MATEMÁTICA 8

De acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica

GUÍA PARA
DOCENTES

DISTRIBUCIÓN GRATUITA - PROHIBIDA LA VENTA

PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA
Rafael Correa Delgado

MINISTRO DE EDUCACIÓN
Augusto Espinosa Andrade

VICEMINISTRO DE EDUCACIÓN
Freddy Peñafiel Larrea

VICEMINISTRO DE GESTIÓN EDUCATIVA
Jaime Roca Gutiérrez

SUBSECRETARIA DE FUNDAMENTOS EDUCATIVOS
Paulina Dueñas Montero

DIRECTORA NACIONAL DE CURRÍCULO (E)
Isabel Ramos Castañeda

GRUPO EDEBÉ
Proyecto: Matemáticas 1,2,3 y 4
Educación Secundaria Obligatoria

DIRECCIÓN GENERAL
Antonio Garrido González

DIRECCIÓN EDITORIAL
José Luis Gómez Cutillas

DIRECCIÓN DE EDICIÓN
DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
José Francisco Vílchez Román

DIRECCIÓN PEDAGÓGICA
Santiago Centelles Cervera

DIRECCIÓN DE PRODUCCIÓN
Juan López Navarro

EQUIPO DE EDICIÓN GRUPO EDEBÉ
© Grupo edebé, 2008
Paseo San Juan Bosco, 62
08017 Barcelona
www.edebe.com

En alianza con
EDITORIAL DON BOSCO
OBRAS SALESIANAS DE COMUNICACIÓN

GERENTE GENERAL
Marcelo Mejía Morales

DIRECCIÓN EDITORIAL
María Alexandra Prócel Alarcón

ADAPTACIÓN Y EDICIÓN DE CONTENIDOS
Equipo Editorial Don Bosco
Humberto Buitrón A.

CREACIÓN DE CONTENIDOS NUEVOS
Marcia Peña Andrade
Saúl Serrano Aguirre
Lorena Valladares Perugachi

REVISIÓN DE ESTILO
Hernán Hermosa Mantilla
Isabel Luna Riofrío
Pablo Larreátegui Plaza

COORDINACIÓN GRÁFICA
Y REDIAGRAMACIÓN EDITORIAL
Pamela Cueva Villavicencio

DIAGRAMACIÓN DE PÁGINAS NUEVAS
Susana Zurita Becerra
Franklin Ramírez Torres
Patricio Llivicura Piedra
Freddy López Canelos
Erika Delgado Chávez
Sofía Vergara Anda

ILUSTRACIÓN DE PORTADA
Eduardo Delgado Padilla
Darwin Parra Ojeda

© Editorial Don Bosco, 2011

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR
Primera edición, febrero 2011
Séptima reimpresión febrero 2014
Quito – Ecuador

Impreso por: **EL TELÉGRAFO**

La reproducción parcial o total de esta publicación, en cualquier forma que sea, por cualquier medio mecánico o electrónico, no autorizada por los editores, viola los derechos reservados. Cualquier utilización debe ser previamente solicitada.

DISTRIBUCIÓN GRATUITA

IMPORTANTE

El uso de un lenguaje que no discrimine ni reproduzca esquemas discriminatorios entre hombres y mujeres es una de las preocupaciones de nuestra Organización. Sin embargo, no hay acuerdo entre los lingüistas acerca de la manera de hacerlo en español.
En tal sentido y para evitar la sobre carga gráfica que supondría utilizar en español o/a; los/las y otras formas sensibles al género con el fin de marcar la presencia de ambos sexos, hemos optado por usar la forma masculina en su tradicional acepción genérica, en el entendido que es de utilidad para hacer referencia tanto hombres y mujeres sin evitar la potencial ambigüedad que se derivaría de la opción de usar cualesquiera de las formas de modo genérico.

Tomado de UNESCO, Situación educativa de América Latina y El Caribe: Garantizando la educación de calidad para todos. UNESCO. Santiago de Chile, agosto 2008.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Presentación

Los textos **Matemática 8, 9 y 10** están orientados a trabajar, de manera progresiva, distintas destrezas con criterios de desempeño, a partir de situaciones de aprendizaje-enseñanza que exigen conocimientos, razonamientos y aplicaciones en la práctica.

La estructura metodológica se fundamenta en el aprendizaje significativo, siempre dentro de un enfoque globalizador e interdisciplinar, que permita a los y las estudiantes adoptar progresivamente métodos y estrategias matemáticos, a la par de valores como la equidad etaria, la democracia y el respeto a la naturaleza, al ser humano, a la sociedad y a las culturas.

Los textos buscan potenciar actitudes y hábitos de trabajo; desarrollar la autonomía personal para construir relaciones interpersonales dignas; afianzar un comportamiento participativo y de respeto a las diferencias, valorar la importancia de las herramientas tecnológicas y de la ciencia en la vida cotidiana y fomentar un espíritu crítico y reflexivo.

Persiguen un triple objetivo:

Formativo. Contribuir al desarrollo de las capacidades cognitivas abstractas y formales de razonamiento, deducción y análisis que permiten construir una visión alternativa de la realidad, a través del desarrollo de modelos matemáticos. Lo anterior se encamina a cubrir las macrodestrezas de comprensión de conceptos y comprensión de procesos.

Funcional. Desarrollar un conjunto de procedimientos, estrategias de resolución de problemas y técnicas de cálculo que permiten solucionar problemas de la vida cotidiana y sistematizar procesos de producción, es decir, se enfoca a la macrodestreza de aplicación de conocimientos.

Instrumental. Por una parte, interpretar hechos de la vida cotidiana y, por otra, expresar y comunicar los conocimientos matemáticos en otros ámbitos del aprendizaje. Se vincula con la macrodestreza de aprender a aprender.

Metodología

- De acuerdo con la propuesta para el área de Matemática del nuevo documento de Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica, los textos de Matemática de 2.º a 10.º años trabajan los conocimientos en módulos, es decir, integrando los bloques curriculares matemáticos (Relaciones y Funciones, Estadística y Probabilidad, Numérico, Geométrico, de Medida) para comprender la fuerte relación que guardan entre sí. En este sentido, en cada módulo de los textos se relacionan, al menos, dos bloques curriculares matemáticos. Los procedimientos que se aprenden y se utilizan facilitan esta interrelación.

- El proceso de aprendizaje recurre inicialmente a métodos inductivos que parten siempre del entorno conocido por los estudiantes.

