem igual a 15 V y resistencia interna 1 W se conecta a un motor de fcem igual a 12 V y resistencia interna 5 W. **Calcula**: a. la intensidad de corriente; b. la tensión en bornes del motor.

20. **Observa** el circuito de la figura y **calcula**: a. la fuerza contraelectromotriz del motor; b. la tensión en bornes del generador.



6. INSTRUMENTOS DE MEDIDA

Para medir ciertas magnitudes eléctricas en un circuito, como la intensidad de la corriente que circula, la diferencia de potencial entre dos puntos o la resistencia eléctrica entre estos dos puntos, se han diseñado unos dispositivos cuyo funcionamiento veremos a continuación.

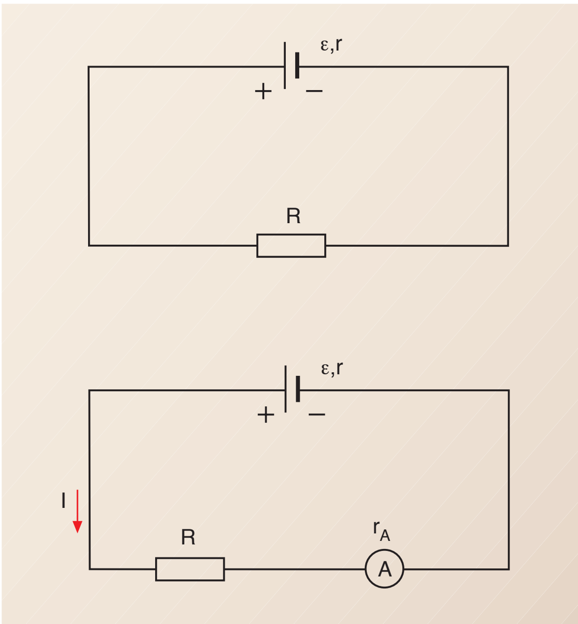
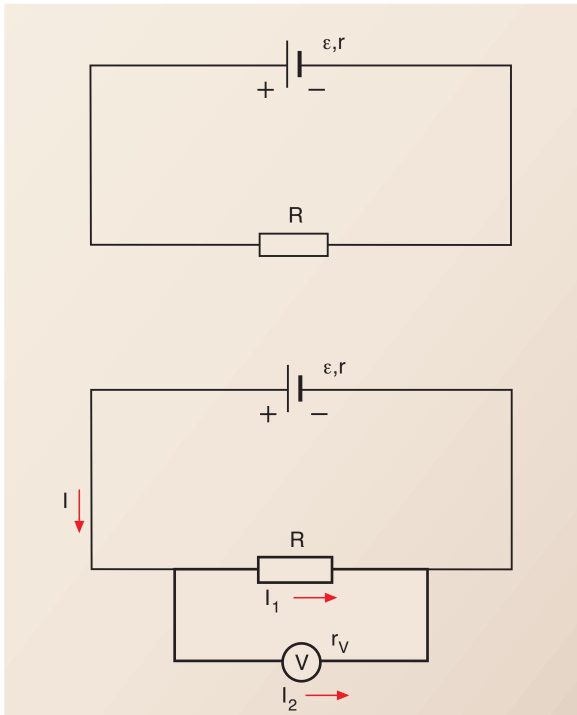
<table>
<tr><th>Amperímetro</th><th>Voltímetro</th></tr>
<tr><td>Es un instrumento que mide la intensidad de la corriente.
Si queremos medir la intensidad que pasa por la resistencia R en el circuito de la figura tenemos que conectar un amperímetro, A, en serie con esta resistencia, de manera que circule por él toda la corriente.</td><td>Es un instrumento que mide la diferencia de potencial entre dos puntos.
Para medir la diferencia de potencial entre los extremos de una resistencia R tenemos que conectar un voltímetro, V, en paralelo con esta resistencia.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>El amperímetro tiene una cierta resistencia interna, r_A, por lo que al conectarlo modificará la intensidad de la corriente en el circuito. Es decir, la conexión del aparato modifica la propia magnitud que deseamos medir.
El amperímetro debe tener una resistencia interna muy pequeña, para que introduzca la mínima variación posible en el valor de la intensidad.
Si aplicamos al circuito la ley de Ohm generalizada, deducimos que la intensidad de la corriente es:
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r + r_A}$$
En el caso de que r_A sea mucho más pequeña que R, podemos negligir r_A y esta expresión se reduce a:
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$
que es la intensidad que circulaba por el circuito antes de conectar el amperímetro.</td><td>Igual que el amperímetro, el voltímetro, cuando se conecta, modifica la magnitud que queremos medir.
Pero, al contrario que el amperímetro, el voltímetro debe tener una resistencia interna, r_V, muy elevada para que introduzca la mínima variación posible en el valor de la diferencia de potencial.
Si aplicamos la ley de Ohm a la resistencia R deducimos que la diferencia de potencial entre sus extremos es:
$V = r_V\, I_2$; o también $V = R\, I$[1]
En el caso de que r_V sea muy grande, la intensidad, I_2, que deriva hacia el voltímetro es muy pequeña. En este caso I_1 coincide aproximadamente con I, y la expresión anterior se reduce a:
$$V = R\, I$$
que es la diferencia de potencial que había entre los extremos de R antes de conectar el voltímetro.</td></tr>
</table>

Tabla 8.

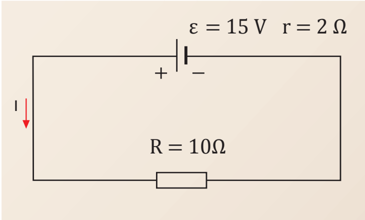
Ejemplo 13

Deseamos medir la intensidad de corriente en el circuito de la figura. Responde: a. ¿Cómo tenemos que conectar el amperímetro?; b. ¿Qué error relativo cometeríamos si conectáramos un amperímetro con una resistencia interna de 0,1 Ω?

a. el amperímetro se debe conectar en serie con la resistencia R.

b. calculamos la intensidad que circula por el circuito antes de conectar el amperímetro.

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{15\ V}{10\ \Omega + 2\ \Omega} = 1{,}25\ A$$



Después de conectar el amperímetro, la intensidad será:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R + r + r_A} = \frac{15\ V}{10\Omega + 2\Omega + 0{,}1\ \Omega} = 1{,}24\ A$$

Esto significa que cometemos un error absoluto de 0,01 A. Por tanto, el error relativo será:

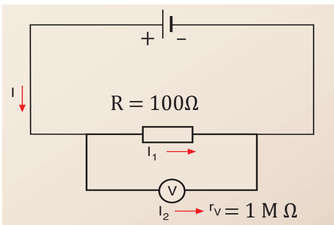
$$\frac{0{,}01}{1{,}25} \times 100 = 0{,}008 \xrightarrow{\cdot 100} = 0{,}8\ \%$$

Ejemplo 14

Para medir la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia R se conecta un voltímetro de resistencia interna $r_V = 1\ M\Omega$. Si el voltímetro señala 0,5 V, determina la intensidad de la corriente que circula: a. por el voltímetro; b. por la resistencia R.

–Datos : $r_v = 1\ M\Omega = 1 \cdot 10^6\ \Omega$

$R = 100\ \Omega$ $\qquad V = 0{,}5\ V$



a. para calcular la intensidad de la corriente que circula por el voltímetro aplicamos la ley de Ohm.

$$I_2 = \frac{V}{r_v} = \frac{0{,}5\ V}{1 \cdot 10^6\ \Omega} = 5 \cdot 10^{-7} A$$

b. para calcular la intensidad de la corriente que circula por la resistencia R aplicamos la ley de Ohm.

$$I_1 = \frac{V}{R} = \frac{0{,}5\ V}{100\ \Omega} = 5 \cdot 10^{-3} A$$

Y TAMBIÉN: ¿?

El componente principal de los amperímetros y los voltímetros es el galvanómetro, un aparato que detecta la corriente eléctrica y cuyo funcionamiento se basa en fenómenos magnéticos.

El galvanómetro consiste en una bobina móvil situada en un campo magnético. La bobina experimenta una desviación proporcional a la corriente que circula por ella. La bobina está unida a una aguja que indica en una escala la intensidad de la corriente.

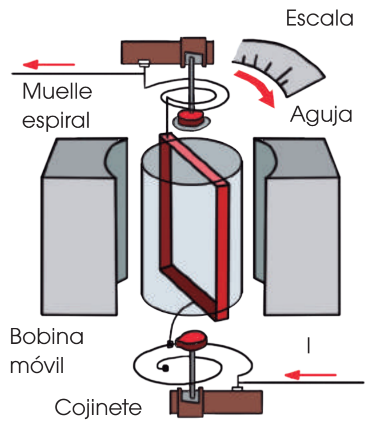
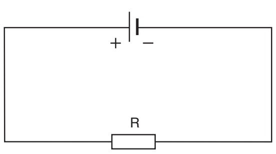


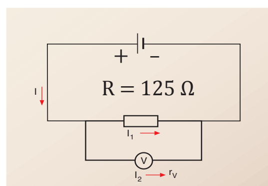
Fig. 9.

Actividades

21. **Calcula** la resistencia máxima del amperímetro que tenemos que conectar en el circuito de la figura para medir la intensidad de la corriente con un error relativo inferior al 1 %.



22. El voltímetro de la figura, por el cual pasa una corriente de 1 μA, señala 2,5 V. **Calcula**:



a. la intensidad de la corriente que pasa por la resistencia R;

b. la resistencia interna del voltímetro.

Problemas resueltos

A

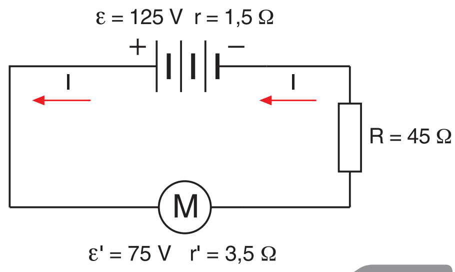
Observa el circuito de la figura y calcula:

a. la intensidad de corriente, I, en el circuito.

b. las caídas de tensión: en la resistencia interna del generador, Vr, en la resistencia externa, $V_{R'}$ y en la resistencia interna del motor, Vr'.

c. la tensión en bornes del generador.

d. las potencias: suministrada por el generador, P, disipada en la resistencia interna del generador, $P_{r'}$ disipada en la resistencia externa, $P_{R'}$ útil del motor, Pu', y disipada en la resistencia interna del motor, Pr'.



Solución

COMPRENSIÓN.

El circuito consta de un generador, una resistencia y un motor. En estos casos podemos aplicar la ley de Ohm generalizada al circuito y la ley de Ohm a cada uno de sus elementos.

La potencia suministrada por el generador se transforma en potencia útil del motor y en potencia disipada en las diferentes resistencias del circuito.

PLANIFICACIÓN.

a. para calcular I aplicaremos la ley de Ohm generalizada.

b. para calcular $V_{r'}$ V_R y $V_{r'}$ aplicaremos en cada resistencia la ley de Ohm.

c. para calcular la tensión en bornes del generador restaremos a su fem la caída de tensión en este.

d. la potencia disipada en un elemento del circuito se determinará aplicando la ley de Joule.

Ejecución

a. $$I' = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'} = \frac{125\ V - 75\ V}{45\ \Omega + 1,5\ \Omega + 3,5\ \Omega} = 1\ A$$

b. caídas de tensión:

— En r: $V_r = rI = 1,5\ \Omega \cdot 1A = 1,5\ V$

— En R: $VR = RI = 45\ \Omega \cdot 1A = 45\ V$

— En r': $V_r = r'I = 3,5\ \Omega \cdot 1A = 3,5\ V$

c. tensión en bornes del generador:

$$V = \varepsilon - rI = 125\ V - 1,5\Omega \cdot 1\ A = 123,5\ V$$

d. potencia suministrada por el generador:

$$P = \varepsilon I = 125\ V \cdot 1A = 125\ W$$

Potencia disipada en r:

$$P_r = rI^2 = 1,5\ \Omega \cdot (1A)^2 = 1,5\ W$$

Potencia disipada en R:

$$P_R = RI^2 = 45\ W \cdot (1A)^2 = 45\ W$$

Potencia útil del motor:

$$P_u' = \varepsilon' I = 75\ V \cdot 1A = 75\ W$$

Potencia disipada en r':

$$Pr' = r'I^2 = 3,5\ \Omega \cdot (1A)^2 = 3,5\ W$$

Comprobamos que la potencia del generador es igual a la suma de todas las potencias consumidas:

$$P = P_r + P_R + P_u' + P_{r'}$$
$$125\ W = 1,5\ W + 45\ W + 75\ W + 3,5\ W$$

Respuesta

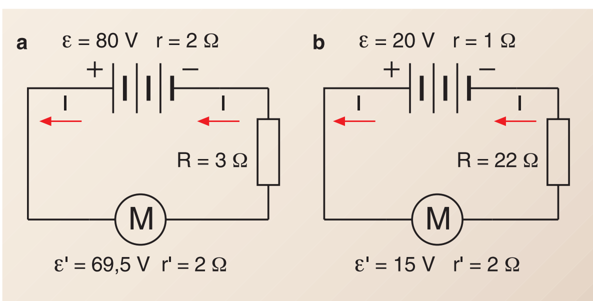
a. la intensidad de corriente en el circuito es 1 A.

b. las caídas de tensión son: en la resistencia interna del generador 1,5 V, en la resistencia externa 45 V y en la resistencia interna del motor 3,5 V.

c. la tensión en bornes del generador es 123,5 V.

d. las potencias son P = 125 W; P_r =1,5 W; P_R = 45 W; P_u' = 75 W; $P_{r'}$ = 3,5 W.

1. **Observa** los circuitos representados en la figura y **calcula** para cada uno de ellos: I, V, $V_{r'}$ $V_{R'}V_{r''}$ P, $P_{r'}$ $P_{R'}$ P_u' y $P_{r''}$.



Ejercicios y problemas

1. **Calcula** la intensidad de una corriente eléctrica que transporta $1200\ C$ en $5\ min$.

2. ¿Cuántos culombios transporta una corriente eléctrica de $3\ A$ en $20\ min$?

3. Por un conductor circula una corriente de $3 \cdot 10^{-3}\ A$. **Calcula** cuántos electrones pasan en $10\ s$ por una sección del conductor si se sabe que $1\ C$ equivale a $6{,}25 \times 10^{18}$ electrones.

4. **Halla** la intensidad de una corriente eléctrica que ha transportado $2400\ C$ en $8\ min$.
   — ¿Qué resistencia presenta el conductor por el que ha circulado si entre sus extremos hay una diferencia de potencial de $24\ V$?

5. **Representa** la gráfica tensión-intensidad de corriente a partir de los datos de la tabla siguiente:

Tensión (V)	2	3	4	5	6
Intensidad (A)	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30

   — **Calcula** el valor de la resistencia del conductor empleado en esta experiencia.

6. **Calcula** la resistencia de un conductor de hilo de nicrom ($\rho = 1 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot m$) en los casos siguientes:
   a. si tiene una longitud de $31{,}4\ m$ y el radio de su sección mide $1\ mm$.
   b. si tiene una longitud de $62{,}8\ m$ y el radio de su sección mide $1\ mm$.
   c. si tiene una longitud de $31{,}4\ m$ y el radio de su sección mide $\sqrt{2mm}$.
   d. si tiene una longitud de $62{,}8\ m$ y el radio de su sección mide $2\ mm$.

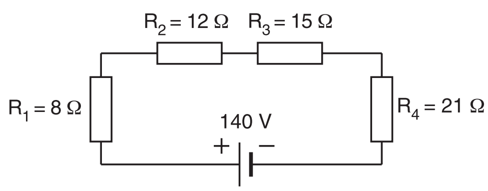
7. Por un conductor de constantán circula una corriente de $5\ A$. La diferencia de potencial aplicada entre sus extremos es de $20\ V$. a. **calcula** la resistencia del conductor. b. si el conductor tiene una longitud de $40\ m$, ¿cuál es el diámetro de su sección en milímetros?

8. Se ha preparado una resistencia de $3\ \Omega$ utilizando hilo de cobre ($\rho = 1{,}72 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$) de $0{,}5\ mm^2$ de sección. a. **calcula** la longitud del hilo necesaria. b. si circula por ella una corriente de $2\ A$, ¿cuál es la tensión entre sus extremos?

9. Se sabe que un hilo conductor de $15\ m$ de longitud, cuya sección tiene un radio de $1\ mm$, tiene una resistencia de $0{,}3\ W$. **Calcula** qué resistencia tendría un hilo de $450\ m$ de la misma sustancia si su radio mide $0{,}3\ mm$.

10. Un hilo conductor tiene una resistencia de $2{,}5\ \Omega$. **Calcula** qué resistencia tendrá otro hilo del mismo material de doble longitud y la mitad de diámetro de sección.

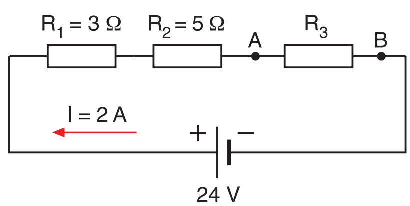
11. **Observa** el circuito de la figura y **calcula**: a. la resistencia equivalente; b. la intensidad de corriente en el circuito; c. la diferencia de potencial en los extremos de cada resistencia.



12. Se asocian tres resistencias de $9\ \Omega$, $18\ \Omega$ y $6\ \Omega$ en paralelo y se aplica una tensión de $18\ V$ a los extremos de la asociación. **Representa** el circuito y calcula: a. la resistencia equivalente del conjunto; b. la intensidad de corriente en el circuito; c. la intensidad de corriente en cada resistencia.

13. Una asociación de resistencias en paralelo de $1\ \Omega$, $2\ \Omega$ y $4\ \Omega$ está conectada a los extremos de un generador de fuerza electromotriz $12\ V$ y resistencia interna despreciable. **Determina**: a. el valor de la resistencia equivalente; b. la intensidad de corriente producida por el generador; c. la intensidad que circula por cada resistencia.

14. **Observa** el circuito de la figura y **calcula**: a. el valor de la resistencia R_3; b. la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

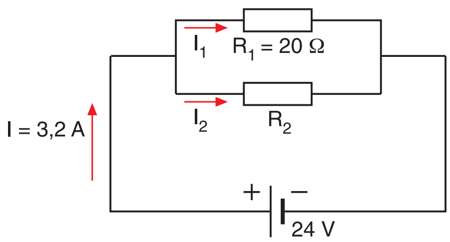


15. **Observa** el circuito de la figura y **calcula**:

a. el valor de la intensidad de corriente en cada resistencia.

b. el valor de la resistencia R_2.

c. la resistencia equivalente.



16. Un calentador eléctrico de $660\ W$ está conectado a $120\ V$. **Calcula**:
   a. La intensidad de corriente que circula por el calentador;
   b. El valor de su resistencia;
   c. La cantidad de calor que desprende por segundo.

17. Una lámpara de $100\ W$ funciona conectada a una tensión de $220\ V$. **Calcula**:
   a. La intensidad de corriente que circula por ella.
   b. Su resistencia.
   c. El calor desprendido en la lámpara durante una hora de funcionamiento.

18. Por una lámpara de $10\ W$ de resistencia circula una corriente de $3\ A$ durante $1\ h$. **Calcula**:
a. la tensión a la que está conectada;
b. la energía disipada en la lámpara por efecto Joule.

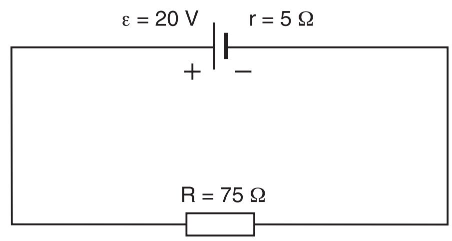
19. Un hornillo eléctrico que tiene una resistencia de $55\ \Omega$ se conecta durante $10\ min$ a una tensión de $110\ V$. **Calcula**:
   a La intensidad de corriente.
   b. La energía desprendida en forma de calor.