- La manipulación y la experimentación son instrumentos básicos para el conocimiento y dominio de conceptos y técnicas de trabajo necesarios en matemáticas.

- Los métodos deductivos y el uso de lenguajes abstractos se convierten en un punto de llegada y en la culminación del aprendizaje.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

- **Actividad inicial**

  Plantea una actividad relacionada con la vida cotidiana, a través de la cual se pueden inferir los conocimientos que se trabajarán en el módulo. El estudiante intentará resolverla antes de comenzar con el aprendizaje, utilizando las estrategias que conozca hasta ese momento, ya que, esto le permitirá tener conciencia de sus capacidades y limitaciones. En este sentido, es un reto de motivación para los nuevos conocimientos.

- **Prerrequisitos**

  Activación de conocimientos previos, tanto de conceptos como de procedimientos para el estudio del módulo. Se sugieren actividades de evaluación diagnóstica.

- **Cómo resolver problemas**

  Esta sección es de gran ayuda para los docentes y para los estudiantes, ya que, fomenta el autoaprendizaje y permite adquirir herramientas para la resolución de problemas. Aunque se enfoca al ámbito matemático, la metodología puede ser aplicada en cualquier área o tipo de problema.

- **En resumen**

  Síntesis de los principales conocimientos de la unidad y un esquema gráfico que muestra la relación entre éstos.

- **Ejercicios y problemas integradores**

  Sección en la que se desarrolla un problema que integra los conocimientos que son parte de los bloques curriculares trabajados en el módulo. Se sigue un método para la resolución de problemas que permite llegar al resultado. Al finalizar, se plantea un problema de características similares que deberá ser resuelto en forma autónoma o en grupo por los estudiantes.

- **Ejercicios y problemas**

  Una vez finalizada la comprensión de conceptos y procesos, se presenta esta sección en la que se aplican los conocimientos. La resolución de ejercicios y problemas se convierte en un indicador para los docentes sobre el avance logrado o de la necesidad de refuerzo.

- **Demuestra tu ingenio**

  Plantea actividades en donde los estudiantes ponen a prueba su razonamiento y lógica matemática y aplican diferentes procedimientos y estrategias para resolver acertijos, enigmas, juegos, problemas,…

- **Buen Vivir**

  Sección en la que se articulan los principios fundamentales del Buen Vivir con aspectos de la realidad de nuestro país. Busca motivar la reflexión, la toma de decisiones y posterior ejecución de acciones positivas a favor del ambiente, de la sociedad y de las relaciones democráticas y para la paz.

  Al inicio de cada módulo se muestra un artículo de la Constitución de la República del Ecuador relacionado con el eje elegido y al finalizar el módulo se desarrolla el tema con profundidad.

- **Autoevaluación y coevaluación**

  Permite comprobar el desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño que están propuestas y trabajadas en cada uno de los módulos.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

- **Sección de historia**

  Una reseña de la evolución histórica de los conocimientos que se aprenden en el módulo.

- **Crónica matemática**

  Conjunto de noticias, curiosidades, anécdotas relacionadas con los conocimientos del módulo.

- Adicionalmente, al interior de cada módulo, se utilizan estrategias relacionadas con el cálculo mental, el uso de la calculadora, el uso de las TIC, el trabajo grupal, entre otras.

Resultados esperados con el uso de los textos Matemática 8, 9 y 10

Se busca una formación integral de los estudiantes, mediante el desarrollo de:

- Destrezas matemáticas.
- Destrezas de comunicación.
- Destrezas de interacción interpersonales.
- Destrezas de interacción con el mundo físico.
- Destrezas para el tratamiento de la información.
- Destrezas para la comprensión del mundo digital.
- Valores sociales y ciudadanos.
- Valores culturales y artísticos.
- Autonomía e iniciativa personal.
- Autoevaluación y evaluación conjunta.
- Capacidad de aprender a aprender.

Estrategias motivacionales para la enseñanza de la matemática

Según Good y Brophy (1998), los docentes en el proceso de enseñanza deben lograr seis objetivos motivacionales:

1. Crear un ambiente de aprendizaje favorable en el aula para minimizar la ansiedad haciendo que los alumnos logren un mejor desempeño.

2. Los docentes necesitan estimular la motivación para lograr aprender en conexión con contenidos o actividades específicas proyectando entusiasmo, induciendo curiosidad, disonancia, formulando objetivos de aprendizaje y proporcionando retroalimentación informativa que ayude al alumno a aprender con conciencia, sensatez y eficacia.

3. El educador debe discutir con los alumnos la importancia e interés de los objetivos impartidos, relacionándolos con el quehacer diario, incentivándolos hacia la búsqueda de nuevas informaciones en libros, Internet, videos, programas de televisión en donde se traten temas actuales que se relacionen con la asignatura.

4. Explicar y sugerir al estudiante que se espera que cada uno de ellos disfrute el aprendizaje.

5. Ejecutar las evaluaciones, no como una forma de control, sino como medio de comprobar el progreso de cada alumno.

6. Ayudar al estudiante a adquirir una mayor conciencia de sus procesos y diferencias referente al aprendizaje, mediante actividades de reflexión, estimulando la conciencia metacognitiva de los alumnos.

En virtud de lo señalado, el docente puede alcanzar una enseñanza eficaz. Debe poner en práctica su creatividad para diversificar la enseñanza, con un poco de imaginación, los trabajos de pupitre rutinarios los puede transformar en actividades desafiantes para el alumno.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Módulo 1 **Bloques:** Numérico. Relaciones y funciones

Números enteros

Objetivo del módulo

- Leer, escribir, ordenar y comparar números enteros, en situaciones matemáticas concretas, mediante la realización de diversos ejercicios para resolver problemas combinados con las seis operaciones básicas.

DCD Destrezas con criterios de desempeño

- Leer y escribir números enteros.
- Ordenar y comparar números enteros en la recta numérica.
- Resolver las cuatro operaciones de forma independiente con números enteros.
- Resolver operaciones combinadas con números enteros.
- Utilizar las estrategias y las herramientas matemáticas adecuadas para resolver problemas mostrando seguridad y confianza en las propias capacidades.
- Usar la calculadora de forma racional en la resolución de problemas.
- Generar sucesiones con números enteros.

Estrategias metodológicas

Relacionada con la DCD: **Leer y escribir números enteros.**

Para la activación de conocimientos previos

- Recuerde qué son los números naturales y su forma de representación. Es muy importante precisar estos conceptos fundamentales, antes de avanzar a un nuevo conjunto numérico. Para hacerlo, remítase a los conocimientos y a las actividades de la evaluación diagnóstica, de la página 9 del texto para estudiantes.
- Para conseguir que los estudiantes alcancen una comprensión adecuada de los mecanismos de las operaciones es conveniente atribuir significados a las expresiones numéricas, o bien, proponer un enunciado a propósito de ellas. Por ejemplo**:**

1. Escribe cinco frases en las que intervengan números naturales.

2. Expresa las frases anteriores mediante cifras.

3. Representa las cantidades de las frases con material concreto, se propone utilizar el ábaco en las que sean posibles.

- Una vez que ha reforzado el conocimiento previo sobre los números naturales y las operaciones que pueden realizarse con estos, proceda a introducir el nuevo conocimiento. Recapitule que los números naturales son los primeros que surgieron en las distintas civilizaciones, ya que las tareas de contar y ordenar son las más elementales que se pueden realizar. El número natural es el que sirve para designar la cantidad de elementos que tiene un cierto conjunto. Los números naturales son infinitos. El conjunto de todos ellos se denota por $\mathbb{N}$, donde:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5,...\}$$

- La exclusión del cero es un error, su inclusión se apoya en los axiomas de Peano de finales del siglo XIX.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Para la construcción del conocimiento

- Es conveniente que los estudiantes se den cuenta de la necesidad de los números enteros en diferentes situaciones de la vida cotidiana.

- Es posible trabajar con material concreto para que los alumnos visualicen los procesos y puedan trabajar con los números enteros. Un material fácil de conseguir son fichas u objetos iguales de dos colores distintos. Así las fichas azules representan números positivos y las rojas, los negativos. Por ejemplo:

1. Pídales que recuerden cómo son los botones de un ascensor y cómo indican los pisos subterráneos y los pisos altos. Asociar la planta baja con el número cero.
2. Si es posible, hágales observar un termómetro ambiental para que expliquen por qué hay números sobre y bajo el cero.

- Luego de esto, explique que todos los números enteros tienen su opuesto, que se diferencian en su signo. Así el opuesto de +5 es –5; el de –65 es + 65 y el opuesto de cero es cero, si x es un número entero, –x es su entero opuesto. Por lo tanto, los números enteros son el conjunto formado por los números naturales y sus opuestos.

- El valor absoluto de un entero es el mismo número si es positivo o cero, es su opuesto en caso de ser entero negativo. Así:

$$|-15| = 15 \qquad |+1\,350| = 1\,350 \qquad |0| = 0$$

- De esta manera, los estudiantes comprenderán la concatenación de los conocimientos y les será más sencillo proceder a la ordenación de los números sobre la recta numérica. Para que esta actividad pueda ser más significativa, promueva un salto de lo concreto a lo abstracto: solicíteles que construyan una recta numérica y ubiquen distintos números enteros positivos y negativos, analizando cuál es mayor que uno o cuál es menor que otro. Una vez que dominen este procedimiento, pídales que realicen la ordenación y comparación de los números sin recurrir a la recta.

Para la aplicación del conocimiento

- Examine los pasos que deben seguir para ubicar los números enteros sobre la recta numérica y verifique su ordenación.

- Observe la correspondencia entre los números enteros y los naturales para utilizar la definición de valor absoluto de un número entero, lo cual significa que el valor absoluto de un número entero equivale a la distancia del número hasta el cero: $|x| = d(x, 0)$.

- Proponga a sus estudiantes que busquen números enteros en un periódico (relacionados con temperaturas, fechas históricas, clasificaciones deportivas) para que puedan interpretar el significado del número entero.

- Utilice la siguiente información para trabajar en ejercicios de lectura y escritura de números:

Montañas más altas del Ecuador con respecto al nivel del mar

Nombre	Altitud (metros)
Chimborazo	6 310
Cotopaxi	5 897
Cayambe	5 790
Antisana	5 758
Altar	5 319
Iliniza Sur	5 263
Sangay	5 230
Iliniza Norte	5 116
Tungurahua	5 023
Carihuairazo	5 018

Simas más profundas del mundo respecto del nivel de superficie

Nombre	Ubicación	Profundidad (m)
Cueva de Krubera-Voronga	Georgia	−2 191
Illuzia-Snezhnaja-Mezhonnogo	Georgia	−1 753
Gouffre Mirolda	Francia	−1 726
Vogelshacht y Lamprechtsofen	Austria	−1 632
Reseau Jean Bernard	Francia	−1 602
Torca Cerro del Cuevon	España	−1 589
Sarma	Georgia	−1 543
Shakta Vjacheslav Pantjukhina	Georgia	−1 508
Sima de la Cornisa	España	−1 507
Cehi 2	Eslovenia	−1 512

- Realice un trabajo grupal para realizar una simulación de la bolsa de valores. Pida a un grupo de sus estudiantes que ideen productos y empresas para que puedan negociar sus acciones. El resto de la clase, decidirá cuál comprar. De este modo, podrán ver por qué suben o bajan de valor las acciones en la bolsa.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Para la evaluación

- Verifique que sus estudiantes puedan encontrar otras situaciones de la vida cotidiana en las que se utilicen números enteros: negativos y positivos.
- Cambie la situación de origen para que los alumnos/as ubiquen el origen de los números enteros representados en la recta por puntos.
- Pídales que planteen problemas con números enteros.
- Para lograr una evaluación con criterios de desempeño, utilice la simulación de la bolsa de valores. A través de la observación, usted puede determinar qué personas han comprendido claramente qué son los números negativos y cómo estos son utilizados en una situación concreta para comparar enteros mediante la relación de orden, utilizando los símbolos mayor que (>) o menor que (<). Si reconoce algún error de comprensión, no pare la simulación antes del tiempo previsto, sino que deje el desarrollo de la actividad y, al finalizar, realice las aclaraciones pertinentes.