20. Una plancha eléctrica de $500\ W$ está conectada a $125\ V$. **Calcula**:
   a. La intensidad de corriente que circula por la plancha;
   b. Su resistencia;
   c. El calor desprendido en media hora.

21. Una pila de fuerza electromotriz $15\ V$ y $1\ W$ de resistencia interna se conecta a una resistencia externa por la que circula una intensidad de $5\ A$. **Calcula**:
a. la diferencia de potencial en bornes de la pila;
b. el valor de la resistencia externa.

22. Un generador de $400\ V$ de fuerza electromotriz y resistencia interna $5\ \Omega$ está conectado a una resistencia externa de $3\ \Omega$ en serie con un motor de fuerza contraelectromotriz $300\ V$ y resistencia interna $2\ \Omega$. **Calcula**: a. la intensidad de corriente en el circuito; b. la tensión en bornes del generador; c. la potencia suministrada por el generador; d. la potencia útil del generador; e. la potencia útil del motor.

23. **Calcula** la resistencia máxima del amperímetro que tenemos que conectar para medir la intensidad de la corriente en el circuito de la figura con un error relativo inferior al 1%.



24. Un voltímetro cuya resistencia interna es igual a $4 \cdot 10^6\ \Omega$ se conecta en paralelo con una resistencia $R = 100\ \Omega$. Si por el voltímetro circula una corriente de $12\ \mu A$, **determina**: a. la intensidad de la corriente que pasa por la resistencia R; b. la tensión que indica el voltímetro.

25. En una hoja de cálculo coloca en distintas celdas los componentes de un circuito eléctrico: la fuerza electromotriz de un generador, su resistencia interna y dos resistencias externas conectadas en serie.

   a. **Escribe** las fórmulas que permiten determinar la intensidad que circula y la diferencia de potencial en distintos puntos del circuito.
   b. **Programa** las fórmulas obtenidas en celdas que representen la medición de un amperímetro y un voltímetro conectados al circuito. Puedes colorear en un tono las celdas de entrada de datos y en otro las de obtención de resultados.
   c. **Varía** a voluntad los valores de entrada (fuerza electromotriz y resistencias) y **observa** cómo varían automáticamente las mediciones de la intensidad y la diferencia de potencial.

26. **Prepara** mediante un programa de presentación una exposición de medidas de seguridad domésticas relacionadas con la electricidad. **Acompaña** la presentación con fotografías e ilustraciones adecuadas.

38. **Explica** las propiedades principales de la carga eléctrica.

39. Una carga positiva penetra en un campo eléctrico uniforme. Describe su movimiento si:

    a. La velocidad inicial tiene la dirección y el sentido del campo.

    b. La velocidad inicial tiene sentido opuesto al campo.

    c. La velocidad inicial forma un cierto ángulo con el campo.

40. El potencial eléctrico es constante en cierta región del espacio. ¿Cómo es el campo eléctrico en esa región?

41. **Dibuja** las líneas de campo y las superficies equipotenciales para una carga puntual positiva.

42. Explica cómo se distribuye la carga eléctrica en un conductor. ¿Cómo podemos proteger un aparato sensible de un campo eléctrico?

43. Explica qué es la capacidad de un condensador.

    — ¿Cómo afecta el dieléctrico interpuesto entre las armaduras a un condensador plano?

44. Dos cargas eléctricas puntuales de $+4,0 \times 10^{-9}$ C y $+2,0 \times 10^{-9}$ C están separadas 6 cm en el vacío. **Calcula** la fuerza eléctrica que se ejercen mutuamente.

45. Dos cargas eléctricas, $Q_1 = +5\ \mu C$ y $Q_2 = -4\ \mu C$, están separadas 30 cm. Colocamos una tercera carga $Q_3 = +2\ \mu C$ sobre el segmento que une Q1 y Q_2 y a 10 cm de Q_1. **Calcula** la fuerza eléctrica que actúa sobre Q_3.

46. Dos cargas eléctricas puntuales de $+1 \times 10^{-5}$ C y -1×10^{-5} C están separadas 10 cm en el vacío. **Calcula** el campo y el potencial eléctricos:

    a. En el punto medio del segmento que une ambas cargas.

    b. En un punto equidistante 10 cm de ambas cargas.

47. Dos cargas eléctricas puntuales de $+4 \cdot 10^{-8}$ C y $-3 \cdot 10^{-8}$ C están separadas 10 cm en el aire. **Calcula**: a. el potencial eléctrico en el punto medio del segmento que las une; b. el potencial eléctrico en un punto situado a 8 cm de la primera carga y a 6 cm de la segunda; c. la energía potencial eléctrica que adquiere una carga de $+5 \cdot 10^{-9}$ C al situarse en estos puntos.

48. **Calcula** el trabajo necesario para trasladar una carga de +1 C: a. de un punto de potencial -25 V a un punto de potencial +25 V; b. entre dos puntos de una superficie equipotencial.

49. **Calcula** el campo y el potencial eléctricos a una distancia de 50 cm del centro de una esfera de 30 cm de radio que tiene una carga de $+4,3 \times 10^{-6}$ C distribuida uniformemente por todo su volumen.

50. Se ha comprobado que el campo eléctrico terrestre es perpendicular a la superficie de la Tierra, se dirige hacia esta y tiene módulo 110 N/C. Calcula la densidad superficial de carga de la Tierra y su carga eléctrica total. (Radio de la Tierra: RT = 6370 km)

51. Entre las placas de un condensador plano existe una separación de 1 mm y una diferencia de potencial de 1000 V. Si el dieléctrico es polietileno (er = 2,3), **calcula** la carga inducida por metro cuadrado en la superficie del dieléctrico.

52. Cuatro cargas iguales de $+3 \cdot 10^{-4}$ C están situadas en el vacío en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. **Calcula**: a. el campo eléctrico en el centro del cuadrado; b. el módulo de la fuerza eléctrica que experimenta una de las cargas debido a la presencia de las otras tres.

53. Una esfera metálica hueca y sin carga eléctrica, de radio R, tiene una carga puntual Q en su centro. **Utiliza** la ley de Gauss para determinar el campo eléctrico en el interior y en el exterior de la esfera.

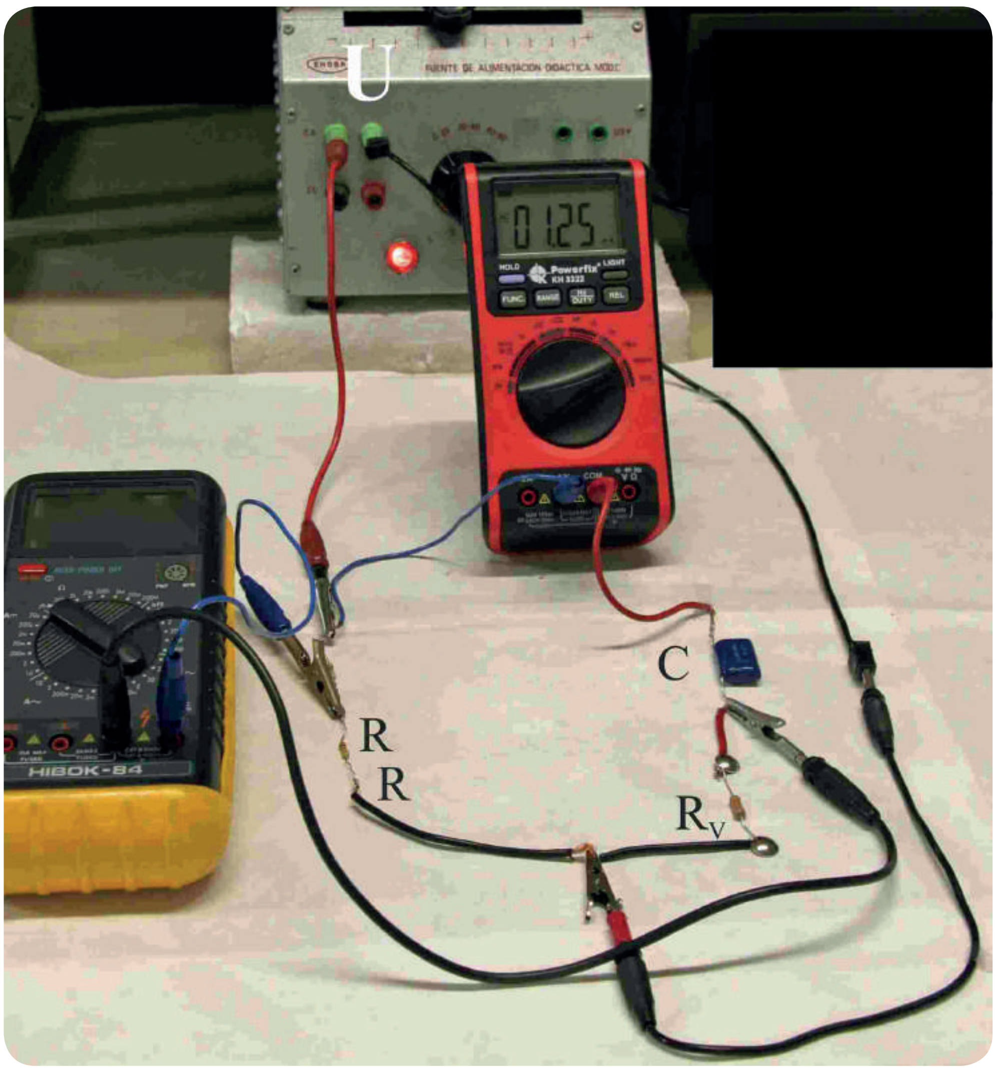
    — **Determina** la intensidad del campo eléctrico en un punto situado a 10 cm de una carga puntual $Q = 3 \times 10^{-6}$ C si el radio de la esfera es R = 5 cm.

ESTUDIO DE LA LEY DE OHM

Construir la característica voltampérica de un elemento óhmico, a través del estudio de la ley de Ohm y determinar experimentalmente la resistencia de dicho elemento.

MATERIALES:

- Fuente de corriente directa
- Resistor variable
- Resistor
- voltímetro
- Amperímetro
- Conductores



http://goo.gl/iBPAKI

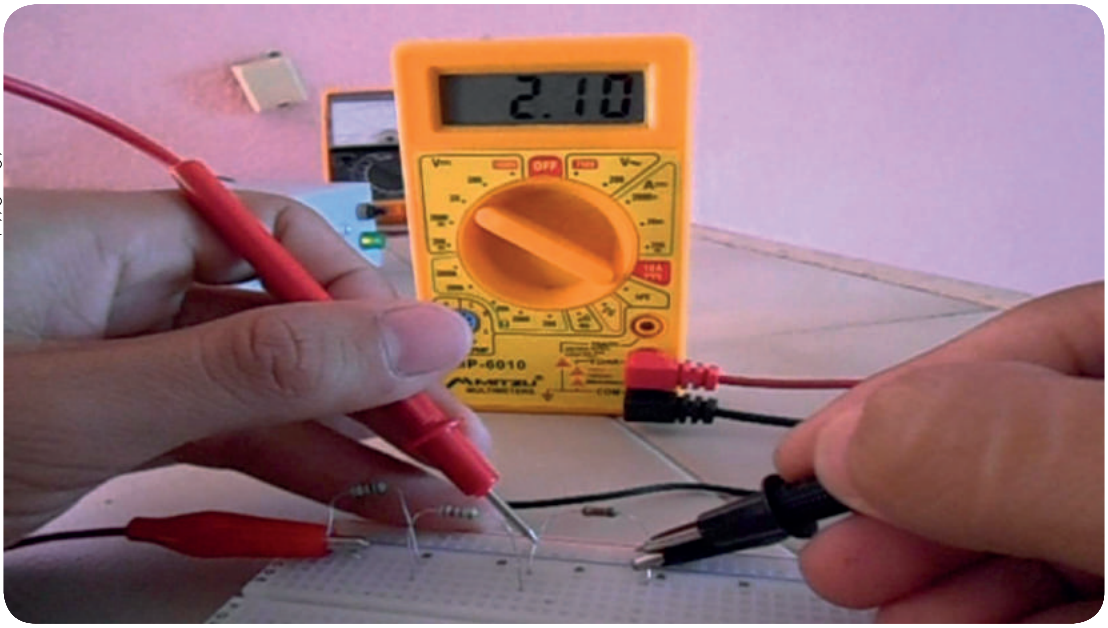
PROCESOS:

Seleccionemos una muestra de material conductor en particular, apliquemos una diferencia de potencial uniforme entre sus extremos, y midamos la corriente resultante.

Repetimos la medición para varios valores de la diferencia de potencial.

Investigue la relación que existe entre la diferencia de potencial y la intensidad de la corriente en un resistor. Construya una gráfica de $V=f(I)$.

http://goo.gl/P7E1Ah

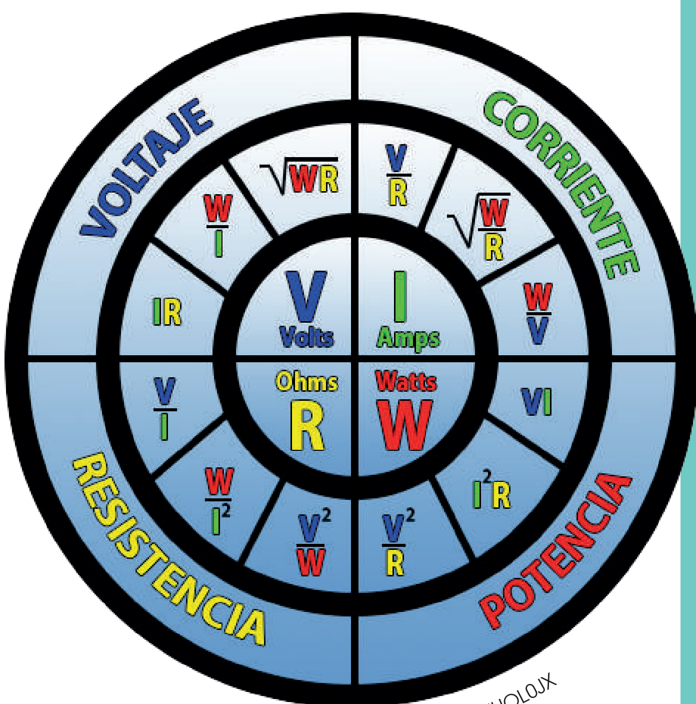


CUESTIONES:

a. ¿Cómo podemos determinar el valor de la resistencia a partir de la gráfica?

b. **Mencione** los errores que se cometieron durante el proceso de medición y diga cómo influyen éstos en el resultado final.

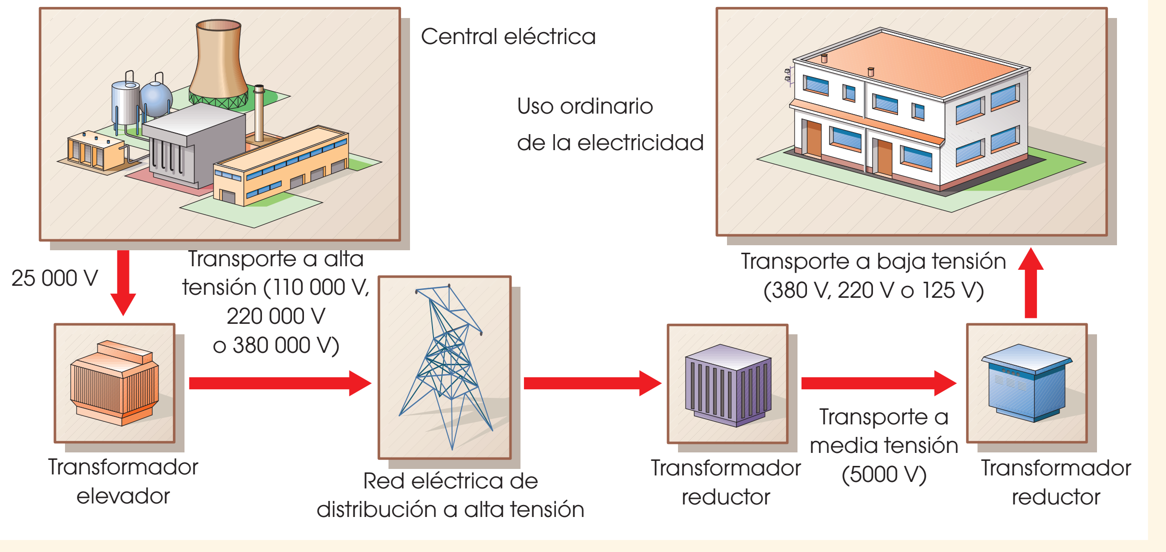
c. **Mencione** algunas aplicaciones de los resistores



https://goo.gl/UOL0JX

SENTIDO CRÍTICO

Uso de la corriente eléctrica



Desde el aparato electrodoméstico más pequeño hasta la industria más importante, todos los sectores de la sociedad dependen de la energía eléctrica para funcionar.

La producción de la corriente eléctrica se realiza en centrales térmicas, nucleares e hidroeléctricas. Antes de abandonar la central, un transformador eleva la tensión de la corriente eléctrica a centenares de kilovoltios para reducir las pérdidas por efecto Joule en su transporte.

Cerca de los lugares de consumo, una subestación disminuye la tensión a algunos kilovoltios y, ya en su destino, se vuelve a disminuir hasta 125 V, 220 V o 380 V.

Inconvenientes de las centrales eléctricas

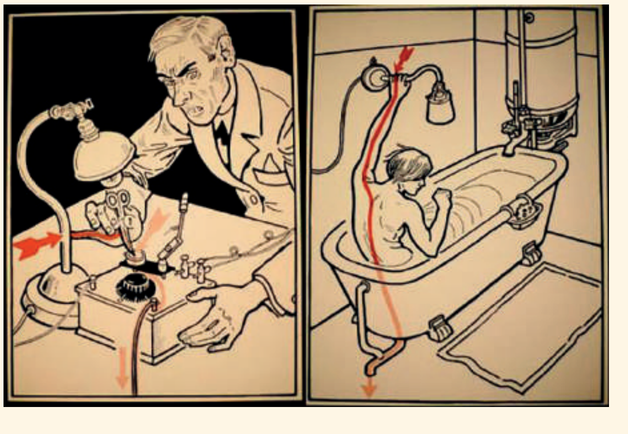
Las centrales eléctricas presentan ciertos inconvenientes según la fuente de energía que utilizan:

- Las **nucleares** tienen el grave inconveniente del peligro de catástrofe en caso de un accidente y el posterior almacenamiento de los residuos radiactivos.
- Las **hidráulicas** también pueden ser catastróficas en caso de un accidente, pero sobre todo producen una alteración de todo el ecosistema de la zona en que se construyen.
- Las **térmicas de combustible fósil** contaminan la atmósfera con CO_2 acelerando el efecto invernadero y, por lo tanto, el calentamiento global.