Relacionada con la DCD: **Resolver operaciones con números enteros.**

Para la activación de conocimientos previos

- Al sumar dos números enteros:

  Si lo números enteros tienen el mismo signo, se suman los valores absolutos y se antepone el signo común. Así: $(-8) + (-4) = -12$ $(+6) + (+5) = +11$

- Si los números enteros tienen distinto signo se restan sus valores absolutos y se mantiene el signo del número entero de mayor valor absoluto.

$$(-10) + (+7) = -3 \qquad (-9) + (+4) = -5$$
$$(-9) + (-4) = -13 \qquad (+7) + (-13) = -6$$

- Al realizar la suma de números enteros se suele suprimir los signos de agrupación:

$$(+5) + (-9) = +5 - 9 = -4$$
$$(-15) + (-18) = -15 - 18 = -33$$
$$(+9) + (-7) = +9 - 7 = 2$$

- Es conveniente que proponga ejercicios de cálculo mental de dificultad progresiva que incluyan actividades lúdicas, como cuadrados mágicos, cuentas incompletas, o diversos juegos como circuitos de operaciones, dominós, entre otros. Por ejemplo, construya un cuadrado mágico de 3 por 3, de tal forma que sus filas, columnas y diagonales sumen lo mismo. Por ejemplo:

–1	4	–3
–2	0	2
3	–4	1

15	–10	–5
–20	0	20
5	10	–15

- Para que los estudiantes con dificultades en la mecánica de las operaciones resuelvan diferentes ejercicios sencillos de suma, resta, multiplicación y división exacta de números enteros, puede proponerse, por ejemplo, formar sucesiones con adiciones y sustracciones: contar de 2 en 2 a partir de menos 9 hasta 3.

Para la construcción del conocimiento

- Para el proceso de la sustracción se aplica su algoritmo, que indica: la resta de dos números enteros equivale a la suma del minuendo con el opuesto del sustraendo.

$$(+6) - (+5) = (+6) + (-5) = +6 - 5 = +1$$
$$(-15) - (-12) = (-15) + (+12) = -15 + 12 = -3$$

- Para eliminar un paréntesis en una resta de números enteros:

1. Si al paréntesis se antepone el signo más (+) los números del interior del paréntesis conservan su signo.

$$+15 + (-4 + 2 - 7) = +15 - 4 + 2 - 7 = +6$$

Distribución gratuita - Prohibida la venta

2. Si al paréntesis se antepone el signo menos (–), los números del interior del paréntesis cambian de signo.

$$+15 - (-4 + 2 - 7) = +15 + 4 - 2 + 7 = +24$$

- Se puede trabajar en la recta numérica que los alumnos/as construirán en cartulina. Pida realizar en esta desplazamientos a la derecha e izquierda del cero. Por ejemplo, comience con indicaciones como: "desplazarse tres posiciones a la derecha y luego dos a la izquierda". El resultado de estos desplazamientos nos ubica en la posición 1 derecha.

- Las ubicaciones en la recta numérica hacia la derecha del origen (0) indican un número entero positivo y las de la izquierda, un entero negativo, por esta razón, se llamará a los desplazamientos hacia la derecha positivos y hacia la izquierda negativos.

- Plantee problemas como los siguientes:

a) Juan camina tres pasos hacia la derecha y luego cinco en la misma dirección, ¿a cuántos pasos se ubica del origen?

$$3 + 5 = 8$$

b) Rosa se desplaza 4 m hacia la derecha y 7 m hacia la izquierda, ¿a qué distancia se encuentra del punto de partida?

$$4 + (-7) = -3$$

c) Joaquín se desplaza 5 m hacia la izquierda y 3 m más hacia la izquierda, ¿a qué distancia se halla del punto de partida?

$$-3 + (-5) = -8$$

Para la aplicación del conocimiento

En la página 29 del texto del alumno/a, en la sección *Practica*, está un problema que puede ser resuelto por los estudiantes aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad.

Utilizamos la ecuación: $a_n = a_1 + (n - 1) \times d$. Cuando $n = 15$ y $d = 2$.

$$a_{15} = 1 + (15-1)\ 2 = 1 + 28 = 29$$

El día 15 tendrá que realizar 29 ejercicios.

Solicite a los alumnos/as que desarrollen estos ejercicios:

a) $+(-4 - 7) + (-3 - 4 - 5 - 8) =$ **b)** $-(+2 - 3 + 5) + (-2 + 6 - 4 + 7) =$ **c)** $-2 - 4 + (-8 + 4 - 6 + 7) =$

d) $-3 + (-5 + 4) - (-8 + 3 + 9) =$ **e)** $-4 \times 4 =$ **f)** $-14 \times -4 =$

g) $8 \times -11 =$ **h)** $6 \times (2 - 3) =$ **i)** $-7 \times (3 - 6) =$

j) $(-9 + 6) \times (-2 - 5) =$ **k)** $15\ 625 =$ **l)** $5 \times 52 \times 50 =$

m) El mayor de cuatro hermanos tiene 17 años y los otros tres tienen 3, 5 y 9 años menos que aquel, respectivamente. ¿Cuánto sumarán las edades de los cuatro hermanos dentro de 8 años?

Para la evaluación

Desarrolle situaciones de problemas que para su solución requieran la aplicación de un conjunto de ideas matemáticas.

Compare estas propuestas: Si Josefina tiene tres cromos y regala dos, ¿cuántos conserva? vs. Si Josefina tiene tres cromos y Marcela tiene siete, ¿cuántos cromos más tiene Marcela?

No debe eludir la diferencia entre las dos situaciones, aplicando el procedimiento de la sustracción, con el fin de encontrar la respuesta correcta.

Proponga problemas a partir del conjunto $\mathbb{Z} = \{... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$. Así:

Un andinista va a escalar una montaña. Para saber qué condiciones climáticas tendrá en su ascenso, mira el cuadro del pronóstico para la zona. ¿Qué día será el más indicado para subir? ¿Qué día habrá una mayor diferencia de temperatura? Pida justificar las respuestas.

Temperatura	Hoy	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Mínima	1°	–1°	–2°	2°	3°
Máxima	9°	11°	10°	12°	8°

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Recomendaciones para docentes

Sección para uso exclusivo del educador

La ley de signos

Si se multiplican dos números enteros: el resultado es un entero positivo mientras los dos posean el mismo signo; en cambio, si los enteros son de diferente signo, el resultado es un entero negativo. Expliquemos la ley mediante una tabla, donde a, b $\in \mathbb{Z}^+$:

×	a	–a
b	ab	–ab
–b	–ab	ab

La misma ley de signos se aplica a la división, siempre que esté definida en los enteros. Además, debe recordar que la ley de signos únicamente se aplica a operaciones, no a los signos de manera aíslada.

Los signos de agrupación

Es usual encontrar signos de agrupación al resolver operaciones combinadas. Estos son:

( ) = Paréntesis curvos. [ ] = Paréntesis rectos o corchete.

{ } = Llaves $\overline{\quad}$ = Vínculo o barra.

Estos se emplean para indicar que las expresiones contenidas en ellos deben considerarse como un todo. Los corchetes, llaves y vínculos tienen la misma significación que los paréntesis.

Buen Vivir: Educación para la salud

Puede aprovechar la entrada del módulo para explicar la importancia de una salud integral y para mostrar cómo los números enteros están presentes en la vida diaria en diversas situaciones.

1. Trabaje con la lectura de termómetros ambientales y clínicos.
2. Determine las temperaturas ambientales durante una semana y establezca las diferencias en las percepciones de frío, calor.
3. Hable sobre las principales enfermedades que se presentan cuando existen cambios bruscos de temperatura.
4. Enseñe a sus estudiantes la forma correcta de tomar la temperatura corporal.
5. Establezca los valores no normales y que son signos de enfermedad.
6. Fotocopie este artículo y entréguelo a sus alumnos/as, realizar la lectura del mismo y establecer compromisos para mantenerse sano y cumplirlos. Evaluar al término del módulo el avance o retroceso.

Para vivir saludablemente

Siempre es bueno recordar cuáles son los puntos básicos a tener en cuenta para que nuestra salud sea lo más óptima posible. Aunque todos somos vulnerables, si cuidamos al máximo nuestro cuerpo, tanto por dentro como por fuera, y mantenemos una mentalidad positiva, seguro gozaremos de mejor salud. Recordemos cuáles son estas reglas básicas para un buen vivir:

1. Tu dieta diaria debe ser lo más variada posible. En especial, asegúrate que contenga proteínas, frutas y verduras, cereales y legumbres.
2. Los lácteos también son esenciales por el calcio, opta por variedades desnatadas o semidesnatadas.
3. Recuerda: las grasas no deberían superar el 30 al 35 por ciento de las calorías totales ingeridas; las grasas saturadas, por su parte, no deben superar el 10 por ciento del total de los lípidos, como el aceite de oliva.
4. Otro punto a considerar: consume alimentos ricos en ácidos grasos omega 3 (pescados azules, salmón, trucha y frutos secos como las nueces, entre otros).
5. Con respecto al consumo de proteínas, también debe ser moderado (busca otras fuentes además de la carne).
6. Consume, dentro de lo posible, más pescados y carnes blancas (en lugar de carnes rojas).
7. Bebe suficiente agua al día (al menos, de 1,5 a 2 litros).
8. Realiza actividad física diariamente. En este punto, recuerda que vayas o no vayas al gimnasio, o practiques o no algún deporte en especial, necesario es, cuanto menos, caminar (con una media hora diaria ya estarás sumando puntos para tu salud cardiovascular).
9. No bebas alcohol y no fumes.

Adaptado de http://www.vitadelia.com/alimentacion-y-nutricion

Bibliografía

- http://www.aulamatematica.com
- http://www.amolasmates.es/flash/sumayresta/lasuma.html
- Brueckner-Guy. Diagnóstico y tratamiento de las dificultades en el aprendizaje. Ediciones Rialp S. A. Madrid.
- GUERRA, María del Carmen, Diccionario de Matemáticas, Quito, 2010.
- PARRA, C. y SAIZ, I., Didáctica de las matemáticas, aportes y reflexiones, Paidós, Buenos Aires, 2008.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Suma y resta de números enteros

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

Veamos cómo se efectúa la **suma de números enteros.** Observa cómo procedemos para resolver la siguiente suma.

$$(+25) + (-12) + (-5) + (+13)$$

— Sumamos los términos positivos: $25 + 13 = 38$

— Sumamos los términos negativos: $(-12) + (-5) = -17$

Valor absoluto de positivos: $|38| = 38$

Valor absoluto de negativos: $|-17| = 17$

$$38 > 17$$

— Hallamos la diferencia entre las sumas de los valores absolutos anteriores: $38 - 17 = 21$

— Al resultado anteponemos el signo correspondiente al de la suma parcial de mayor valor absoluto; en este caso, positivo, por tanto:

$$(+25) + (-12) + (-5) + (+13) = +21.$$

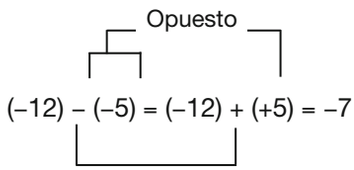
1. Sigue los pasos anteriores para calcular las siguientes sumas.

   a) $(-34) + (+28) + (+14) + (-23)$

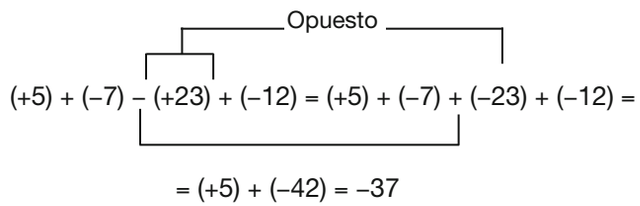
   b) $(+18) + (+83) + (-42) + (-15) + (+21)$

   c) $(-27) + (+45) + (-12) + (-24)$

Veamos cómo se efectúa la **resta de números enteros.** Observa cómo procedemos para resolver la siguiente resta, y recuerda para ello que restar un número entero es equivalente a sumar su opuesto.



Si aparecen combinadas sumas y restas, transformamos previamente las restas en sumas. Observa:



$$= (+5) + (-42) = -37$$

2. Efectúa las siguientes operaciones.

   a) $(+34) - (-13) + (-8) - (-21)$

   b) $(-36) + (-42) - (-56) + (+29)$

   c) $(+67) - (-12) + (-25) + (+14)$

   d) $(-16) + (-21) - (-43) + (-61)$

   e) $(-24) - (+38) + (-61) + (+15) - (-128) + (-192)$

   f) $(-18) + (-83) + (42) + (15) + (-21)$

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Multiplicación y división de números enteros

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

Veamos cómo se efectúa la **multiplicación de números enteros.** Para ello deberás recordar la *ley de los signos para la multiplicación.*

Ley de signos

Si se multiplican o dividen dos números enteros, el resultado es positivo mientras los dos posean el mismo signo. En cambio, si tienen signos diferentes entre sí, el resultado será negativo.

×	+1	−1
+1	+1	−1
−1	−1	+1

Observa cómo procedemos para resolver la siguiente multiplicación: (+25) × (–3)

— Multiplicamos los números prescindiendo del signo: 25 × 3 = 75

— Determinamos los signos, según la ley de signos para la multiplicación.