SOCIEDAD

Normas elementales de seguridad

- No toques nunca con las manos húmedas aparatos conectados a la red, como lámparas, televisores, lavadoras, etc., para no facilitar el paso de la corriente por tu cuerpo.
- Nunca debes manipular las instalaciones ni los aparatos eléctricos sin tener un buen conocimiento de ellos y de lo que vas a hacer.
- **Utiliza** siempre herramientas con mango aislante.
- Antes de manipular un aparato, asegúrate de que está desconectado de la red de alimentación.
- Si necesitas manipular la instalación eléctrica (para colocar un enchufe, por ejemplo), debes desconectar la corriente desde el interruptor general de la casa.
- En el laboratorio no debes poner en funcionamiento un circuito eléctrico sin que el profesor haya revisado la instalación.



http://goo.gl/OggCql

Resumen

INTENSIDAD DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

es

la cantidad de carga que atraviesa una sección de un conductor por unidad de tiempo:

$$I = \frac{Q}{t}$$

ELECTRIFICACIÓN

es

el fenómeno por el cual los cuerpos adquieren carga eléctrica

Existen dos clases de

Cargas eléctricas

Positiva

Negativa

Un cuerpo

es

neutro si sus átomos tienen tantas cargas positivas como negativas

Los cuerpos se pueden electrizar

Por

Frotamiento

Contacto

Inducción

su

Carga neta no varía

LEY DE OHM

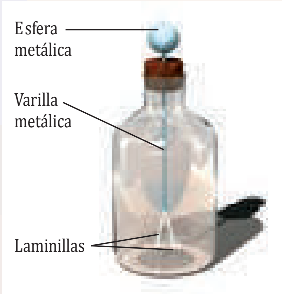
es

El cociente entre la diferencia de potencial aplicada a los extremos de un conductor y la intensidad de corriente que circula por él

$$R = \frac{V}{I}$$

Para finalizar

1 **Construye** un electroscopio a partir de las indicaciones siguientes y utilízalo para efectuar la experiencia descrita.



— **Atraviesa** un tapón de corcho con una varilla metálica.

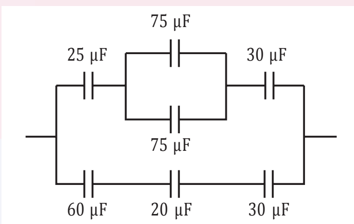
— **Haz** una bolita de 0,5 cm de diámetro, aproximadamente, con papel de aluminio. Une la bola a un extremo de la varilla metálica y pega en el otro extremo dos láminas de papel de aluminio.

— **Coloca** el tapón en un frasco de vidrio. Ya tienes un electroscopio.

— **Frota** con fuerza un objeto de plástico con un paño de lana. Acerca el objeto a la bolita del electroscopio. Anota e interpreta qué sucede. Toca la bolita con el objeto de plástico. Anota e interpreta qué sucede.

— **Frota** con fuerza un objeto de vidrio con un pañuelo de seda. **Acerca** el objeto a la bolita del electroscopio. **Anota** e interpreta qué sucede.

2 **Calcula** la capacidad equivalente a la siguiente asociación de condensadores.



3 Mediante un programa de simulación, construye un sistema con dos cargas de distinto signo separadas 1 m, una de ellas fija y la otra ligada a un muelle. **Define** tres controles: el valor de una carga, la constante del muelle y su longitud sin deformación. **Calcula** los valores para los cuales el sistema está en equilibrio, compruébalos con el simulador y predice el comportamiento del sistema en condiciones de inestabilidad.

4 **Busca** en libros y en Internet fotografías y esquemas de condensadores de diversos tipos y apariencias. **Organiza** todo el material recopilado en un programa de presentación.

5 **Explica** el significado de la frase: la carga eléctrica está cuantizada.

6 Dos cargas eléctricas idénticas de $-3{,}5\ \mu C$ están situadas en los puntos $(1, 0)$ m y $(1, -4)$ m. **Determina** en qué punto (o puntos) del plano se anula el campo eléctrico.

— ¿Es también nulo el potencial eléctrico en ese punto (o puntos)? En caso contrario, determina su valor.

7 Entre dos placas planas existe una diferencia de potencial de 15 V. Si la intensidad del campo eléctrico entre las placas es de 30 N/C, **calcula**:

a. La separación entre las placas.

b. La aceleración que experimenta una partícula de 5 g de masa y carga eléctrica igual a $+2{,}5 \times 10^{-9}$ C situada entre las placas.

c. La variación de la energía potencial de la partícula al pasar de la placa negativa a la positiva.

8 Un condensador plano está formado por dos placas de $10\ \text{cm}^2$ de área separadas $1\ \text{mm}$ en el aire. La diferencia de potencial entre las placas es de $1000\ \text{V}$ y se reduce a $150\ \text{V}$ si colocamos un dieléctrico entre las placas del condensador. **Calcula**:

a. La capacidad del condensador sin dieléctrico.

b. La carga de cada placa.

c. La constante dieléctrica relativa del dieléctrico.

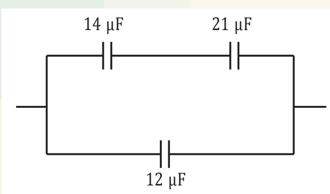
9 Las armaduras de un condensador plano tienen $10\ \text{cm}^2$ de área, están separadas $1\ \text{mm}$ en el aire y tienen una carga eléctrica de $2{,}4 \times 10^{-9}\ \text{C}$. **Calcula**:

a. La capacidad del condensador.

b. La diferencia de potencial entre sus armaduras.

c. La diferencia de potencial entre sus armaduras cuando se introduce un dieléctrico de constante dieléctrica relativa $\varepsilon_r = 6{,}8$.

10 **Calcula** la capacidad equivalente a la asociación de condensadores de la figura.

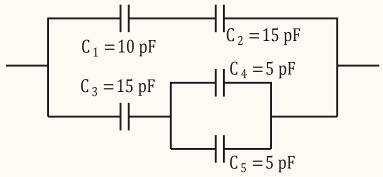


11 Un condensador adquiere una carga eléctrica de $1{,}8 \times 10^{-11}\ \text{C}$ al conectarlo a una pila de $1{,}5\ \text{V}$. **Calcula** los nuevos valores de la diferencia de potencial y la carga eléctrica si:

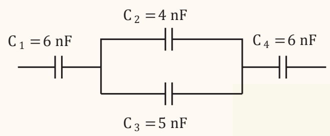
a. Desconectamos la pila y a continuación introducimos entre las placas del condensador un dieléctrico de constante dieléctrica relativa $\text{er} = 7{,}5$.

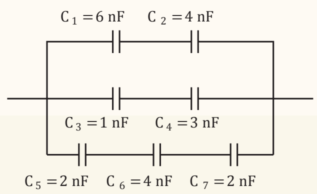
b. Introducimos el mismo dieléctrico mientras mantenemos la pila conectada.

12 **Calcula** la capacidad equivalente a la siguiente asociación de condensadores.



13 **Calcula** la capacidad equivalente a las siguientes asociaciones de condensadores.





14 ¿Pueden cortarse dos superficies equipotenciales de un campo eléctrico? **Justifica** tu respuesta.

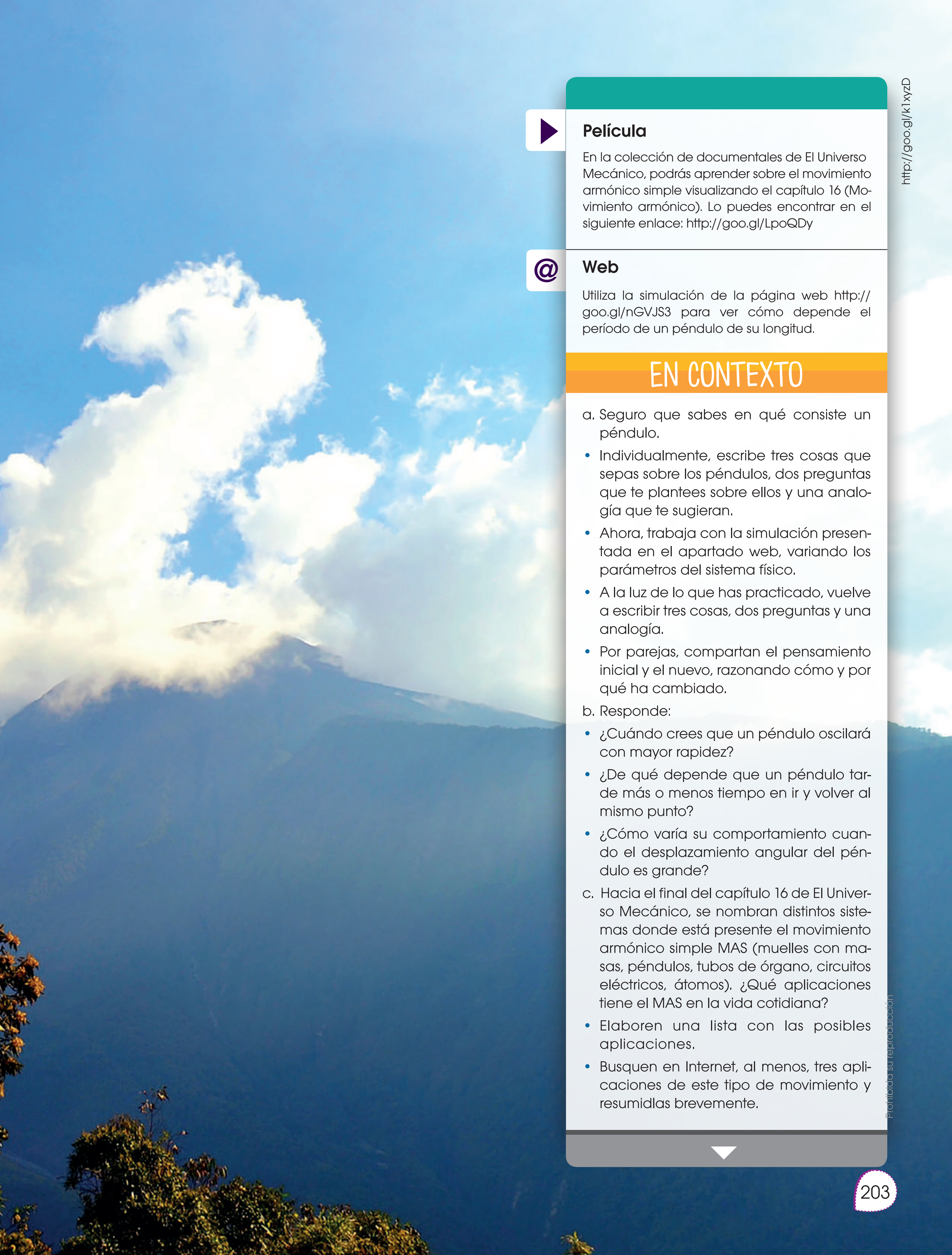
AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal
  - ¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?
  - ¿He cumplido mis tareas?
  - ¿Qué aprendí en esta unidad?
- Trabajo en equipo
  - ¿He compartido con mis compañeros y compañeras?
  - ¿He respetado las opiniones de los demás?
- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

6 Movimiento armónico simple

CONTENIDOS:



http://goo.gl/k1xyzD

Película

En la colección de documentales de El Universo Mecánico, podrás aprender sobre el movimiento armónico simple visualizando el capítulo 16 (Movimiento armónico). Lo puedes encontrar en el siguiente enlace: http://goo.gl/LpoQDy

Web

Utiliza la simulación de la página web http://goo.gl/nGVJS3 para ver cómo depende el período de un péndulo de su longitud.

EN CONTEXTO

a. Seguro que sabes en qué consiste un péndulo.

- Individualmente, escribe tres cosas que sepas sobre los péndulos, dos preguntas que te plantees sobre ellos y una analogía que te sugieran.
- Ahora, trabaja con la simulación presentada en el apartado web, variando los parámetros del sistema físico.
- A la luz de lo que has practicado, vuelve a escribir tres cosas, dos preguntas y una analogía.
- Por parejas, compartan el pensamiento inicial y el nuevo, razonando cómo y por qué ha cambiado.

b. Responde:

- ¿Cuándo crees que un péndulo oscilará con mayor rapidez?
- ¿De qué depende que un péndulo tarde más o menos tiempo en ir y volver al mismo punto?
- ¿Cómo varía su comportamiento cuando el desplazamiento angular del péndulo es grande?

c. Hacia el final del capítulo 16 de El Universo Mecánico, se nombran distintos sistemas donde está presente el movimiento armónico simple MAS (muelles con masas, péndulos, tubos de órgano, circuitos eléctricos, átomos). ¿Qué aplicaciones tiene el MAS en la vida cotidiana?

- Elaboren una lista con las posibles aplicaciones.
- Busquen en Internet, al menos, tres aplicaciones de este tipo de movimiento y resumidlas brevemente.

1. MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE

Y TAMBIÉN: ¿?

En el MCU, el período es el tiempo que emplea un móvil en dar una vuelta completa a la circunferencia.
En una onda, el período es el tiempo que invierte un punto en efectuar una vibración completa.

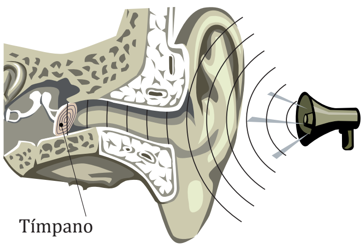


Fig. 1.

- El tímpano se mueve con movimiento vibratorio u oscilatorio al llegar a él una onda sonora.

TIC

Observa, en el siguiente enlace, cómo vibra el tímpano en nuestro oído a causa de las ondas sonoras:

Visita:

http://goo.gl/m9l0re

¿Qué tienen en común el movimiento de un péndulo y el de la Luna en torno a la Tierra? ¿O los latidos del corazón y las vibraciones de los átomos en los sólidos?

Aunque son fenómenos muy distintos entre sí, en todos ellos las magnitudes del movimiento (posición, velocidad, aceleración y componentes de la aceleración) se repiten cada cierto tiempo (el período). Son **movimientos periódicos**:

> Un movimiento periódico es aquel que se repite a intervalos iguales de tiempo; es decir, todas las magnitudes del movimiento toman el mismo valor cada cierto tiempo.

Hay algunos movimientos periódicos en los que el cuerpo en movimiento realiza un recorrido definido de ida y vuelta en torno a una posición de equilibrio. Es el caso, por ejemplo, de una masa unida a una cuerda inicialmente en posición vertical, al separarla de esta posición y dejarla mover libremente.

> Un movimiento oscilatorio o vibratorio es un movimiento periódico que tiene lugar hacia un lado y hacia otro de la posición de equilibrio del móvil.

A partir de estas definiciones, comprendemos por qué los movimientos oscilatorios se usan en los relojes, desde hace muchísimos años, para la medida del tiempo.

De hecho, el término **oscilatorio** se refiere a cualquier magnitud con una variación periódica entre un valor máximo y mínimo (por ejemplo, la oscilación de los campos eléctrico y magnético en una onda electromagnética). Por su parte, la palabra **vibratorio** generalmente se refiere a una oscilación mecánica, es decir, la de un cuerpo o la producida en un medio elástico. En esta unidad, consideraremos ambos términos como sinónimos.

Los movimientos vibratorios son muy comunes en la naturaleza: el tímpano y los cristales vibran con el sonido, los átomos de una red cristalina vibran, un puente puede oscilar debido al viento, las cuerdas vocales vibran... Todo movimiento vibratorio u oscilatorio se caracteriza por los siguientes aspectos:

- Una **oscilación** o vibración completa es el movimiento realizado durante un **período**, es decir, el movimiento de ida y vuelta respecto de la posición inicial.
- En ausencia de rozamiento, el movimiento oscilatorio o vibratorio se repetiría indefinidamente, ya que no habría pérdida de energía mecánica.
- El **período** del movimiento **no depende de la amplitud** de las oscilaciones.

Un tipo especialmente importante de movimiento oscilatorio o vibratorio son los movimientos vibratorios armónicos simples o movimientos armónicos simples (MAS). Son movimientos típicos de cuerpos elásticos originados por fuerzas restauradoras o recuperadoras, como la fuerza elástica en el caso de un muelle.

2. CINEMÁTICA DEL MAS

Consideremos una masa sobre una superficie horizontal sin rozamiento unida a un muelle. Si la separamos una distancia A de su posición de equilibrio $(x = 0)$, entonces comenzará a oscilar libremente a un lado y a otro de dicha posición, describiendo un movimiento vibratorio armónico simple.

2.1. Ecuación de la posición

Fijémonos en que, en la masa unida al muelle, su movimiento se repite periódicamente. Es decir, cada cierto tiempo (período) la masa vuelve a pasar por el mismo punto, con la misma velocidad $\vec{v}$ y la misma aceleración $\vec{a}$.

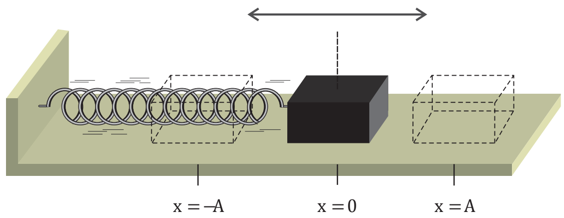


Fig. 2.

Masa unida a un muelle realizando un MAS

Podemos, por tanto, describir su movimiento utilizando una función matemática armónica o periódica. En general, la ecuación de la posición o del movimiento de cualquier cuerpo que describe un MAS es la siguiente:

Veamos el significado físico de los distintos parámetros que aparecen en ella:

- x es la **elongación**, es decir, la **posición** en cada instante de tiempo de la **partícula** que vibra u oscila con respecto al punto de equilibrio. En el SI se expresa en metros.
- A es la **amplitud** o **elongación máxima** con respecto a la posición de equilibrio de la partícula que vibra u oscila. En el SI se mide en metros.
- El ángulo $(wt + j)$ se denomina **fase**. Es el parámetro que determina el estado de vibración del cuerpo, pues nos permite calcular la elongación en cualquier instante de tiempo t. En el SI se mide en radianes.
- j es la **fase inicial** o **constante de fase**. Indica el estado de vibración del cuerpo al comenzar la medida del tiempo $(t = 0)$. Por ello, se dice que su valor depende de la posición inicial de la partícula. En el SI se mide en radianes.
- ω es la **frecuencia angular** o **pulsación**. Su valor es mayor cuanto mayor es la rapidez con que vibra el cuerpo. En el SI se mide en $rad \cdot s^{-1}$. Se relaciona con el período, T, según:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

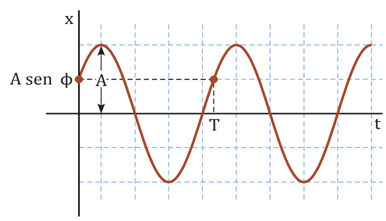


Fig. 3.

Representación gráfica de la elongación en función del tiempo de una partícula con MAS.

- Recordemos que el **período**, T, es el tiempo que el móvil o cuerpo tarda en volver a pasar por la misma posición, moviéndose en el mismo sentido. Es decir, es el tiempo que tarda en describir una oscilación completa. En el SI se mide en segundos.
- La **frecuencia**, f, se define como el número de oscilaciones realizadas en un segundo. Su unidad en el SI es el hertzio (Hz) y se relaciona con el período por:

$$f = \frac{1}{T}$$

Para un MAS concreto, los valores de A, ω y φ son constantes del movimiento. De estos valores, los parámetros que pueden variar de un movimiento a otro para el mismo oscilador son la amplitud y la fase inicial. Es decir, ω es una propiedad característica del oscilador.

2.2. Ecuación de la velocidad

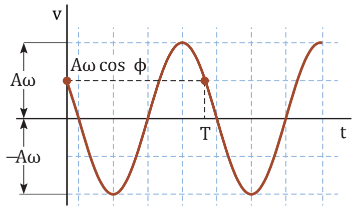


Fig. 4

- Representación gráfica de la velocidad en función del tiempo de una partícula con MAS

En la unidad 1, vimos que la velocidad instantánea de un cuerpo se define como el límite del cociente entre el vector desplazamiento y el incremento de tiempo cuando $\Delta t \rightarrow 0$. Esta operación recibe el nombre de *derivada*.

Por tanto, para determinar la velocidad en cualquier instante de una partícula que describe un MAS, debemos derivar la ecuación de la posición con respecto al tiempo:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = A\,\omega \cos(\omega\, t + \phi)$$

La **ecuación de la velocidad** obtenida también depende periódicamente del tiempo. En la figura del margen está su representación gráfica.

En todo movimiento la velocidad es tangente a la trayectoria. Así pues, en el MAS la dirección de la velocidad es la de la recta en la que tiene lugar el movimiento y su sentido es el mismo que el de este.

Utilizando la ecuación fundamental de la trigonometría, podemos expresar la velocidad en función de la elongación y analizar la dependencia espacial de v:

$$v = A\,\omega \cos(\omega t + \phi) = \pm A\,\omega \sqrt{1 - \text{sen}^2(\omega t + \phi)} =$$
$$= \pm \omega \sqrt{A^2 - A^2\ \text{sen}^2\ (\omega t + \phi)}\,;$$

De la ecuación que relaciona la velocidad y la elongación, deducimos:

- Los dos signos indican los **dos posibles sentidos del movimiento** ($v > 0$ si el cuerpo se mueve hacia los valores positivos del eje X y $v < 0$ si se mueve hacia los valores negativos).
- El **valor máximo** del módulo de la velocidad se corresponde con los valores $v = \pm w\,A$, alcanzados en la posición de equilibrio $(x = 0)$.
- La velocidad se **anula en los extremos** del movimiento ($x = A$; $x = \text{-}A$). Se invierte el sentido del movimiento pasando la velocidad de positiva a negativa, y viceversa.

Ejemplo 1

La ecuación del movimiento de una partícula viene dada en el SI por la expresión $x = 10^{-2}\ \text{sen}\ (\pi t + \pi/4)$. **Calcula** el período de vibración y el valor máximo de la velocidad.

COMPRENSIÓN. La partícula se mueve con MAS, pues su ecuación del movimiento es una función armónica sinusoidal. Por comparación con la ecuación de la posición, $x = A\ \text{sen}\ (\omega t + \varphi)$, determinamos los valores de las constantes del movimiento.

DATOS. $x = 10^{-2}\ \text{sen}\ (\pi t + \pi/4)$; $A = 10^{-2}$ m; $\omega = \pi\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $\varphi = \pi/4$ rad

RESOLUCIÓN. Calculamos el período de oscilación a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\ \cancel{\text{rad}}}{\pi\ \cancel{\text{rad}} \cdot \text{s}^{-1}} = 2\ \text{s}$$

Este resultado nos indica que la partícula tarda 2 s en describir una oscilación completa, esto es, en describir un movimiento completo de ida y vuelta respecto a su posición inicial.

La velocidad de la partícula se calcula derivando la ecuación del movimiento con respecto del tiempo:

$$v = \frac{dx}{dt} = \pi \cdot 10^{-2}\ \cos\ (\pi t + \pi/4)$$

El módulo de la velocidad es máximo cuando:

$$v = \pm 10^{-2}\ \pi\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Los dos signos nos indican que la partícula alcanza en dos ocasiones el valor máximo del módulo de su velocidad al pasar por su posición de equilibrio, correspondientes a los dos posibles sentidos de su movimiento.

COMPROBACIÓN. El reducido valor de la velocidad máxima se debe a que la amplitud del movimiento es muy pequeña y a que el tiempo que tarda la partícula en describir una oscilación completa es grande en relación con dicha amplitud.

2.3. Ecuación de la aceleración

La aceleración instantánea de un cuerpo se define como el límite del cociente entre el vector velocidad (instantánea) y el incremento de tiempo cuando $\Delta t \rightarrow 0$. De nuevo, se trata de calcular la derivada.

Por tanto, para determinar, en cualquier instante, la aceleración de una partícula que se mueve según un MAS, derivamos la ecuación de la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = -A\ \omega^2\ \text{sen}\ (\omega t + \phi); \qquad a = -\omega^2 x$$

En la expresión anterior, constatamos:

- La **aceleración** de un cuerpo que se mueve con MAS **depende periódicamente del tiempo**, es decir, su valor se repite cada cierto tiempo.
- La aceleración es proporcional a la elongación y de sentido contrario a ella. Esta es una de las principales características de todo oscilador armónico, y nos indica que la **aceleración** está siempre **dirigida** hacia la **posición de equilibrio** (o centro de la vibración).
  - La aceleración es positiva cuando el cuerpo tiene una elongación negativa; es decir, cuando el cuerpo se dirige desde la posición de equilibrio hacia el extremo $x = -A$ y cuando desde este extremo se dirige hacia la posición de equilibrio, puesto que la velocidad aumenta.
  - La aceleración es negativa cuando el cuerpo se aleja desde la posición de equilibrio hacia el extremo $x = +A$ y cuando desde este extremo regresa a la posición de equilibrio, pues la velocidad disminuye en este tramo de la trayectoria.
- El **valor máximo** del módulo de la aceleración se corresponde con los valores $a = \pm\omega^2 A$, que se alcanzan en los extremos de la trayectoria. La **aceleración** es **nula** en la **posición de equilibrio**.

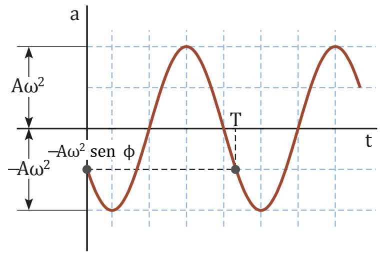


Fig. 5

Representación gráfica de la aceleración de una partícula con MAS en función del tiempo

Y TAMBIÉN: ¿?

Para determinar el signo de la aceleración, hay que tener en cuenta el signo de la velocidad: si esta es negativa y su valor absoluto disminuye, entonces la velocidad aumenta (con lo que la aceleración es positiva).

Ejemplo 2

Un cuerpo unido a un muelle horizontal realiza un MAS de manera que su aceleración máxima es $5\pi^2\ cm \cdot s^{-2}$, el período de las oscilaciones es de 2 s y la elongación del cuerpo al iniciarse el movimiento es de $2{,}5$ cm. **Escribe** su ecuación del movimiento.

COMPRENSIÓN. Para determinar la ecuación del movimiento del móvil, necesitamos conocer sus constantes características, es decir, A, ω y φ.

DATOS. $a_{máx} = 0{,}05\pi^2\ m \cdot s^{-2}$; $T = 2$ s; $x\ (t = 0) = 0{,}025$ m

RESOLUCIÓN. Determinamos la frecuencia angular a partir del período de vibración:

$$a_{máx} = \omega^2\ A; \qquad A = \frac{a_{máx}}{\omega^2} = \frac{0{,}05\ \pi^2\ m \cdot s^{-2}}{\pi^2\ rad^2 \cdot s^{-2}} = 0{,}05\ m$$

Determinamos la amplitud a partir de la aceleración máxima y de la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\cancel{2}\ \pi\ rad}{\cancel{2}\ s} = \pi\ rad \cdot s^{-1}$$

Para calcular la fase inicial o constante de fase, debemos partir de las condiciones iniciales. En el instante inicial $(t = 0)$, el cuerpo se encuentra en la posición $x = 0{,}025$ m. Así pues, sustituyendo en la ecuación general del MAS, obtenemos:

$$x = A\ \text{sen}\ (\omega t + \phi); \qquad 0{,}025 = 0{,}05\ \text{sen}\ \phi;$$

$$\text{sen}\ \phi = \frac{1}{2}; \qquad \phi = \frac{\pi}{6}\ rad,\ \frac{5\pi}{6}\ rad$$

Sustituyendo en la ecuación del movimiento los valores obtenidos, resultan dos posibles soluciones para la ecuación del movimiento. En unidades del SI:

$$x = 0{,}05\ \text{sen}\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right), \qquad x = 0{,}05\ \text{sen}\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

Para saber cuál de las dos soluciones es la correcta, necesitaríamos conocer la otra condición inicial, que es la velocidad en $t = 0$.

COMPROBACIÓN. Si tomamos la ecuación del movimiento y sustituimos el valor $t = 0$, hemos de obtener el valor de la elongación inicial. Por otra parte, si derivamos dos veces la ecuación del movimiento respecto del tiempo, podremos llegar a obtener el valor de la aceleración máxima del enunciado.

Y TAMBIÉN: ¿?

La ecuación del MAS puede escribirse también utilizando la función coseno. Como ya sabes, ambas funciones están desfasadas $90°$ o $\pi/2$ radianes, lo cual equivale a comenzar a contar el tiempo en dos posiciones iniciales distintas. Ambas expresiones son, pues, equivalentes.
En tal caso, las expresiones de las magnitudes cinemáticas serían:

$x = A\text{sen}\,(\omega t + \varphi) =$
$= A\cos\,(\omega t + \varphi')$
$v = -\omega A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi')$
$a = -\omega^2 A \cos\,(\omega t + \varphi')$
con $\varphi' = \varphi - \pi/2$.

TEN EN CUENTA QUE:

Llamamos **desfase** a la diferencia de fase entre dos MAS de igual frecuencia. Dependiendo de su valor, puede suceder que los dos móviles se muevan:

- En **concordancia de fase** o al **unísono**, cuando el desfase entre ambos sea de $2\pi n$ rad, siendo $n = 0, 1, 2...$
- En **oposición de fase**, cuando el desfase entre ambos sea de $(2n + 1)\pi$ rad, siendo $n = 0, 1, 2...$

Observa que es importante utilizar correctamente la terminología científica para no provocar confusiones.

2.4. Relación entre posición, velocidad y aceleración

Para finalizar el estudio de la cinemática del MAS, vamos a comparar las tres magnitudes cinemáticas características que hemos estudiado: la elongación, la velocidad y la aceleración. Recordemos que sus ecuaciones respectivas son las siguientes:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$

$$v = \omega A \cos\,(\omega t + \varphi)$$

$$a = -\omega^2 A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$

En la siguiente figura se representan, en los mismos ejes de coordenadas, las tres magnitudes cinemáticas en función del tiempo. Por simplicidad, hemos considerado que la fase inicial es cero ($\varphi = 0$), lo cual supone que la partícula que vibra se encuentra en el instante inicial en la posición de equilibrio ($x = 0$).

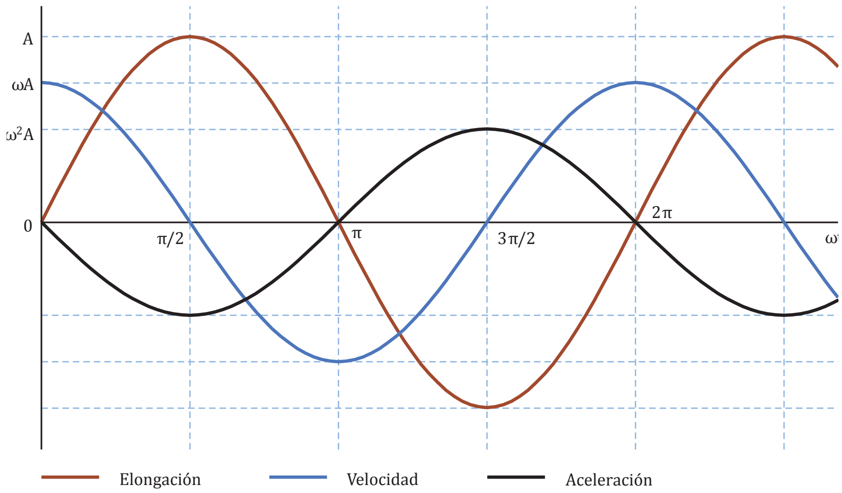


Fig. 6

De la observación de la gráfica, podemos extraer algunas conclusiones:

- La elongación y la velocidad están desfasadas un ángulo de $\pi/2$ rad. Ello supone que (en módulo) la velocidad es mínima (nula) cuando la elongación es máxima, y que la velocidad es máxima cuando la elongación es nula.
- La velocidad y la aceleración están también desfasadas $\pi/2$ rad. Podemos observar que (en módulo) la velocidad es máxima cuando la aceleración se anula, y que la velocidad se anula cuando la aceleración es máxima.
- La elongación y la aceleración están desfasadas por rad (se dice que estas magnitudes están en oposición de fase). Ello significa que los módulos de ambas magnitudes se anulan y toman sus valores máximos simultáneamente, siendo sus sentidos opuestos en todo momento.

A modo de resumen, podemos decir que, para cualquier oscilador armónico, se cumple lo siguiente:

- La elongación, la velocidad y la aceleración varían periódicamente en el tiempo, pero no están en fase.
- La aceleración es proporcional a la elongación, pero de sentido opuesto.
- La frecuencia (y, por tanto, el período) del movimiento es independiente de la amplitud. Se dice que el MAS es isócrono.

3. DINÁMICA DEL MAS

Consideremos de nuevo una masa unida a un muelle que oscila en un plano horizontal. Sabemos que el movimiento de la partícula está sometido a una aceleración siempre dirigida hacia la posición de equilibrio.

Por tanto, nos podemos preguntar sobre las características que debe tener la fuerza que se ejerce sobre esta masa para que se mueva con MAS.

Teniendo en cuenta la ecuación de la aceleración del MAS, $a = -\omega^2 x$, es lógico pensar en una fuerza con las siguientes características:

- Debe ser proporcional a la elongación x, es decir, su módulo debe aumentar al incrementar la distancia entre la partícula y su posición de equilibrio.
- Debe tener sentido contrario al de la elongación, de manera que siempre esté dirigida en sentido opuesto al desplazamiento de la partícula (dirigida, por tanto, hacia la posición de equilibrio $x = 0$).

Toda fuerza que cumple las dos características anteriores se denomina **fuerza restauradora** o **recuperadora** (lo es, por ejemplo, la fuerza elástica), y puede expresarse como $F = -k\,x$, donde k es la constante recuperadora, que se mide en $N \cdot m^{-1}$ en el SI.

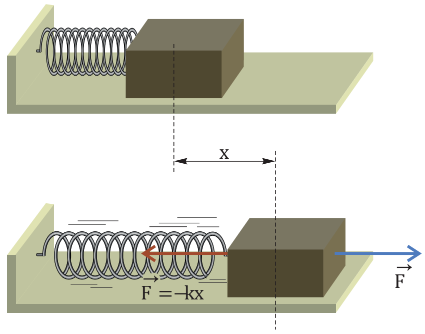


Fig. 7.

Fuerza restauradora o recuperadora ejercida por un muelle.

Y TAMBIÉN: ¿?

Según la ley de Hooke, para pequeñas deformaciones, la fuerza elástica ejercida por un cuerpo elástico es proporcional a su deformación y tiene sentido contrario al de la fuerza externa que la origina.

$$\vec{F}_{el} = -k\,\vec{x}$$

Un cuerpo sometido a la acción de una fuerza restauradora o recuperadora realiza un movimiento vibratorio armónico simple.

A partir de la segunda ley de Newton y de la expresión de la aceleración del MAS, podemos hallar la fuerza recuperadora que actúa sobre una partícula que oscila:

$$F = m\,a = -m\,\omega^2\,x$$

Como $F = -kx$, podemos determinar la **frecuencia angular** en función de la constante recuperadora k:

$$-k\,x = -m\,\omega^2 x; \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

De esta expresión, se deduce que las oscilaciones serán más rápidas para valores elevados de k y masas pequeñas. El valor de la **frecuencia angular** y, por tanto, del período y de la frecuencia depende solo de las características del oscilador (k y m) y es **independiente de la amplitud** de la oscilación.

Ejemplo 3

Un punto material de 40 g de masa realiza un movimiento armónico simple, en el extremo de un muelle, de período 0,32 s. Calcula el valor de la amplitud y la constante recuperadora del resorte sabiendo que el valor máximo de la fuerza responsable del movimiento es 10 N.

COMPRENSIÓN. La fuerza restauradora provoca que la partícula se mueva con MAS. Su valor máximo corresponde a la elongación máxima.

DATOS: $m = 0{,}040$ kg; $T = 0{,}32$ s; $F_{máx} = 10$ N

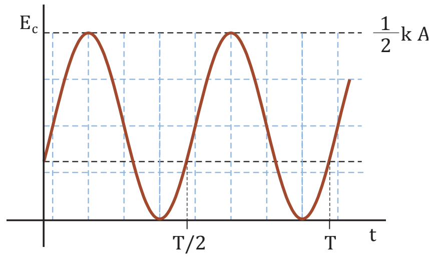
RESOLUCIÓN. Determinamos la constante recuperadora:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}; \; k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}040\ \text{kg}}{0{,}32^2\ \text{s}^2} = 15\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

La amplitud del movimiento se calcula a partir del valor máximo de la fuerza restauradora:

$$F_{máx} = k\,A; \qquad A = \frac{F_{máx}}{k} = \frac{10\ \cancel{\text{N}}}{15\ \cancel{\text{N}} \cdot \text{m}^{-1}} = 0{,}67\ \text{m}$$

COMPROBACIÓN. Observa que los órdenes de magnitud obtenidos son razonables y las unidades son correctas.



■ Fig. 8.

■ Representación gráfica de la energía cinética en función del tiempo de un MAS.

4. ENERGÍA DEL MAS

Seguramente, habrás notado un mayor dolor en el oído cuando percibes un sonido de elevada energía o intensidad. Cuando nuestro tímpano vibra con una energía mayor, nos provoca una sensación dolorosa.

4.1. Energía cinética

Como sabemos, la energía cinética, E_c, de una masa m que se mueve a una velocidad v es: $E_c = 1/2 m\, v^2$. Por lo tanto, la **energía cinética** en función del tiempo de un **oscilador armónico** será:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} m\, \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2} k\, A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

Como sabemos, la energía cinética es siempre **positiva**. En el caso del oscilador armónico, además, su valor **depende periódicamente** del tiempo.

Utilizando la ecuación fundamental de la trigonometría, podemos expresar la energía cinética en función de la elongación:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} m\, \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2} k\, A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

- La energía cinética toma su **valor máximo** en la **posición de equilibrio** (cuando pasa por él lo hace a la máxima velocidad).

$$E_{c\ máx} = \frac{1}{2} k\, A^2 = \frac{1}{2} m\, \omega^2 A^2$$

- La energía cinética es **nula en los extremos**, como corresponde a puntos en los que la partícula o cuerpo que vibra se detiene un instante e invierte el sentido de su movimiento.
- Como todo tipo de energía, se mide en julios (J) en el SI.

Ejemplo 4

Una caja sorpresa contiene la figura de un payaso de 0,20 kg, unida al extremo de un resorte. Al abrirla, el payaso efectúa oscilaciones armónicas de $0{,}10\pi$ s de período y su energía cinética máxima es de 0,5 J. Escribe la ecuación de movimiento de la figura y determina la constante elástica del resorte, si empezamos a contar el tiempo cuando el muelle no se encuentra deformado.

COMPRENSIÓN. La energía cinética máxima del objeto se alcanza en el centro (cuando el muelle esta rígido), y su valor depende de la constante elástica del resorte y de la amplitud.

DATOS: $m = 0{,}20$ kg; $T = 0{,}10\pi$ s; $E_{c\,máx} = 0{,}5$ J

RESOLUCIÓN. En primer lugar, calculamos la frecuencia angular del objeto a partir del período de vibración:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cancel{\pi}\ \text{rad}}{0{,}10\cancel{\pi}\ \text{s}} = 20\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Hallamos ahora la constante elástica del resorte a partir de la frecuencia angular y de la masa del objeto:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}};\quad k = m\,\omega^2 = 0{,}20\ \text{kg} \cdot 20^2\ \text{rad}^2\cdot\text{s}^{-2} = 80\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

Para determinar la ecuación del movimiento del cuerpo, necesitamos conocer sus constantes del movimiento (A, ω y φ).