(+25) × (–3) = –75

1. Sigue los pasos anteriores para calcular los siguientes productos.

a) (+34) × (–6)
b) (–4) × (+36)
c) (–15) × (–9)
d) (+54) × (+12)
e) (+25) × (–4)
f) (–32) × (+3)

Veamos cómo se aplica la ley de signos en la **división de números enteros.** Para ello recuerda que debe estar definda la división, puesto que no toda división entre enteros es un entero.

÷	+1	−1
+1	+1	−1
−1	−1	+1

Observa cómo procedemos para resolver la siguiente división: (–48) ÷ (+4)

— Dividimos los números prescindiendo del signo: 48 ÷ 4 = 12

— Colocamos los signos según la regla de los signos para la división: (–) ÷ (+) = (–)

(–48) ÷ (+4) = –12

2. Sigue los pasos anteriores para calcular las siguientes divisiones.

a) (+36) ÷ (–6)
b) (–36) ÷ (+4)
c) (–18) ÷ (–9)
d) (+54) ÷ (+2)
e) (+24) ÷ (–4)
f) (–33) ÷ (+3)

Distribución gratuita - Prohibida la venta

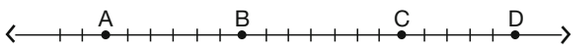
Ficha de evaluación

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. Escribe, mediante números enteros, cada una de las siguientes situaciones y a continuación halla el valor absoluto del número entero obtenido.

	Número entero	Valor absoluto
La temperatura es de 5 °C bajo cero.		
Hace 10 años.		
He subido 2 pisos.		
He ganado 6 dólares.		
3 m por debajo del nivel del mar.		

2. Indica el valor de los números representados por *A, B, C* y *D* para cada uno de los siguientes casos.



a) A = 0 b) B = –2 c) C = 7 d) D = 0

3. a) Escribe todos los números enteros comprendidos entre –3 y 4.

   b) Escribe cinco números enteros mayores que –4.

   c) Ordena de menor a mayor los siguientes números enteros: +3, –50, –3, +20, 0.

   d) Completa:

   El mayor de dos números enteros positivos es el que tiene ..... valor absoluto. El mayor de dos números enteros negativos es el que tiene ..... valor absoluto.

4. Resuelve las siguientes operaciones. Suprime previamente los paréntesis innecesarios.

   a) (–3) + (–4) c) (–3) + (+4) e) (–5) – (–10)

   b) (–13) – (+4) d) (–3) + [(+3 – (–2)) + (–4)] – (–4) f) (–3) + [–5 + 3 – (–3 + 4)] + (–3)

5. Efectúa las siguientes operaciones. Suprime previamente los paréntesis innecesarios.

   a) (–3) × (–2) × (–10) b) (–1) × (+14) × (–5) c) (–25) ÷ (–5) d) (–60) ÷ (+15)

   — Completa:

   Para multiplicar dos números enteros se multiplican los .... de los factores y se pone el signo dado por la regla de .... Para hallar el cociente exacto de dos números enteros se dividen sus .... y se pone el signo dado por ....

6. Si un submarino se encuentra a una profundidad de 215 m bajo el nivel del mar y desciende hasta una profundidad de 465 m por debajo del nivel del mar, ¿cuántos metros ha descendido?

7. Resuelve las siguientes operaciones.

   a) $(-2)^6$ b) -5^4 c) $\sqrt{3\,249}$

8. Encuentra los siguientes tres números que corresponden a los términos de la sucesión.

   –18; –16; –14; –12; –10; ...

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha de evaluación

Solucionario

1.

	Número entero	Valor absoluto
La temperatura es de 5 °C bajo cero.	–5	5
Hace 10 años.	–10	10
He subido 2 pisos.	+2	2
He ganado 6 dólares.	+6	6
3 m por debajo del nivel del mar.	–3	3

2. a) A = 0, B = 6, C = 13 y D = 18
   b) A = –6, B = 0, C = 7 y D = 12
   c) A = –13, B = –7, C = 0 y D = 5
   d) A = –18, B = –12, C = –5 y D = 0

3. a) –2, –1, 0, 1, 2 y 3
   b) Respuesta sugerida: –3, –2, –1, 0 y 1
   c) –50 < –3 < 0 < +3 < +20
   d) **mayor**; **menor**.

4. a) (–3) + (–4) = –3 – 4 = –7
   b) (–13) – (+4) = –13 – 4 = –17
   c) (–3) + (+4) = –3 + 4 = 1
   d) (–3) + [(+ 3 – (–2)) + (–4)] – (–4) = –3 + (3 + 2 – 4) + 4 = 2
   e) (–5) – (–10) = –5 + 10 = 5
   f) (–3) + [–5 + 3 – (–3 + 4)] + (–3) = –3 + (–5 + 3 + 3 – 4) – 3 = –9

5. a) (–3) × (–2) × (–10) = –3 × (–2) × (–10) = –60
   b) (–1) × (+14) × (–5) = –1 × 14 × (–5) = 70
   c) (–25) ÷ (–5) = –25 ÷ (–5) = 5
   d) (–60) ÷ (+15) = –60 ÷ 15 = –4

   — **valores absolutos**, **los signos**, **valores absolutos**, **la regla de los signos**

6. –215 – (–465) = 250. Por tanto, el submarino ha descendido 250 m.
7. a) 64; b) –625; c) 57.
8. a) –8; –6; –4.

Indicadores esenciales de evaluación

	Puede continuar	Necesita refuerzo
	% de alumnos/as	
• Opera con las cuatro operaciones básicas en el conjunto de números enteros.		
• Compara y ordena números enteros.		
• Aplica correctamente los algoritmos de suma, resta, multiplicación y división de números enteros.		
• Calcula potencias de base entera y exponente natural.		
• Calcula raíces con radicando entero.		
• Efectúa correctamente sumas y restas combinadas de números enteros, aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.		
• Valora la utilización de los números enteros en diversas situaciones de la vida cotidiana.		

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Módulo **2** **Bloques:** Numérico. Relaciones y funciones

Números fraccionarios

Objetivo del módulo

- Operar con números fraccionarios, a través de la aplicación de reglas y propiedades de las operaciones básicas para aplicarlos en diversas situaciones de la vida cotidiana.

DCD Destrezas con criterios de desempeño

- Leer y escribir números racionales fraccionarios.
- Ordenar y comparar números racionales fraccionarios.
- Resolver operaciones combinadas de adición, sustracción, multiplicación y división exacta con números racionales.
- Simplificar expresiones de números racionales con aplicación de reglas de potenciación y radicación.
- Valorar y respetar las estrategias y soluciones a problemas numéricos distintas de las propias.
- Generar sucesiones con multiplicación y división.