Calculamos la amplitud utilizando el valor de la energía cinética máxima:

$$E_{c\ máx} = \frac{1}{2} k\, A^2;\ A = \sqrt{\frac{2E_{c\ máx}}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}5\ \text{J}}{80\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}} = 0{,}1\ \text{m}$$

Hallamos la fase inicial a partir de las condiciones iniciales. Como en t = 0, el cuerpo está en la posición de equilibrio (muelle no deformado):

$$x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi);\ 0 = A\,\text{sen}\,\varphi;\ \varphi = 0, \pi$$

Finalmente, si sustituimos los valores de las constantes del movimiento, resultan estas dos posibles ecuaciones del movimiento (en unidades del SI):

$$x = 0{,}1\ \text{sen}\ 20t,\ x = 0{,}1\ \text{sen}\ (20t + p)$$

Para saber cuál de las dos ecuaciones es correcta, se necesita conocer el valor de la velocidad en algún instante de tiempo.

4.2. Energía potencial

Hemos visto que, cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza restauradora o recuperadora, este describe un movimiento vibratorio armónico simple. Las fuerzas restauradoras o recuperadoras son conservativas, por lo que se puede definir una energía potencial asociada a dicha fuerza que depende únicamente de la posición (o elongación) del cuerpo.

En el caso de una fuerza recuperadora que sigue la ley de Hooke, vimos en la unidad anterior que la energía potencial elástica, Ep, depende de la constante recuperadora y de la elongación según:

$$E_p = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} m\, \omega^2 x^2$$

- El **valor máximo** de la energía potencial es $E_{p\ máx} = \frac{1}{2} k\ A^2$ y se alcanza en los **extremos** del recorrido.
- La energía potencial es **nula** en la **posición de equilibrio** $(x = 0)$.

A partir de la ecuación del MAS, podemos expresar la energía potencial en función del tiempo:

$$E_p = \frac{1}{2} k\ A^2\ \text{sen}^2\ (\omega t + \phi) = \frac{1}{2} m\ \omega^2 A^2 \text{sen}^2\ (\omega t + \phi)$$

Fijémonos en que la energía potencial en el MAS es siempre positiva o nula, y que depende periódicamente del tiempo.

En la siguiente gráfica se han representado las energías cinética y potencial en función del tiempo a lo largo de un período completo de oscilación, considerando que la partícula comienza su movimiento desde uno de los extremos, $x\ (t = 0) = A$:

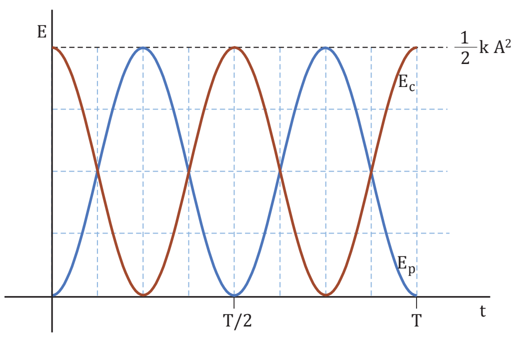


Fig. 9.

- La energía cinética aumenta conforme la partícula se acerca a la posición de equilibrio, donde alcanza su valor máximo y disminuye a medida que se aproxima al otro extremo hasta hacerse cero. En el recorrido de vuelta (media oscilación restante), sucede lo mismo.
- La energía potencial disminuye conforme la partícula se acerca a la posición de equilibrio, donde se anula, y aumenta a medida que se aproxima al otro extremo hasta alcanzar su valor máximo. En el recorrido de vuelta, sucederá exactamente lo mismo.
- Cuando la energía cinética es máxima, la potencial se anula, y viceversa.
- Existen instantes de tiempo para los cuales las energías cinética y potencial adquieren el mismo valor. Como veremos en el subapartado siguiente, ambas energías son iguales en cuatro instantes en cada oscilación, dos a cada uno de los lados de la posición de equilibrio.

Y TAMBIÉN: ¿?

- La energía potencial se mide en julios en el Sistema Internacional.
- El valor máximo de la energía potencial coincide con el de la energía cinética, aunque en puntos distintos de la trayectoria.

Y TAMBIÉN: ¿?

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza sobre un cuerpo no depende de la trayectoria seguida, sino únicamente de las posiciones inicial y final del cuerpo. La fuerza elástica es conservativa.

http://goo.gl/18bI3I

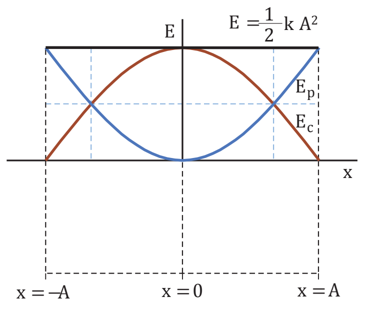


Fig. 10.

- Dependencia de las energías cinética y potencial de un MAS con la elongación.

4.3. Energía mecánica: conservación

La energía mecánica de un oscilador armónico, Em, es la suma de sus energías cinética y potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} k\ (A^2 - x^2) + \frac{1}{2} k\ x^2 = \frac{1}{2} k\ A^2 = \frac{1}{2} m\ \omega^2\ A^2 = cte$$

En ausencia de fuerzas no conservativas (como el rozamiento), la energía mecánica de un oscilador permanece constante.

En la gráfica del margen podemos observar cómo dependen de la elongación las energías cinética y potencial, y cómo la suma de ambas permanece constante.

- La energía mecánica no depende de la elongación, sino solamente de las características del oscilador (k) y de la amplitud (A).
- Salvo en los extremos y en la posición de equilibrio, en los que la energía mecánica es, respectivamente, solo potencial y únicamente cinética, en los restantes puntos la energía mecánica del oscilador es la suma de ambas energías, transformándose una en otra a lo largo del movimiento.
- Existen dos puntos, a ambos lados de la posición de equilibrio, para los cuales coinciden los valores de ambas energías:

$$E_c = E_p; \quad \frac{1}{2} k\ (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} k\ x^2; \quad x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

La partícula pasa, en cada oscilación, dos veces por cada punto; de ahí los cuatro instantes en que los valores de ambas energías coinciden.

Y TAMBIÉN: ¿?

En los fenómenos cotidianos, el rozamiento siempre está presente.
Cuando un objeto vibra, su energía mecánica se disipa en forma de calor debido al rozamiento. Entonces, la amplitud de su movimiento vibratorio armónico simple disminuye (exponencialmente) con el tiempo, provocando que acabe por detenerse. A este fenómeno se le denomina **amortiguamiento**.

Ejemplo 5

Una partícula de 0,20 kg describe un MAS sin rozamiento a lo largo del eje X, de frecuencia 20 Hz. En el instante inicial pasa por el origen, moviéndose hacia el sentido positivo de las X. En otro instante de la oscilación, la energía cinética es de 0,20 J y la energía potencial es de 0,60 J. Escribe la ecuación del movimiento de la partícula.

COMPRENSIÓN. Para determinar la ecuación del movimiento de la partícula, necesitamos averiguar los valores de las constantes del movimiento (A, ω y φ).

DATOS. $m = 0{,}20$ kg; $f = 20$ Hz; $E_c = 0{,}20$ J; $E_p = 0{,}60$ J

RESOLUCIÓN. En primer lugar, hallamos la pulsación a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi f = 40\pi\ \text{rad} \cdot s^{-1}$$

A continuación, calculamos la amplitud a partir de la energía mecánica y de la pulsación:

$$E_m = \frac{1}{2} m\ \omega^2 A^2; \quad A = \sqrt{\frac{2E_m}{m\ \omega^2}}$$

$$A = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}80\ \text{J}}{0{,}20\ \text{kg} \cdot 40^2 \pi^2\ \text{rad}^2 \cdot s^{-2}}} = 0{,}023\ \text{m} = 2{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

Finalmente, hallamos la constante de fase a partir de las condiciones iniciales. Si en el instante inicial la partícula pasa por el origen:

$$x = A\ \text{sen}(\omega t + \varphi); \quad 0 = A\ \text{sen}\varphi; \quad \varphi = 0$$

Nos quedamos con esta solución (y no con φ = π) porque la velocidad inicial es positiva.
Así pues, la ecuación del movimiento será, en unidades del SI:

$$x = 2{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{sen}\ (40\pi t)$$

5. EJEMPLOS DE OSCILADORES ARMÓNICOS

En la naturaleza, hay multitud de osciladores armónicos: vibraciones en cuerdas y tubos de instrumentos musicales, oscilaciones en condensadores que generan ondas electromagnéticas, el aleteo de las alas de un insecto, la corriente eléctrica alterna que circula por un conductor... En este apartado, estudiaremos únicamente dos de los casos más sencillos.

5.1. Masa unida a un resorte vertical

Cuando colgamos una masa m del extremo de un resorte o muelle colocado verticalmente, este se alarga desde $x' = 0$ hasta una nueva posición de equilibrio ($x' = x_0 < 0$). En esta nueva posición de equilibrio, la fuerza recuperadora y el peso tienen el mismo módulo pero sentido contrario, $m\,g = -k\,x_0$.

Si desde $x' = x_0$ continuamos estirando el muelle una longitud x, la fuerza recuperadora será mayor que el peso, de modo que si soltamos la masa esta comenzará a moverse con una cierta aceleración, oscilando con respecto a la nueva posición de equilibrio.

Aplicando la segunda ley de Newton y teniendo en cuenta que $m\,g = -k\,x_0$, resulta:

$$F_{res} = -k(x + x_0) - mg = -kx - kx_0 - m\,g = -kx - kx_0 + kx_0 = -k\,x$$

Por tanto, la fuerza resultante es una fuerza restauradora y la masa se comportará como un oscilador armónico, tomando como origen de coordenadas la nueva posición de equilibrio. Además, la constante k y la frecuencia angular no varían.

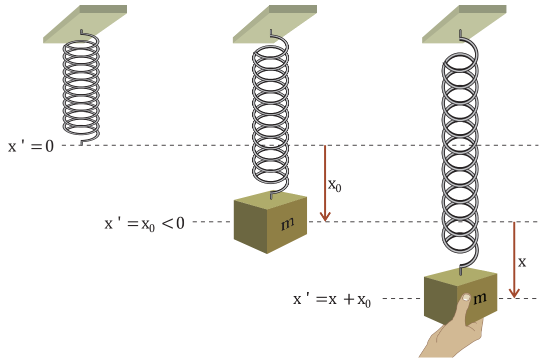


Fig. 11.

Ejemplo 6

Un bloque de $0{,}50$ kg cuelga del extremo inferior de un resorte de constante elástica $72\ N \cdot m^{-1}$. Al desplazar el bloque verticalmente hacia abajo respecto de su posición de equilibrio, comienza a oscilar pasando por el punto de equilibrio con una velocidad de $6{,}0\ m \cdot s^{-1}$. Determina la amplitud y la frecuencia de oscilación.

COMPRENSIÓN. Una masa unida a un resorte vertical oscilará armónicamente respecto a la posición de equilibrio del sistema masa-resorte y su constante recuperadora es la del muelle. Así, la frecuencia angular se calcula de igual manera que si la disposición del muelle fuera horizontal.

DATOS. $m = 0{,}50$ kg; $k = 72\ N \cdot m^{-1}$; $v_{máx} = 6{,}0\ m \cdot s^{-1}$

RESOLUCIÓN. Calculamos la frecuencia de oscilación a partir de la masa del bloque y de la constante elástica del muelle:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{72\ N \cdot m^{-1}}{0{,}50\ kg}} = 12\ rad \cdot s^{-1}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{12\ \cancel{rad} \cdot s^{-1}}{2\pi\ \cancel{rad}} = \frac{6{,}0}{\pi}\,Hz$$

Para hallar la amplitud, tenemos en cuenta que la velocidad en el punto de equilibrio, o velocidad máxima, es de $6{,}0\ m \cdot s^{-1}$:

$$v_{máx} = \omega\,A; \quad A = \frac{v_{máx}}{\omega} = \frac{6{,}0\ m \cdot s^{-1}}{12\ rad \cdot s^{-1}} = 0{,}50\ m$$

COMPROBACIÓN. Puedes llegar al mismo resultado si resuelves el ejercicio mediante consideraciones energéticas.

5.2. Péndulo simple

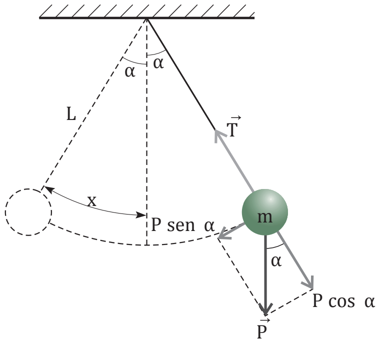


Fig. 12.

- Movimiento armónico simple de un péndulo. La fuerza recuperadora que provoca el MAS es una de las componentes del peso.

Y TAMBIÉN: ¿?

Para que el movimiento de un péndulo simple pueda considerarse un MAS, la longitud del hilo debe ser suficientemente larga (al menos, de 1 m) y el ángulo debe ser muy pequeño, inferior a unos 10°. De este modo, el error cometido al aproximar el sen α por α es inferior al 1 % y podemos considerar el arco de circunferencia x como rectilíneo.

Al inicio de la unidad, entre los ejemplos de los movimientos oscilatorios, se mencionó el péndulo. Se trata de un mecanismo que se ha utilizado ampliamente para la medida del tiempo gracias a que en este tipo de movimiento el período no depende de la amplitud de las oscilaciones.

Un péndulo simple es un punto material de masa m que oscila, sin rozamiento, unido a un hilo inextensible de longitud L y de masa despreciable (en comparación con la del punto material).

Vamos a analizar el movimiento del péndulo simple. Si apartamos la partícula de su posición de equilibrio (posición vertical), volverá a ella por la tendencia de cualquier sistema físico al estado de mínima energía potencial. La partícula seguirá moviéndose por inercia y llegará a la misma altura desde la que partió, pues en ausencia de rozamiento la energía mecánica permanece constante.

Para determinar el período de oscilación, debemos tener en cuenta que la fuerza responsable de su movimiento oscilatorio es la componente del peso que se indica en la figura del margen:

$$F = -m\,g\,\text{sen}\,\alpha = -m\,g\,\text{sen}\,\frac{x}{L}$$

Por último, debemos tener en cuenta que para pequeñas oscilaciones, cuando el valor de α es muy pequeño, se cumple que $\text{sen}\,\alpha \approx \alpha$:

$$F = -m\,g\,\text{sen}\,\frac{x}{L} = -m\,g\,\frac{x}{L}$$

Por tanto, se trata de una fuerza restauradora y **el movimiento del péndulo simple es un MAS** con:

$$k = \frac{m\,g}{L}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{L}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Actividades

1. Una de las principales aplicaciones del péndulo simple es la determinación experimental del valor de la gravedad en un determinado lugar. Te mostramos cómo hacerlo:
   - En pequeños grupos, **preparen** el montaje experimental de la figura.
   - **Midan** la longitud del péndulo (hasta el centro de gravedad de la masa) y anoten en una tabla como la que se muestra.
   - Con un cronómetro **determinen** el período. Para ello, **desplazen** la masa un ángulo pequeño y **midan** el tiempo que el péndulo tarda en efectuar 10 oscilaciones completas (así reducimos el error en la medida). **Anoten** este valor en la tabla. **Repitan** la medida cinco veces y **hallen** el valor medio del período.

   Calculen el valor de la gravedad, $g = 4\pi^2 L / T^2$.

Longitud	Tiempos	Período $T = t/10$	Valor medio de T	g
L =	$t_1 = ...$ $t_2 = ...$ ... $t_5 = ...$	$T_1 = ...$ $T_2 = ...$ ... $T_5 = ...$	T =	g=

   Hagan lo mismo para otros dos péndulos de distinta longitud. Ser rigurosos en la toma de medidas experimentales.
   Hallen la media de los tres valores de la gravedad y comparadla con el valor aceptado de $9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.
   Elaboren un informe de la práctica: enumera el material empleado, describe el proceso seguido, presenta los resultados y extrae tus conclusiones.

Problemas resueltos

A Velocidad del movimiento armónico simple

Una partícula se mueve con MAS de manera que su velocidad es de $3{,}0\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ cuando su elongación es de $2{,}4\ \mathrm{cm}$, y $2{,}0\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ cuando su elongación es de $2{,}8\ \mathrm{cm}$. **Determina** la amplitud y su frecuencia angular.

Solución

COMPRENSIÓN. Debemos determinar dos magnitudes características de un MAS a partir de dos pares de valores velocidad- elongación.

DATOS. $v_1 = 0{,}030\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $x_1 = 0{,}024\ \mathrm{m}$; $v_2 = 0{,}020\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $x_2 = 0{,}028\ \mathrm{cm}$. Incógnitas: A; w

RESOLUCIÓN. Sustituimos los **DATOS** del enunciado en la expresión que relaciona la velocidad del MAS con la elongación:

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\omega\sqrt{A^2 - 0{,}024^2}\ ; \quad 0{,}020 = \omega\sqrt{A^2 - 0{,}028^2}$$

A continuación, resolvemos el sistema de ecuaciones resultante para hallar A y ω:

$$\left.\begin{matrix} 0{,}030 = \omega\sqrt{A^2 - 0{,}024^2} \\ 0{,}020 = \omega\sqrt{A^2 - 0{,}028^2} \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} 9{,}0 \cdot 10^{-4} = \omega^2\ (A^2 - 5{,}8 \cdot 10^{-4}) \\ 4{,}0 \cdot 10^{-4} = \omega^2\ (A^2 - 7{,}8 \cdot 10^{-4}) \end{matrix}\right\}$$

$$5{,}0 \cdot 10^{-4} = 2{,}0 \cdot 10^{-4}\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-4}} = 2{,}5; \quad \omega = 1{,}6\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

$$9{,}0 \cdot 10^{-4} = 1{,}6^2\ (A^2 - 5{,}8 \cdot 10^{-4})$$

$$A^2 = 3{,}6 \cdot 10^{-4} + 5{,}8 \cdot 10^{-4} = 9{,}4 \cdot 10^{-4}; \quad A = 3{,}1 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

COMPROBACIÓN. Los resultados son correctos, como puede probarse sustituyéndolos en las ecuaciones anteriores.

1. Una máquina industrial está anclada al suelo mediante muelles, de manera que en funcionamiento vibra con un MAS de amplitud igual a $1\ \mathrm{mm}$. Si pasa por su posición de equilibrio con una velocidad de $2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, determina el período y **escribe** la ecuación que indica cómo depende su velocidad del tiempo. **Considera** que la velocidad es nula en el instante inicial.

2. **Considera** un MAS de amplitud A. ¿A qué distancia de la posición de equilibrio su velocidad es igual a la mitad de su valor máximo?

B Ecuaciones del movimiento armónico simple

La aceleración de un MAS queda determinada por la expresión $a = -16\pi^2 x$, estando las distancias medidas en centímetros y el tiempo medido en segundos. Sabiendo que la elongación máxima es de $4\ \mathrm{cm}$ y que se ha comenzado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor máximo, **determina** la ecuación del movimiento y la velocidad y aceleración máximas.

Solución

COMPRENSIÓN. Para determinar la ecuación del movimiento, debemos hallar las constantes del movimiento, es decir, A, ω y φ.

DATOS. $A = 4\ \mathrm{cm} = 0{,}04\ \mathrm{m}$; $a = -16\pi^2 \cdot \mathrm{cm \cdot s^{-2}}$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, tapa la respuesta y sigue los pasos de la resolución.