Estrategias metodológicas

Relacionada con la DCD: **Resolver operaciones combinadas de adición, sustracción, multiplicación y división exacta con números racionales.**

Para la activación de conocimientos previos

- Recuerde que un número natural es cualquiera de los números 0, 1, 2, 3... que se pueden usar para contar elementos o cosas. Los números enteros son del tipo: –59, –3, 0, 1, 5, 78, 34 567, etc., es decir, los naturales y sus opuestos (negativos).
- Número racional es todo aquel que puede ser expresado como resultado de la división de dos números enteros, considerando que el dividendo no puede ser cero por no estar definida su división.
- Revise los prerrequisitos al comienzo del módulo.
- Al iniciar el estudio de las fracciones es conveniente que tenga presente la necesidad de dividir la unidad en partes iguales e insista que una fracción no tiene ningún significado si no se aplica a una unidad dada. Para ello proponga la realización de las siguientes actividades complementarias:

1. Dibuja tres rectángulos iguales, divídelos en dos partes iguales de distintas maneras y compara la medida de estas partes.

2. Divide distintas figuras planas en un mismo número de partes iguales.

- Recapitule el concepto de fracción a partir de situaciones próximas a la realidad y haga notoria la insuficiencia de los números enteros para expresar algunas cantidades.
- Realice la evaluación diagnóstica, adicione ejercicios de colorear partes fraccionarias, para fijar conocimiento e impartir los conceptos referentes al módulo en estudio.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Para la construcción del conocimiento

- Aplique la amplificación (multiplicar el numerador y denominador por un mismo número) y simplificación (dividir la fracción, manteniendo su proporcionalidad) de fracciones, para que dadas dos fracciones heterogéneas se encuentren dos fracciones homogéneas equivalentes a las primeras.
- Siempre que se amplifica una fracción, se obtendrá una fracción equivalente; es decir, fracciones que representan la misma cantidad. Por ejemplo: $\frac{1}{5}=\frac{2}{10}=\frac{3}{15}=\frac{4}{20}$
- Cada vez que se simplifique una fracción se puede (debe) llegar hasta la fracción irreductible, es decir, aquella que no se puede "simplificar" más. Por ejemplo: $\frac{25}{100}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$
- Comience con la adición y sustracción de fracciones homogéneas, luego con fracciones heterogéneas. Para sumar (o restar) dos fracciones, éstas deben ser homogéneas, la fracción resultado se obtiene sumando (o restando) los numeradores y manteniendo el mismo denominador. En caso de ser fracciones heterogéneas, primero se debe encontrar fracciones equivalentes a ellas que sean homogéneas y posteriormente se operan como homogéneas. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{6}{12}+\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{6+4-3}{12}=\frac{7}{12}$
- Para multiplicar fracciones se operan los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. En el caso de la división se aplica su algoritmo, que indica que debe operarse el producto del dividendo por el inverso del divisor.

Para la aplicación del conocimiento

- Pida a sus estudiantes realizar la siguiente actividad grupal:

1. Corten ½ de una hoja A4 de cartulina verde; $\frac{2}{5}$ de una hoja de cartulina celeste; $\frac{3}{7}$ de una hoja de cartulina roja. Corten de una hoja de cartulina amarilla estas cantidades $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{8}$.

2. Sumen esas cantidades y calculen qué parte de la hoja de papel es la suma.

3. Tomen la mitad de cada cantidad y encuentren qué parte es de la hoja original.

4. Hagan lo mismo para el doble de cada parte cortada.

5. Corten en dos partes iguales un pedazo de papel bond de 10 cm de lado. Partan uno de los medios en dos partes iguales. Vuelvan a dividir uno de los medios en dos partes iguales. Otra vez, vuelvan a segmentar uno de los medios en dos partes iguales. Calculen qué parte es, del papel original, el pedacito más pequeño.

6. Consigan una jarra con medidas y agua para medir ½ litro, ¼ litro, $\frac{1}{8}$litro y todas las fracciones que les sea posible.

7. Corten una tira de papel de 1 metro de largo y, por plegado, calculen estas fracciones de metro: ½, $\frac{1}{3}$, ¼, $\frac{1}{5}$, , $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$.

Para la evaluación

- Proponga el problema de la sección *Practica* de la página 59. Con este puede verificar si los estudiantes comprenden el enunciado y obtienen el resultado correcto.
- En un pozo hay 60 000 m^3 de agua. Esta semana se observó que había disminuido a la mitad, la siguiente semana la mitad de lo anterior y así sucesivamente. ¿Qué cantidad de agua contendrá el pozo la sexta semana?

Inicio	1	2	3	4	5	6
60 000	30 000	15 000	7 500	3 750	1 875	937,5

- De la página 61 del texto del estudiante, use los ejercicios 78, 80, 81 y 82 para realizar pruebas de evaluación.
- Realice operaciones con números fraccionarios, incluyendo operaciones combinadas.
- Considere la actividad 95 planteada en el texto del estudiante. Observe la participación de los diferentes grupos en el juego y determine qué estudiantes tienen dificultad en realizarlo.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Relacionada con la DCD: **Simplificar expresiones de números racionales con aplicación de reglas de potenciación y radicación.**

Para la activación de conocimientos previos

• El algoritmo para la multiplicación de fracciones es el siguiente:

1. Multiplique los numeradores de las fracciones entre sí.

2. Multiplique los denominadores de las fracciones entre sí.

3. El resultado tiene por numerador al producto de los numeradores y por denominador al producto de los denominadores.

4. La fracción resultado debe ser simplicada, en caso de ser posible.

• Es recomendable simplificar a las fracciones factores antes de operar, considerando los numeradores y denominadores que no sean primos entre sí.

Para la construcción del conocimiento

• Observar la representación de dos fracciones para inferir el concepto de fracción equivalente. Comprobar que cumplen la propiedad fundamental de las fracciones equivalentes.

• Analizar el procedimiento para obtener fracciones equivalentes a una dada y, en particular, para obtener su fracción irreducible.

• Con los estudiantes, revise las páginas 54 y 55 y explique las reglas que se dan en el caso de la multiplicación de potencias de la misma base, división de potencias de la misma base, potencia de un producto, potencia de una potencia, potencia de exponente 1 y potencia de exponente cero.