Pasos

- Calculamos, por comparación, la frecuencia angular a partir de la expresión de la aceleración.
- Hallamos la constante de fase a partir de las condiciones iniciales: en $t = 0 \rightarrow x = A$, ya que la aceleración es máxima.
- Sustituimos los valores de las constantes del MAS en la ecuación del movimiento.
- Hallamos $v_{máx}$ y $a_{máx}$ a partir de ω y de A

Respuesta

– $a = -\omega^2 x = -16\pi^2 x$; $\omega = 4\pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$

– $x = A\ \mathrm{sen}\ (\omega t + \varphi)$; $A = A\ \mathrm{sen}\ \varphi$; $\varphi = \pi^2$

– $x = 4\ \mathrm{sen}\ (4\pi t + \varphi)\ \mathrm{cm} = 0{,}04\ \mathrm{sen}\ (4\pi t + \varphi)\ \mathrm{m}$

– Los valores máximos de los módulos de la velocidad y la aceleración se alcanzan cuando:

$v = \pm\omega A = \pm 4\pi \cdot 0{,}04\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = \pm 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$a = \pm\omega^2 A = \pm(4\pi)^2 \cdot 0{,}04\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = \pm 6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

3. La aceleración máxima de una partícula que describe un MAS es de $158\ \mathrm{cm \cdot s^{-2}}$, la frecuencia de las vibraciones es de $4\ \mathrm{Hz}$ y la elongación al cabo de $0{,}125\ \mathrm{s}$ es de $0{,}125\ \mathrm{cm}$. **Escribe** la ecuación de su movimiento.

C Dinámica del movimiento armónico simple

Un cuerpo de $3{,}0$ kg unido a un muelle horizontal oscila con una amplitud de 10 cm y una frecuencia de $2{,}0$ Hz. **Calcula** el período del movimiento, el valor máximo de la fuerza que causa el MAS, la velocidad máxima del cuerpo y su aceleración máxima.

Solución

COMPRENSIÓN. Se trata de una masa que oscila con MAS unida a un muelle horizontal.

DATOS. $m = 3{,}0$ kg; $A = 0{,}10$ m; $f = 2{,}0$ Hz

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, tapa la respuesta y sigue los pasos de la resolución.

Pasos

- Calculamos la frecuencia angular o pulsación y el período a partir de la frecuencia.
- Hallamos la constante recuperadora del muelle a partir de ω y m, con la que calcularemos el valor máximo de la fuerza.
- Calculamos la velocidad y la aceleración máximas a partir de su relación con la frecuencia angular y la amplitud.

Respuesta

- $\omega = 2\pi f = 2\pi \text{ rad} \cdot 2{,}0 \text{ s}^{-1} = 4{,}0\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

  $$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2{,}0 \text{ s}^{-1}} = 0{,}50 \text{ s}$$

- $k = m\,\omega^2 = 3{,}0 \text{ kg} \cdot (4{,}0\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})^2 = 4{,}7 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

  $F_{máx} = k\,A = 4{,}7 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 0{,}10 \text{ m} = 47 \text{ N}$

- Los valores máximos de los módulos de la velocidad y la aceleración se alcanzan cuando:

$v = \pm\omega\, A = \pm 4{,}0\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0{,}10 \text{ m} = \pm 1{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$a = \pm\omega^2 A = \pm(4{,}0\pi)^2 \text{ rad}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0{,}10 \text{ m} = \pm 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

4. Una persona que pesa 780 N monta en un auto haciendo que los muelles de la suspensión cedan $2{,}50$ cm. Suponiendo que no existe amortiguamiento, ¿con qué frecuencia vibrará el auto con el pasajero sobre los muelles?

5. Sobre un plano horizontal liso se encuentra un bloque de $1{,}5$ kg de masa, sujeto al extremo libre de un resorte horizontal fijo por el otro extremo. Se le aplica una fuerza de 15 N, produciéndose un alargamiento de 10 cm y en esta posición se suelta el cuerpo, que inicia un MAS. **Escribe** la ecuación del movimiento del bloque.

D Energía mecánica del movimiento armónico simple

Un objeto de $1{,}5$ kg oscila con movimiento armónico simple unido a un muelle de constante elástica $500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Su velocidad máxima es de $70 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$. **Calcula** su energía total y la amplitud de la oscilación.

Solución

COMPRENSIÓN. Nos piden la energía mecánica y la amplitud del movimiento de un objeto que oscila unido a un muelle.

DATOS. $m = 1{,}5$ kg; $k = 500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $v_{máx} = 0{,}70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, tapa la respuesta y sigue los pasos de la resolución.

Pasos

- Hallamos la frecuencia angular a partir de la constante elástica y de la masa del objeto.
- Calculamos la amplitud a partir de la velocidad máxima.
- Determinamos la energía mecánica a partir de la constante elástica y la amplitud.

Respuesta

- $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}{1{,}5 \text{ kg}}} = 18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

- $$v_{máx} = \omega A; \quad A = \frac{v_{máx}}{\omega} = \frac{0{,}70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}} = 0{,}039 \text{ m}$$

- $$E_m = \frac{1}{2} k\, A^2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot (0{,}039 \text{ m})^2 = 0{,}38 \text{ J}$$

6. Un objeto de $3{,}0$ kg oscila unido a un muelle con una amplitud de $8{,}0$ cm. Su aceleración máxima es de $3{,}50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. **Halla** su energía total.

7. Un bloque de 1 kg, apoyado sobre una mesa horizontal y unido a un resorte, realiza un movimiento armónico simple de $0{,}1$ m de amplitud. En el instante inicial, su energía cinética es máxima y su valor es de $0{,}5$ J. **Escribe** la ecuación de movimiento del bloque.

Ejercicios y problemas

1 Movimiento vibratorio armónico simple.

1. **Busca** en Internet, al menos, tres ejemplos de movimientos armónicos simples que no hayan aparecido en los contenidos de la unidad y descríbelos.

   — Valora cómo los principios que rigen el MAS son parte de una formación científica básica.

2. **Clasifica** los siguientes movimientos en periódicos o vibratorios:

   a. movimiento de un punto de la periferia de una rueda.

   b. traslación de la Tierra alrededor del Sol.

   c. pistón de una máquina.

   d. péndulo de un reloj.

   e. movimiento de una cuerda de guitarra tras pulsarla.

2 Cinemática del MAS

3. **Representa** gráficamente el movimiento armónico simple de una partícula dado por $x = 5\cos\,(10t + p/2)$ en unidades del SI y otro movimiento armónico en fase con el anterior que tenga una amplitud doble cuya frecuencia sea la mitad.

4. **Indica** si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas:

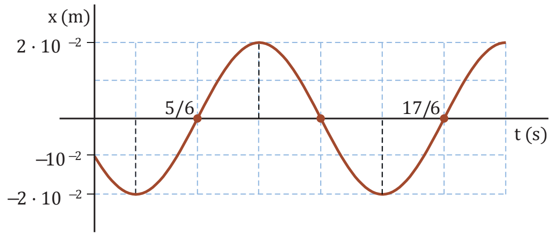
   a. si la aceleración de una partícula es proporcional a su desplazamiento respecto de un punto y de sentido opuesto, el movimiento de la partícula es armónico simple.

   b. la elongación y la aceleración de una partícula que vibra con MAS se encuentran en fase.

5. Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x = 10^{-2}\,\text{sen}\,(8\pi t + \pi/6)$ en unidades del SI. **Determina** el tiempo que tarda en pasar por tercera vez por la posición de equilibrio.

6. Supongamos que el movimiento de la pata de un gato de la suerte japonés puede considerarse un MAS cuya ecuación de la velocidad es, en unidades del SI, $v = -1{,}2\,\text{sen}\,(3{,}0t + \pi/4)$. **Halla** la frecuencia y el período de su movimiento. ¿Cuál será su velocidad en $t = 0$? ¿Y al cabo de medio segundo?

7. La gráfica de la figura representa la posición en función del tiempo de una partícula que oscila con MAS en torno al origen. **Determina** las ecuaciones de la elongación, velocidad y aceleración en función del tiempo.



8. La aguja de una máquina de coser se desplaza verticalmente con un movimiento que puede considerarse un MAS. Si el desplazamiento vertical total de la aguja es de 8 mm y realiza 20 puntadas en 10 s:

   a. **Escribe** la ecuación del movimiento de la aguja, sabiendo que en el instante inicial se encuentra en uno de los extremos de su trayectoria.

   b. **Calcula** los valores máximos de la velocidad y aceleración de la aguja.

9. Un MAS viene dado por la ecuación $x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$, siendo las condiciones iniciales $x = x_0$ y $v = v_0$. **Determina** las constantes A y φ para una determinada pulsación ω.

3 Dinámica del MAS

10. Un imán de nevera consta de un muelle horizontal al que se ha sujetado la figurita de un elefante. En esta dirección horizontal, la figura efectúa un movimiento armónico simple. Razona cómo cambiarían las características del movimiento si sustituyéramos la figura del elefante por otra con el doble de masa.

11. En un MAS el sentido de la fuerza recuperadora apunta siempre hacia el punto de equilibrio. Su valor es:

    a. constante.

    b. sinusoidal, como la elongación.

    c. proporcional a la elongación.

    — Señala lo correcto.

ESTUDIO DEL PÉNDULO SIMPLE

Estudio de los parámetros de que depende la frecuencia angular en un péndulo simple.

MATERIALES:

- Hilo
- Esfera de acero
- Cinta métrica
- Cronómetro
- Soporte universal
- Varillas

http://goo.gl/8WkvRo

https://goo.gl/sC6thr

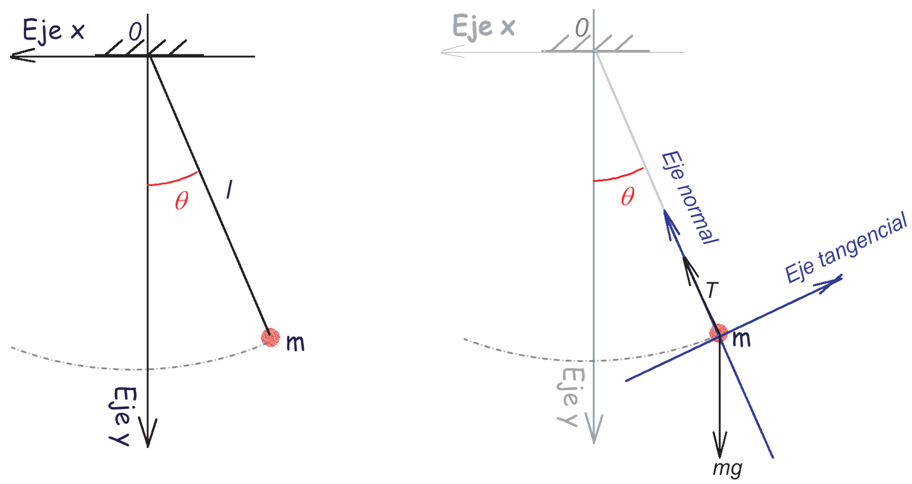
PROCESOS:

- Para diferentes longitudes del hilo realice las mediciones del tiempo que demora el péndulo en realizar n oscilaciones elegidas por usted.
- Construya una tabla y complétela con los valores anteriores.
- Con los datos del número de oscilaciones y del tiempo, determine el período de oscilación del péndulo y compárelo con el calculado por la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

- Para una misma longitud del hilo y utilizando esferas de diferentes masas, mida el tiempo en que el péndulo realiza n oscilaciones y lleve los resultados a una tabla.
- Llegue a conclusiones relacionadas con los factores de que depende el período de oscilación de un péndulo.

http://goo.gl/lPGXg1



CUESTIONES:

a. ¿Qué influencia tiene el ángulo desde el cual se libera el péndulo para que comience a oscilar?

b. ¿A qué conclusiones puede llegar sobre cómo depende el período de oscilación del péndulo de la longitud del hilo y de la masa.

DESARROLLOS TECNOLÓGICOS

¿En qué unidad se mide el tiempo? Los relojes atómicos

Todos sabemos que el segundo es la unidad de tiempo en el SI. La Conferencia General de Pesas y Medidas de 1967 estableció su definición de la siguiente manera: un segundo es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado natural del átomo de cesio-133. Esta definición, un tanto extraña, se debe al hecho del fenómeno antes mencionado. Se trata de un fenómeno vibratorio cuya frecuencia es prácticamente inalterable.

Los relojes atómicos de cesio son, con diferencia, los relojes más precisos que se conocen. Su precisión es tan alta que cometen un error únicamente de un segundo cada 30 000 años. Sus aplicaciones son múltiples: mediciones exactas del tiempo, sistemas de posicionamiento GPS, telefonía móvil, etc.

http://goo.gl/OawNty

— **Investiga** cómo funciona un reloj atómico de cesio y **elabora** un pequeño informe.

NOTICIAS

Un paso hacia los motores moleculares artificiales

SINC | 08 noviembre 2012

Un estudio publicado en *Science* demuestra que es posible usar la energía del movimiento de una molécula de hidrógeno para mover una máquina mecánica.

Procesos como el movimiento de los fluidos, la intensidad de las señales electromagnéticas y la composición química están sujetos a fluctuaciones aleatorias que se conocen como ruido. Se sabe que se puede recolectar la energía procedente de este ruido, ya que en la naturaleza se dan procesos en los que eso ocurre.

Ahora, un equipo de científicos liderados por el español José Ignacio Pascual, responsable del grupo de nanoimagen del centro CIC nanoGUNE de San Sebastián, ha descubierto que el movimiento aleatorio –el ruido– de una molécula de hidrógeno puede causar el movimiento periódico de un oscilador mecánico.

«Esto significa que la molécula más pequeña posible, la de hidrógeno, está "empujando" un oscilador diez trillones de veces más masivo», explica Pascual.

Según Felix von Oppen, otro de los autores del trabajo, «un aspecto prometedor de los resultados es que podrían ser considerados en el diseño de motores moleculares artificiales que extraerían la energía de ambientes con ruido».

EMPRENDEDORES

Experimento de la gravedad en la expedición Malaspina

SINC | 22 diciembre 2013

La gran expedición científica ilustrada española en aguas del Pacífico fue la de Alejandro Malaspina y su colega José de Bustamante y Guerra. Entre 1788 y 1794 cartografiaron muchas de las islas y costas pacíficas. Los naturalistas de su tripulación recogieron un inventario de 14 000 plantas y más de 500 especies animales, además de efectuar investigaciones astronómicas y mediciones de la gravedad en lugares tan lejanos como Nueva Zelanda.

Esto, por ejemplo, lo hicieron con un péndulo en un fiordo de Nueva Zelanda, donde el nombre de algunos de sus puntos geográficos recuerdan aquella visita (Bauza Island –en honor al cartógrafo Felipe Bauza–, Febrero Point, Malaspina Reach, Péndulo Reach).

http://goo.gl/2Ukmda

Un cuerpo se mueve con **movimiento oscilatorio** o **vibratorio** cuando lo hace periódicamente a un lado y a otro de su posición inicial o de equilibrio.
Si este movimiento puede expresarse mediante funciones armónicas (como seno o coseno), se trata de un **movimiento vibratorio armónico simple (MAS)**.

Cinemática del MAS

Ecuación de la posición: $x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi)$

- x es la elongación, A es la amplitud o elongación máxima, ω es la frecuencia angular o pulsación, y φ es la fase inicial o constante de fase.
- $\omega t + \varphi$ es la fase, y determina el estado de vibración.
- Para un MAS concreto A, ω y φ son las constantes del MAS.
- La frecuencia y el período de la oscilación se relacionan con la frecuencia angular mediante:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Ecuación de la velocidad: $v = A\,\omega \cos(\omega t + \varphi) = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$
El módulo de la velocidad es máximo en la posición de equilibrio y mínimo en los extremos.

Ecuación de la aceleración: $a = -A\,\omega^2\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$
La aceleración es proporcional a la elongación y de sentido contrario a ella.

Dinámica del MAS

Una partícula se mueve con MAS cuando sobre ella actúa una fuerza restauradora o recuperadora, proporcional a la elongación y de sentido contrario ($F = -k\,x$).

La frecuencia angular del MAS es: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Energía del MAS

Energía cinética: $E_c = \dfrac{1}{2} k\,A^2 \cos^2(\omega t + \phi) = \dfrac{1}{2} k\,(A^2 - x^2)$

Energía **potencial**: $E_p = \dfrac{1}{2} k\,A^2 \text{sen}^2(\omega t + \phi) = \dfrac{1}{2} k\,x^2$

Conservación de la energía mecánica
En ausencia de rozamiento: $E = E_c + E_p = \dfrac{1}{2} k\,A^2 = \text{cte}$

Ejemplos de osciladores armónicos

Masa unida a un resorte vertical
La frecuencia de oscilación es: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Péndulo simple
Para pequeñas oscilaciones y valores grandes de la longitud del péndulo, L, el período de oscilación es: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

Para finalizar

1. Un objeto sigue un MAS. Cuando está a $3{,}0\ \text{cm}$ de la posición de equilibrio su velocidad es de $6{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, mientras que si la distancia es de $5{,}0\ \text{cm}$, su velocidad es de $2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. **Determina** la amplitud del movimiento y su frecuencia.

2. La energía mecánica de una partícula que realiza un movimiento armónico simple a lo largo del eje X y en torno al origen vale $3 \cdot 10^{-5}\ \text{J}$, y la fuerza máxima que actúa sobre ella es de $1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$.

   a. **obtén** la amplitud del movimiento.

   b. si el período de la oscilación es de $2\ \text{s}$ y en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición $x = 2\ \text{cm}$, escribe la ecuación del movimiento.

3. Un cuerpo de $5\ \text{kg}$ oscila unido a un muelle horizontal con una amplitud de $4\ \text{cm}$. Su aceleración máxima es de $24\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. **Halla** la constante elástica, la frecuencia y el período del movimiento.

4. Una partícula de $1{,}0\ \text{g}$ de masa inicia un MAS en el punto de máxima elongación, que está a $1{,}0\ \text{m}$ del origen. El tiempo que tarda la partícula en alcanzar el origen es de $0{,}25\ \text{s}$. **Calcula** la pulsación del movimiento y la fuerza que actúa sobre la partícula transcurridos $0{,}10\ \text{s}$ desde el instante inicial.

5. **Justifica** cómo variarían las magnitudes de la ecuación del MAS si se duplicaran, simultáneamente, el período del movimiento y la energía mecánica de la partícula.

6. Un bloque de $0{,}12\ \text{kg}$, situado sobre una superficie horizontal lisa y unido al extremo de un resorte, oscila con una amplitud de $0{,}20\ \text{m}$.

   a. Si la energía mecánica del bloque es de $6{,}0\ \text{J}$, **determina** razonadamente la constante elástica del resorte y la frecuencia de las oscilaciones.

   b. **Calcula** los valores de la energía cinética y de la energía potencial cuando el bloque se encuentra a $0{,}10\ \text{m}$ de la posición de equilibrio.

7. Un cuerpo de $80\ \text{g}$, unido al extremo de un resorte horizontal, describe un movimiento armónico simple con una amplitud de $5\ \text{cm}$.

   a. **escribe** la ecuación de movimiento del cuerpo, sabiendo que su energía cinética máxima es de $2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$ y que en el instante $t = 0$ el cuerpo pasa por su posición de equilibrio.

   b. **representa** gráficamente la energía cinética del cuerpo en función de la posición e indica el valor de la energía mecánica. Describe las transformaciones energéticas que tienen lugar.

8. Una persona de masa m practica puenting con una cuerda elástica de constante $800\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$. Una vez que se ha tirado, queda oscilando armónicamente con una frecuencia de $0{,}50\ \text{Hz}$. **Halla** m y la distancia que se ha estirado la cuerda con respecto a su longitud natural en la posición de equilibrio.

9. **Calcula** el período de oscilación de un cuerpo de masa M que vibra colgado de dos muelles iguales de constante elástica k, colocados paralelamente.

10. Una nave espacial se aleja de la Tierra con una aceleración igual a $3\ g$. Dentro de la nave se encuentra un péndulo que, en la superficie de la Tierra, **realiza** media oscilación cada segundo.

    ¿Cuál será el período del péndulo en la nave?

    Argumenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones acerca del MAS:

    a. la frecuencia no depende de la amplitud.

    b. la energía total es proporcional al cuadrado de la amplitud.

    c. el movimiento de un péndulo es un MAS para cualquier desplazamiento angular inicial.

    d. la energía cinética es igual a la mitad de la energía potencial cuando el oscilador se encuentra en el punto medio entre la posición de equilibrio y uno de los extremos.

11 **Consulta** la simulación cuyo enlace aparece a continuación para saber cómo dependen las magnitudes del MAS de las condiciones iniciales y explícalo en tu cuaderno: http://goo.gl/KizjY1

12 Un objeto oscila con una amplitud de $6{,}0\ \mathrm{cm}$ unido a un muelle horizontal de constante $2{,}0\ \mathrm{kN \cdot m^{-1}}$. Su velocidad máxima es de $2{,}20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. **Halla** la masa del objeto y la frecuencia y el período del movimiento.

13 Un bloque de $0{,}50\ \mathrm{kg}$ se encuentra sobre una superficie horizontal sin rozamiento, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica $200\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$. Se tira del bloque hasta alargar el resorte $10\ \mathrm{cm}$ y se suelta. **Escribe** la ecuación de movimiento del bloque.

14 Un cuerpo unido a un muelle horizontal oscila con un período de $0{,}4\ \mathrm{s}$. Si el cuerpo se suspende verticalmente del muelle, ¿en cuánto se alargará el muelle respecto a su longitud natural cuando el cuerpo esté en equilibrio?

15 Un bloque de madera está sujeto a un muelle y oscila sobre una superficie horizontal lisa con un período de $0{,}8\ \mathrm{s}$. Un segundo bloque descansa en su parte superior. El coeficiente de rozamiento estático entre los bloques es de $0{,}25$.

a. si la amplitud de oscilación es de $1\ \mathrm{cm}$, ¿deslizará el bloque situado arriba?

b. ¿Cuál es la mayor amplitud de oscilación para la cual no se desliza el bloque situado en la parte superior?

16 Razona si las siguientes afirmaciones relativas al movimiento armónico simple son verdaderas o falsas:

a. la amplitud y la frecuencia aumentan si incrementa la energía mecánica.

b. la energía mecánica de la partícula se duplica si también se duplica la frecuencia del movimiento.

c. la amplitud y la frecuencia no varían cuando disminuye la masa oscilante.

d. la energía mecánica de un oscilador armónico se cuadruplica al duplicar la amplitud de la oscilación.

e. si un oscilador armónico se halla en un instante en la posición $x = A/2$, la relación entre las energías cinética y potencial es $E_c = 3E_p$.

17 Una pieza de queso de $3\ \mathrm{kg}$ se deposita sobre una báscula mecánica cuya constante recuperadora es de $2\ \mathrm{kN \cdot m^{-1}}$, de modo que oscila con una energía total de $0{,}9\ \mathrm{J}$. **Determina**: a. la amplitud del movimiento; b. la velocidad máxima.

18 Una partícula de $5{,}0\ \mathrm{g}$ está sometida a una fuerza $F = -k\,x$. En el instante $t = 0$, pasa por $x = 0$ con una velocidad de $1{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. La frecuencia del movimiento es de $2/\pi\ \mathrm{Hz}$. **Calcula** el valor de la aceleración en el punto de máxima elongación y la energía cinética en cualquier instante.

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo? | ¿He cumplido mis tareas? | ¿Qué aprendí en esta unidad?

- Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras? | ¿He respetado las opiniones de los demás?

- **Escribe** la opinión de tu familia.

- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

Proyecto

DETERMINACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD EN ECUADOR

ELEGIMOS:

Alguna vez te has preguntado cómo poder determinar experimentalmente la aceleración de la gravedad en una determinada región con la ayuda de un péndulo.

Uno de los movimientos analizados en el presente libro es el movimiento armónico simple (MAS) y en él puedes analizar la expresión que relaciona el período de oscilaciones del mismo con su longitud y la aceleración de la gravedad.

En este proyecto investigarás cómo determinar el valor local de la aceleración de la gravedad con la ayuda de un péndulo.

PLANIFICAMOS

El período de oscilación de un péndulo viene dado por la expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Donde:

T: Período de oscilación

L: Longitud del hilo

G: Aceleración de la gravedad

El periodo es igual al tiempo (t) que tarda el péndulo en dar una oscilación completa (n):

$$T = \frac{t}{n}$$

Materiales:

- Hilo
- Cuerpo que no sea muy ligero
- Cronómetro

https://goo.gl/sC6thr

DESARROLLAMOS

- Organiza las actividades que debes desarrollar para medir las magnitudes que aparecen en la tabla.

<table>
<tr><th>LONGITUD DEL HILO,
L (m)</th><th>PERÍODO,
$T(s)$</th><th>TIEMPO QUE DEMORA EN EFECTUAR n OSCILACIONES, t (s)</th><th>Valor mas probable
$(\bar{T})$</th></tr>
<tr><td rowspan="5">L_1</td><td rowspan="5">T_1</td><td></td><td rowspan="15">$\bar{T}$</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">L_2</td><td rowspan="5">T_2</td><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">L_n</td><td rowspan="5">T_n</td><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

- **Comprueba** la posible relación entre las variables L y T^2.
- **Realiza** un gráfico de $L = f_{(T^2)}$
- **Analiza** si puedes realizar un análisis por regresión lineal y cómo a partir del gráfico puedes determinar la aceleración de la gravedad.
- **Realiza** un análisis de todo el trabajo y preséntalo en un informe escrito.

http://goo.gl/a5O7or

Un alto en el camino

1 Desde una altura de 2,8 m se deja caer una bola de 0,55 kg sobre una superficie de arena. La bola penetra 12 cm en la arena hasta detenerse.

Utilizando las ecuaciones del MRUA, **halla** la energía cinética de la bola justo antes de llegar a la arena y la fuerza, supuesta constante, que ejerce la arena sobre la bola para detenerla.

2 ¿Depende la energía cinética de la dirección y el sentido del desplazamiento de un móvil? ¿Y del sistema de referencia inercial? ¿Es válido el teorema de las fuerzas vivas al cambiar de sistema de referencia inercial?

3 Un helicóptero rescata a una mujer de 60 kg situada en el mar a 10 m por debajo del helicóptero, elevándola con un cable. Si la fuerza del cable es de 700 N, ¿qué velocidad tiene la mujer en el instante justo anterior a llegar al helicóptero?

4 ¿Qué se entiende, en física, por energía potencial?

5 **Calcula** la diferencia de energía potencial gravitatoria de una mujer de 65 kg a orillas del lago Titicaca (altitud: 3 810 m) con respecto a la que tiene si está en el Machu Picchu (altitud: 2 430 m).

a. El potencial eléctrico que crea una carga puntual $Q = +5{,}0\ \mu C$ en un punto en el vacío a 5,0 m de distancia.

b. La energía potencial eléctrica que adquiere una carga puntual $q = +2{,}0\ \mu C$ en este punto.

6 ¿Cuánto vale la energía potencial elástica de un muelle que no está alargado ni comprimido?

7 Razona si es posible que la diferencia de potencial entre dos puntos del espacio sea igual a cero.

8 ¿Puede haber distintos puntos del espacio en los que un cuerpo tenga igual valor de la energía potencial? **Indica** algún ejemplo.

¿Qué es una fuerza conservativa? **Cita** un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza no conservativa.

9 **Calcula** el trabajo que debes realizar para tender 8,0 kg de ropa al sol, si el cable de colgar la ropa está a 1,6 m del suelo. ¿En qué se invierte este trabajo?

10 Para sacar 30 l de agua del interior de un pozo, se ha llevado a cabo un trabajo de 1,47 kJ. **Calcula** la profundidad del pozo y el valor de la energía potencial gravitatoria del agua en su interior, si tomamos el origen de energía en la boca del pozo.

11 Un resorte de un juguete se comprime una longitud de 3 cm, utilizando una energía E. ¿Cuánto valdrá la deformación en el caso de que la energía sea la mitad que antes? Razona tu respuesta.

12 Una caja de sorpresas tiene tres peluches, cada uno unido a un muelle de $k = 90\ N \cdot m^{-1}$. ¿Cuánta energía elástica contiene la caja cerrada, si cada muelle está comprimido 12 cm ?

13 Un cuerpo de 2,0 kg se encuentra sobre una mesa plana y horizontal sujeto a un muelle de constante elástica $15\ N \cdot m^{-1}$. Se desplaza el cuerpo 2,0 cm de la posición de equilibrio y se libera.

a. **Explica** cómo varían las energías cinética y potencial del cuerpo e indica a qué distancia de su posición de equilibrio ambas energías tienen igual valor.

b. **Calcula** la máxima velocidad que alcanza el cuerpo.

14 Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razona cómo varía su energía potencial electrostática si lo hace:

a. En la misma dirección y el mismo sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario?

b. En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?

15 Dos cargas eléctricas puntuales, positivas e iguales están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal. **Contesta** razonadamente si:

a. El potencial puede ser nulo en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas.

b. Al separar las cargas a una distancia doble de la inicial, se reduce a la mitad la energía potencial del sistema.

16 Una carga Q crea un campo eléctrico. Se sabe que en un punto A el potencial eléctrico es menor que en un punto B y que el punto A está más alejado que el B de la carga Q. Razona:

a. Si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye al pasar de A a B.

b. Cuál es el signo de la carga Q.

17 Dos cargas eléctricas puntuales $q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ C y $q_2 = -4 \cdot 10^{-6}$ C están separadas 0,1 m.

a. Si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye al pasar de A a B.

b. Cuál es el signo de la carga Q.

Un cuerpo, situado sobre una superficie horizontal lisa y unido al extremo de un resorte, efectúa un movimiento armónico simple y los valores máximos de su velocidad y aceleración son, respectivamente, $0{,}60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y $7{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

a. **Determina** el período y la amplitud del movimiento.

b. Razona cómo variaría la energía mecánica del cuerpo si se duplicara: 1. la frecuencia; 2. la aceleración máxima.

18 Un bloque de 3,0 kg se halla en la parte superior de un plano inclinado rugoso de 4,0 m de altura. Al liberar el bloque, se desliza por el plano inclinado y llega al suelo con una velocidad de $5{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

a. **Analiza** las transformaciones energéticas que tienen lugar y representa gráficamente las fuerzas que actúan sobre el bloque.

b. **Determina** el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria y por la fuerza de rozamiento.

19 En un almacén de mercancías, un bloque de 150 kg asciende con velocidad constante por un plano inclinado 30° respecto de la horizontal bajo la acción de una fuerza paralela al plano. El coeficiente de rozamiento bloque-plano vale 0,20.

- **Halla** la fuerza aplicada y el aumento de energía potencial del bloque si se desplaza 2,0 m.

20 Una partícula se mueve bajo la acción de una fuerza conservativa. Razona si aumenta o disminuye su energía potencial. ¿Y su energía cinética?

21 Una chica golpea una pelota de tenis de 57 g y le comunica una velocidad de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. **Calcula**:

a. La energía mecánica de la pelota.

b. La altura máxima a la que llega si su velocidad inicial forma un ángulo de 45° con la vertical.

c. El máximo valor de energía potencial gravitatoria que adquiere.

d. La energía mecánica de la pelota al golpear el suelo.

Anexos

goo.gl/hmYFue

UNIDADES CON NOMBRE ESPECIAL (MAGNITUDES DERIVADAS)

- **Hertz o hercio** (Hz). Unidad de **frecuencia**.

  Definición: un **hercio** es un ciclo por segundo.

- **Newton (N)**. Unidad de **fuerza**.

  Definición: un newton es la fuerza necesaria para proporcionar una **aceleración de 1 m/s²** a un objeto cuya **masa** sea de **1 kg**.

- **Pascal (Pa)**. Unidad de **presión**.

  Definición: un pascal es la presión normal (perpendicular) que una fuerza de un newton ejerce sobre una superficie de un metro cuadrado.

- **Julio o Joule** (J). Unidad de **trabajo** y **energía**.

  Definición: un julio es el trabajo realizado por una fuerza de 1 newton para desplazar 1 m en la dirección de la fuerza a un objeto cuya masa sea de **1 kg**.

- **Vatio (W)**. Unidad de **potencia**.

  Definición: un vatio es la potencia que genera una energía de un julio por segundo. En términos eléctricos, un vatio es la potencia producida por una diferencia de potencialde un voltio y una corriente eléctrica de un amperio.

- **Culombio** (C). **Unidad** de **carga eléctrica**.

  Definición: un culombio es la cantidad de electricidad que una corriente de un amperio de intensidad transporta durante un segundo.

- **Voltio (V)**. **Unidad de potencial eléctrico** y **fuerza electromotri**z.

  Definición: diferencia de potencial a lo largo de un conductor cuando una corriente eléctrica de una intensidad de un amperio utiliza un vatio de potencia.

- **Ohmio (Ω). Unidad de resistencia eléctrica**.

  Definición: un ohmio es la resistencia eléctrica existente entre dos puntos de un conductor cuando -en ausencia de fuerza electromotriz en éste- una diferencia de potencial constante de un voltio aplicada entre esos dos puntos genera una corriente de intensidad de un amperio.

- **Siemens (S). Unidad de conductancia eléctrica**.

  Definición: un siemens es la conductancia eléctrica existente entre dos puntos de un conductor de un ohmio de resistencia.

- **Faradio (F). Unidad de capacidad eléctrica**.

  Definición: un faradio es la capacidad de un conductor que con la carga estática de un culombio adquiere una diferencia de potencial de un voltio.

- **Tesla (T). Unidad de densidad de flujo magnético e intensidad de campo magnético**.

  Definición: un tesla es una inducción magnética uniforme que, repartida normalmente sobre una superficie de un metro cuadrado, a través de esta superficie produce un **flujo magnético** de un weber.

- **Weber (Wb)**. Unidad de flujo magnético.

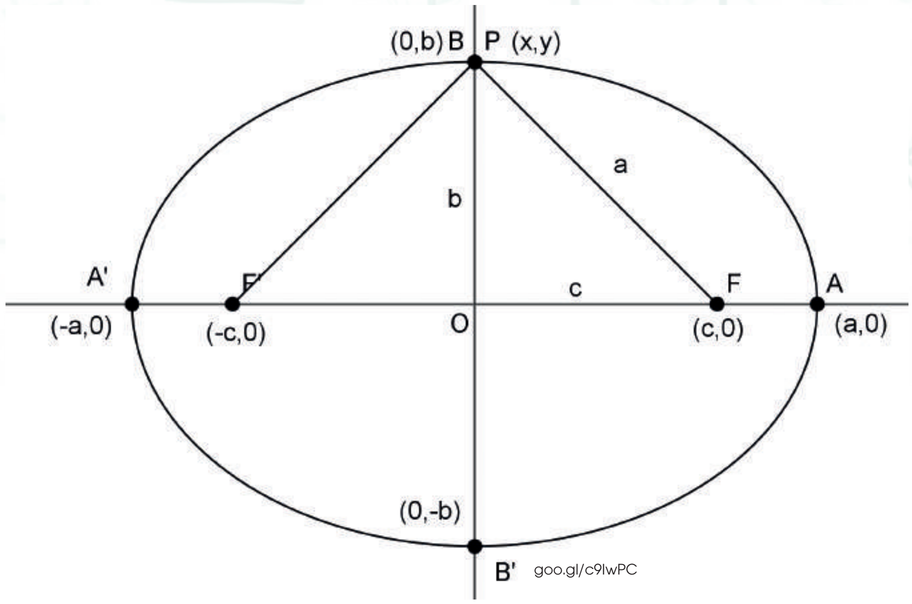
  Definición: un weber es el flujo magnético que al atravesar un circuito uniespiral genera en éste una fuerza electromotriz de un voltio si se anula dicho flujo en un segundo por decrecimiento uniforme.

- **Henrio** (H). Unidad de **inductancia**.

  Definición: un henrio es la inductancia de un circuito en el que una corriente que varía a razón de un amperio por segundo da como resultado una fuerza electromotriz autoinducida de un voltio.

- **Radián** (rad). Unidad de **ángulo plano**.

  Definición: un radián es el ángulo que limita un arco de circunferencia cuya **longitud** es igual al radio de la circunferencia.



Definición de elipse.- La elipse es una figura geométrica plana, curva y cerrada, con dos ejes perpendiculares desiguales (eje mayor y eje menor), que resulta de cortar la superficie de un cono por un plano no perpendicular a su eje, y que tiene la forma de un círculo achatado.

La elipse es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que la suma de las distancias a otros dos puntos fijos llamados focos es constante.

Los focos de la elipse son dos puntos equidistantes del centro, *F1 y F*2 (foco 1 y foco 2) en el eje mayor.

En una elipse, se cumple, que la suma de las distancias desde cualquier punto P de la elipse a los dos focos es constante, e igual a la longitud del diámetro mayor

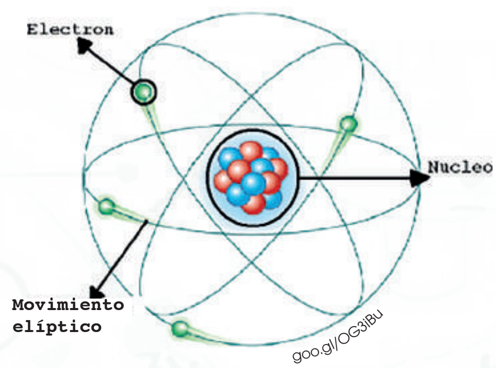
$d(P,F_1)+d(P,F_2)=2a.$

Ejemplos de movimientos elípticos:

- Las órbitas que describen los planetas en su trayectoria alrededor del Sol son elipses"

- Un modelo atómico llamado ***Modelo atómico de Sommerfeld***, propuesto por el Físico alemán Arnold Sommerfeld, propone que los electrones se mueven alrededor del núcleo atómico, mediante movimientos elípticos.

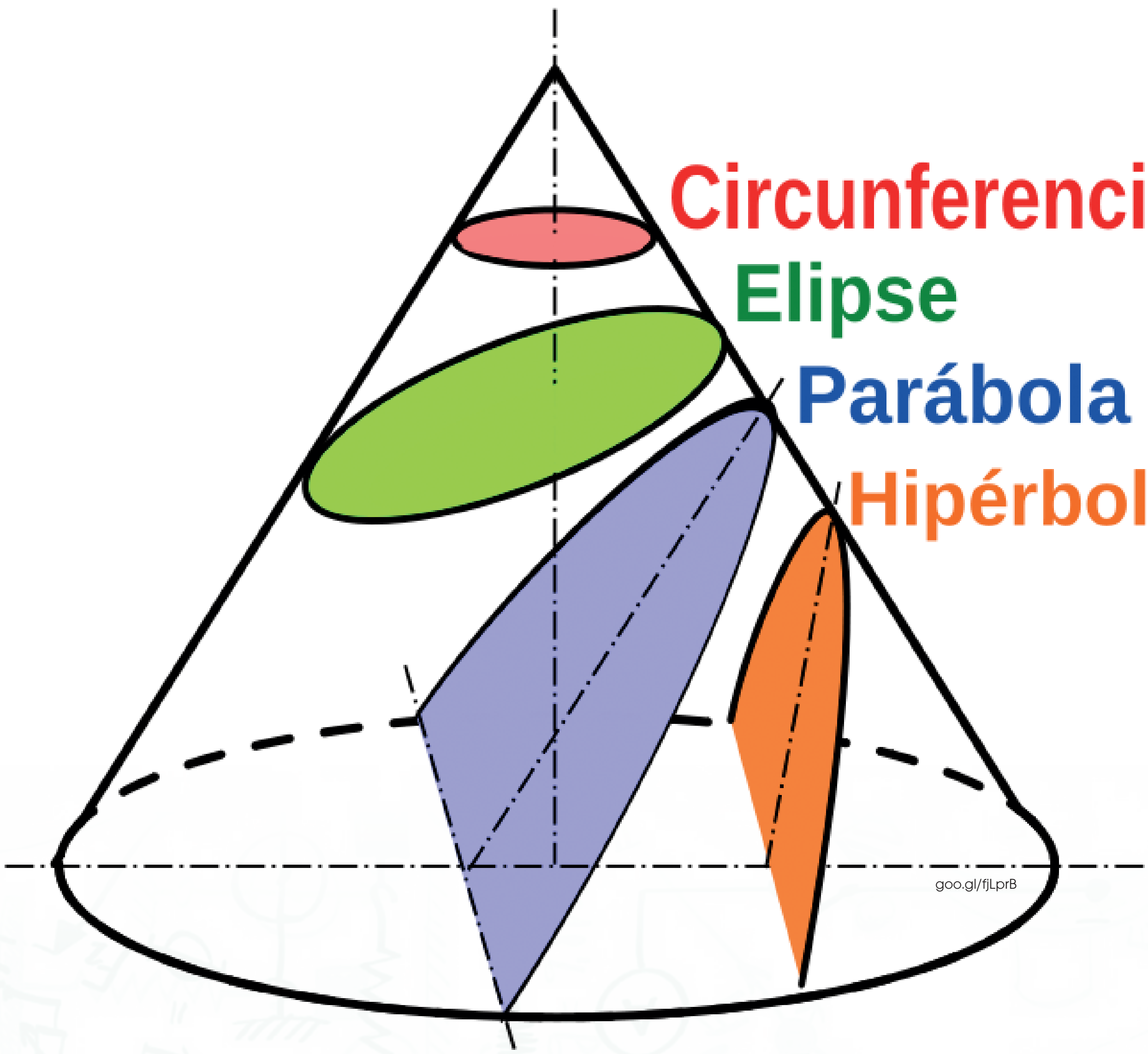
  Es el gráfico más famoso de un modelo atómico usado en logotipos de productos, comics, series de televisión, etc.

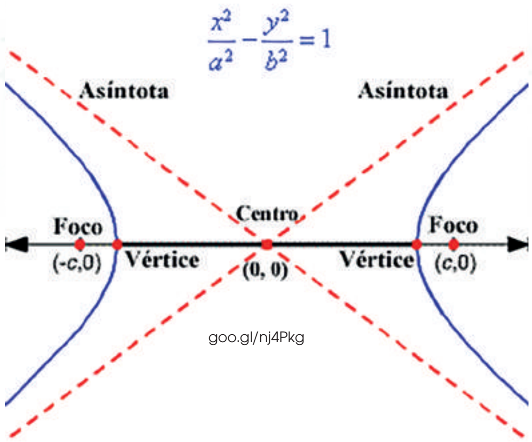


Movimiento hiperbólico

Definición de hipérbola.- La hipérbola es una figura geométrica plana, curva y abierta, con dos ejes perpendiculares desiguales (eje mayor y eje menor), que resulta de cortar la superficie de un cono por un plano oblicuo al eje de simetría.

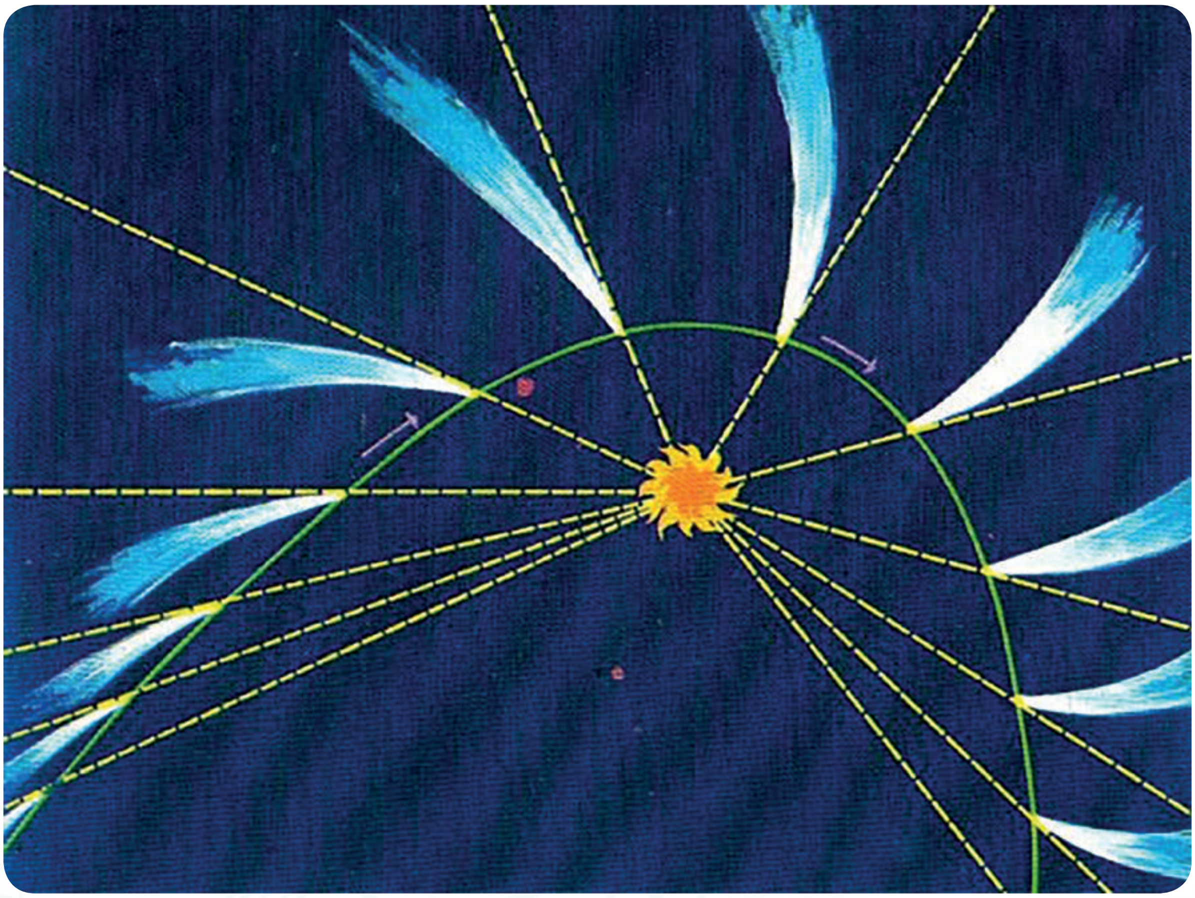
Una hipérbola es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos, que son llamados focos, es igual a la distancia entre los vértices y es una constante mayor a cero.





Ejemplos de movimientos hiperbólicos:

- Trayectoria de algunos cometas.- Un cuerpo celeste que provenga del exterior del sistema solar y que sea atraído por el Sol, describirá una trayectoria hiperbólica, teniendo como un foco al Sol y saldrá nuevamente del sistema solar.



goo.gl/fB5Lcz

El universo se expande, ¿a qué velocidad?

En 1929, Edwin Hubble anunció el descubrimiento de que, en cualquier dirección que se observe, las galaxias se alejan de nosotros. Hubble había observado distintas líneas espectrales conocidas en diferentes galaxias y se había dado cuenta de que siempre aparecían desplazadas hacia la parte más roja del espectro. Este hecho lo interpretó correctamente como un efecto Doppler debido al alejamiento (recesión). Además, había una correlación inversa entre el brillo de la galaxia y la magnitud del desplazamiento al rojo, lo que implicaba que las galaxias más lejanas son también las que se alejan a mayor velocidad.

Así, la cosmología científica nació con la ley de Hubble, la primera observación con significado puramente cosmológico. Hubble obtuvo una relación lineal entre el desplazamiento al rojo z (observado en la luz proveniente de las galaxias) y la distancia D (a la que se encuentran):

$$c\,z = H_0\,D$$

donde c es la velocidad de la luz y H_0 es la constante de Hubble, expresada habitualmente en $km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$.

El pársec o parsec (símbolo pc) es una unidad de longitud utilizada en astronomía.

$$1\ pc = 206\,265\ ua = 3{,}2616\ \text{años luz} = 3{,}085\,7 \cdot 10^{16}\ m$$

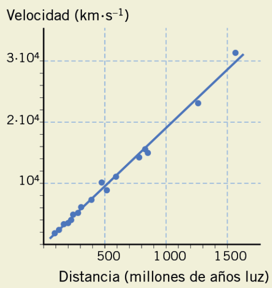
Kilopársec (kpc): mil pársecs, **3 262 años luz.**

Megapársec (Mpc): un millón de pársecs, distancia equivalente a unos **3,26 millones de años luz.**

La ley de Hubble es una relación aproximada para pequeños desplazamientos al rojo, pero podría implicar, por extrapolación, una relación lineal entre la velocidad y la distancia, que se cumpliera para cualquier distancia considerada. Este hecho se interpreta considerando que el universo está en expansión, según una ley de la forma: $v = H_0\,D$, conocida como relación **velocidad-distancia.**

La constante de Hubble (H_0) indica el ritmo de expansión del universo. Es un número muy importante en cosmología, ya que se utiliza para estimar el tamaño y la edad del universo.

Su valor se calcula a partir de las velocidades de recesión, v, y las distancias, D, de las galaxias: $H_0 = v/D$, cuyos valores son difíciles de medir, pues, para calcular H_0 con precisión, es necesario utilizar galaxias suficientemente lejanas como para que cualquier movimiento, debido a interacciones gravitatorias con galaxias o cúmulos de galaxias cercanos, sea suficientemente pequeño.



La ley de la **velocidad-distancia** es la única relación posible que produce una expansión, que no cambia la forma de las estructuras en el universo y que, además, es compatible con una visión donde nuestra posición en el universo no es de particular importancia: todos los observadores, en cualquier lugar del universo, verán el mismo tipo de ley.

— Investiga cuál es el valor propuesto en los últimos años para la constante de Hubble, H_0.

— Conéctate a la página **http://links.edebe.com/mwr33** y practica con el modelo de universo que propone. Explica su fundamento.

Archivo fotográfico edebé.

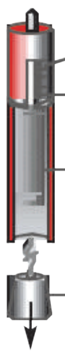
goo.gl/r12rgK

El dinamómetro

Es un instrumento utilizado para medir la intensidad de las fuerzas que se basa en la ley de Hooke. Consiste en un tubo en cuyo interior se encuentra un muelle elástico.

El alargamiento que el muelle experimenta al aplicar una fuerza en su extremo es proporcional a dicha fuerza.

El valor de la fuerza se lee en una escala graduada incorporada al aparato.

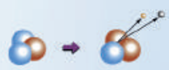


Las fuerzas de la naturaleza

¡Disfruta del vídeo «In Search of Giants – Part 2 – The forces of nature», en **http://youtu.be/nNNwyplykcw***!*

Conocerás las partículas fundamentales de la naturaleza y, además, descubrirás que las fuerzas son el origen del cambio en el universo.

A lo largo del vídeo, se muestran ejemplos en los que se manifiestan las cuatro fuerzas de la naturaleza.

FUERZAS FUNDAMENTALES	INTENSIDAD	ALCANCE	DESCRIPCIÓN
Nuclear fuerte 	1	10^{-15} m	Mantiene unidos a los protones en el núcleo.
Electromagnética 	1/137	infinito	Responsable de la impenetrabilidad de los objetos y de la estructura de átomos y moléculas, así como de las reacciones químicas y procesos biológicos.
Nuclear débil 	10^{-6}	10^{-18} m	Responsable de la desintegración de algunos núcleos y de la producción de energía de las estrellas.
Gravedad 	$6 \cdot 10^{-39}$	infinito	Responsable de la estructura del universo, el sistema solar, de las mareas...

— Confecciona una tabla de doble entrada *(Tipo de fuerza / Ejemplos)* y clasifica los ejemplos que aparecen en el vídeo según el tipo de fuerza. Piensa en algún ejemplo más e inclúyelo en la tabla.

— Prepara una pequeña presentación (de 10 minutos como máximo) en la que expliques las características principales de cada fuerza y acompáñala de los ejemplos que has recopilado.

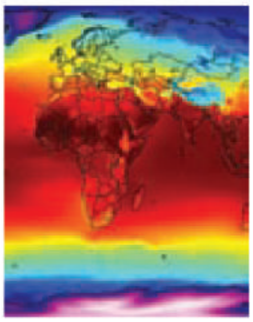
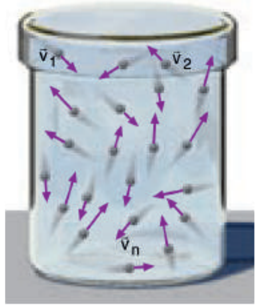
— Explica con tus propias palabras qué hace que, por ejemplo, puedas sostener una cuchara en tu mano y que puedas verla.

3. Concepto de campo

Sabemos que el Sol ejerce una fuerza de atracción gravitatoria sobre los planetas que giran a su alrededor. Ésta es una **fuerza a distancia,** pues no hay contacto entre las masas que interaccionan.

Para explicar estas fuerzas a distancia admitimos que el Sol perturba de algún modo el espacio que lo rodea, de manera que sobre los cuerpos situados a su alrededor se manifiestan fuerzas.

*Llamamos **campo** a la perturbación real o ficticia del espacio determinada por la asignación a cada punto del valor de una magnitud.*

Campos escalares	Campos vectoriales
Campos en los que la magnitud característica viene representada por un escalar. *Ejemplo:* un mapa de temperaturas. 	Campos en los que la magnitud característica viene representada por un vector. *Ejemplo:* la función que nos da las velocidades de las moléculas de un gas en un recipiente cerrado. 

FÍJATE

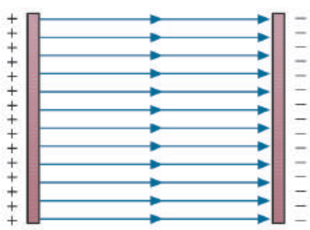
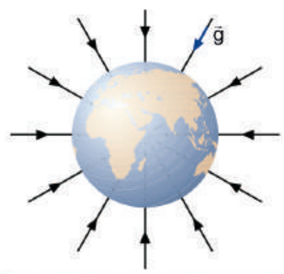
El concepto de **campo** se introdujo en la física a raíz de la descripción de las interacciones electromagnéticas, hecha por el físico y químico inglés M. Faraday (1791-1867), mediante líneas de campo. Posteriormente, el concepto se extendió a la interacción gravitatoria.

3.1. Campos de fuerza

El Sol o la Tierra perturban el espacio que los rodea creando a su alrededor un *campo de fuerzas*.

*Decimos que existe un **campo de fuerzas** en un lugar del espacio si, al colocar en él un cuerpo de prueba, éste queda sometido a una fuerza.*

Dos ejemplos de campos de fuerza son:

Campos uniformes	Campos centrales
En ellos los vectores fuerza tienen el mismo módulo, dirección y sentido en todos los puntos del espacio. *Ejemplo:* el campo eléctrico que existe entre las placas de un condensador plano. 	En ellos las direcciones de todos los vectores fuerza convergen en un mismo punto, llamado *centro del campo*. El módulo del vector fuerza depende únicamente de la distancia del punto considerado al centro del campo. *Ejemplo:* el campo gravitatorio de la Tierra. 

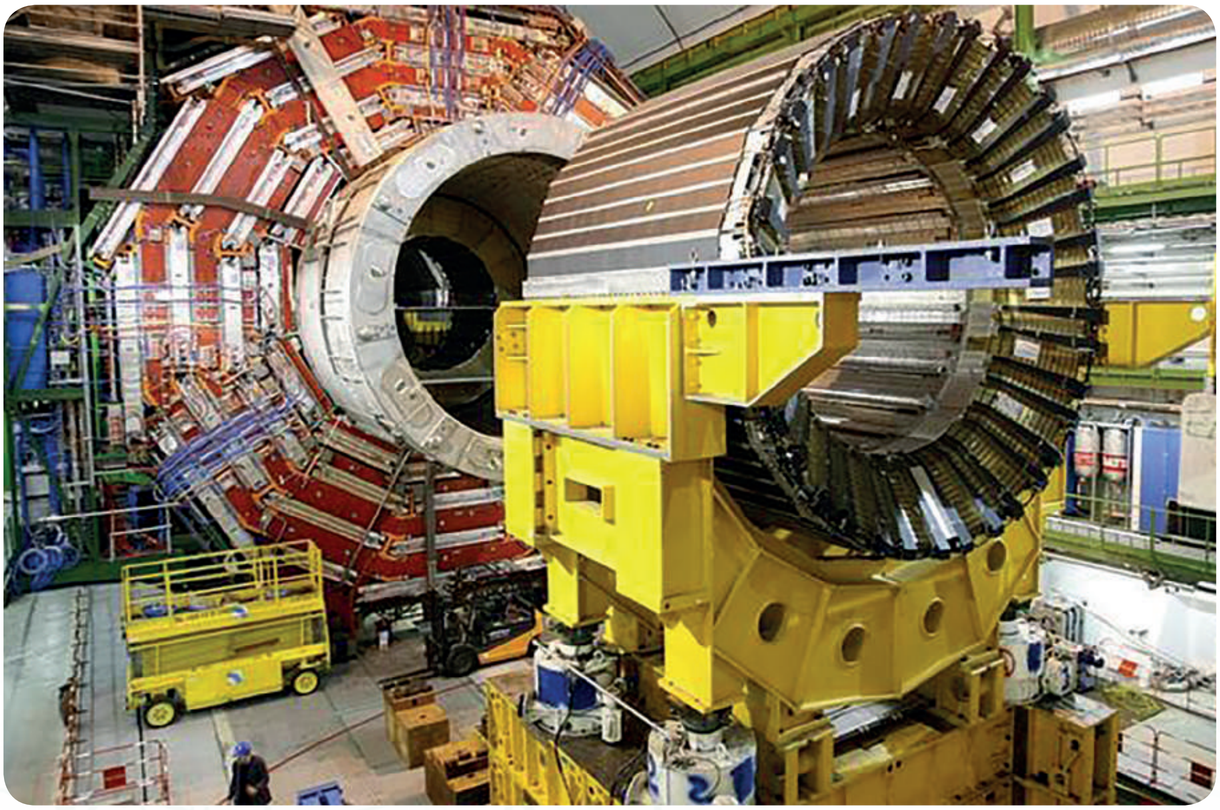
Archivo fotográfico edebé.

El Bosón de Higgs y el Modelo estándar de la física de partículas

El bosón de Higgs es un tipo de partícula elemental que se cree tiene un papel fundamental en el mecanismo por el que se origina la masa de las partículas elementales.

Sin masa, el Universo sería un lugar muy diferente. Si el electrón no tuviera masa no habría átomos, con lo cual no existiría la materia como la conocemos, por lo que tampoco habría química, ni biología ni existiríamos nosotros mismos.

Para explicar por qué unas partículas tienen masa y otras no, varios físicos, entre ellos el británico **Peter Higgs** postuló en ***los años 60*** del siglo XX un mecanismo que se conoce como el "**campo de Higgs**". Al igual que el fotón es el componente fundamental de la luz, el campo de Higgs requiere la existencia de una partícula que lo componga, que los físicos llaman "bosón de Higgs". Ésta es la última pieza que f completa el ***Modelo Estándar de Física de Partículas***, que describe todo lo que sabemos de las partículas elementales que forman todo lo que vemos y cómo interaccionan entre ellas.


goo.gl/MhzkRv

- **Basílica de Brasilia**.- En esta construcción se utilizó la figura de un hiperboloide (que resulta de girar a una rama de la hipérbole, respecto a un eje), construida en hormigón. Representan dos manos moviéndose hacia el cielo.

goo.gl/r12rgK