Propiedades

1. Potencias de igual base

a) a. Cuando se multiplican potencias de igual base, se mantiene la base y se **suman** los exponentes.

$$\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)^4\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^{1+4+3}=\left(\frac{2}{3}\right)^8=\frac{256}{6\,561}$$

b) Cuando se dividen potencias de igual base, se mantiene la base y se **restan** los exponentes.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4\div\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^{4-3}=\frac{2}{3}$$

2. Si una potencia está elevada a otra potencia, se mantiene la base y se **multiplican** los exponentes.

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3=\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{2\times3}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^6=\frac{64}{729}$$

Radicación de números racionales:

• Para extraer la raíz de un número racional (radicando), buscamos el número que elevado al índice dé por resultado el radicando, si el número existe.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=\frac{2}{3}\ \textit{porque}\ \left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$$

• Es importante recordar que en el número racional se extrae la raíz del numerador y la del denominador por separado.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{64}}=\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}}=\frac{3}{4}$$

• En caso de que el índice sea par, el radicando debe ser mayor o igual a cero, **no hay raíces de índice par y radicando negativo**.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Para la aplicación del conocimiento

- Realizar las actividades 52 y 53 propuestas en el texto del alumno.
- Proponer nuevos ejercicios que favorezcan la memorización de las potencias y raíces de los primeros veinte números.
- Según el avance de los discentes, el grado de dificultad de los ejercicios será mayor. Así que al final puedan resolver ejercicios como el planteado a mano derecha.

$$\sqrt{\frac{\sqrt{(2)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}+\frac{2-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}}+\sqrt{\frac{\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}}{2}}}{\frac{-1+\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\div\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{4}}\cdot-\frac{1}{36}\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)^{-1}}}$$

- Solicite a los estudiantes que lleven un registro de control de su programa favorito para demostrar cómo se usó el tiempo durante la emisión del mismo. Tomar el tiempo en segundos.

a) ¿Cuántos segundos del programa se dedicaron a publicidad?

b) ¿Qué fracción del programa se dedicó a anuncios?

c) ¿Qué fracción se dedicó a otros? ¿Cuáles fueron?

d) Si el programa es diario, ¿qué tiempo se dedica a los comerciales, en una semana?

e) ¿Qué patrones observas en la cantidad de tiempo dedicado a anuncios en los programas de televisión que ves?

Para la evaluación

- Solicite a sus alumnos/as escribir en forma de fracción una serie de expresiones cotidianas tales como: "Tomé una cuarta parte de mis ahorros que eran 120", "comí una porción del pastel de manzana que estaba dividido en 9 partes...
- Aproveche la actividad anterior para comentar acerca del uso de las fracciones en el lenguaje cotidiano para comprobar si el alumno/a valora la utilidad del lenguaje numérico.
- Plantee la siguiente situación problema:

  Un alumno de 8.° de EGB resolvió los siguientes ejercicios. Revisa si están correctamente resueltos, de ser así márcalos con √, caso contrario con una *X*.

  a) 253 × 253 = 1 b) 3 273 216 = 12 c) $\frac{3^2}{4}+\frac{3^3}{4}=\frac{3^5}{4}$

- Dado un grupo de fracciones, identifica las irreducibles, las equivalentes, los números mixtos y fracciones iguales a la unidad. Recuerda sus definiciones.

  Fracción irreducible: fracción que no puede ser simplificada; en otras palabras, cuando su numerador y su denominador son primos entre sí, es decir, su máximo común divisor es 1.

  Fracciones equivalentes: tienen el mismo valor, aunque parezcan diferentes.

  Número mixto: integrado por un número natural y una fracción propia.

  Fracción igual a la unidad: en las que el numerador es igual al denominador.

- Pida a sus estudiantes que expongan y argumenten la solución y los problemas surgidos en la misma.
- Utilice los ejemplos que aparecen a lo largo del módulo para verificar la comprensión de estos conceptos. Una vez que lo haya logrado plantee nuevas actividades más complejas.

$$\frac{2}{3}\div\left[5\div\left(\frac{2}{4}+1\right)-3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\right]=$$

$$\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)+13\left(\frac{2}{3}-1\right)^2\right]\div\left[\left(\frac{1}{2}-1\right)\div2\frac{1}{2}\right]=$$

- Los alumnos/as pueden trabajar en grupo y después de exponer la solución hablar sobre las complicaciones surgidas en su resolución. Para facilitar esta sugerencia y la comprensión de las operaciones así como la detección de posibles errores, se pueden construir dominós sobre operaciones con fracciones.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Recomendaciones para docentes

Sección para uso exclusivo del educador

Raíz cuadrada

Para el tratamiento de la raíz cuadrada es importante recalcar lo siguiente:

Sea b un número real positivo o cero, su raíz cuadrada entera (si existe), es el número entero positivo a o cero, tal que el cuadrado de a sea b. $\sqrt{b} = a$, si y solo si: $a^2 = b$; con $a, b \in \mathbb{Z}^+$

a) $\sqrt{4} = 2$

b) $\sqrt{(2)^2} = \sqrt{4} = 2$

c) $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$

d) $-\sqrt{4} = -2$

e) $\sqrt{-4}$, no tiene raíz cuadrada en los enteros.

Recuerde que es un **error** afirmar que $\sqrt{4}$ es 2 y –2.

Buen Vivir: Educación ambiental y recursos naturales

En la entrada del módulo y en los ejemplos 1 y 2 de la página 41, usted puede tratar temas como tipos de energías, clasificación de residuos y reciclaje. Adicionalmente, la entrada permite reflexionar sobre el uso racional de la energía.

En la sección de Cómo resolver problemas (página 56) se hace referencia a la energía y sus diferentes fuentes. Aproveche para hablar con los estudiantes sobre la situación actual de la central nuclear japonesa de Fukushima.

La central, necesita medio año más para llevar la nuclear a "parada fría". Los evacuados por la radiación siguen sin fecha de regreso al hogar. La central ha dañado el turismo, las exportaciones, el sistema eléctrico japonés, la imagen del país y sus relaciones internacionales. Un mes después del accidente la solución no está cerca, es "una crisis multidimensional con un alcance sin precedentes". Cuando el 11 de marzo el terremoto dejó sin suministro eléctrico a la refrigeración el problema se intensificó. Un mes después, tres reactores han sufrido explosiones de hidrógeno y se encuentra con el problema para refrigerar los reactores, para ello introduce agua que luego se escapa al exterior en forma de vertido radiactivo. Hay decenas de miles de desplazados por la radiación, los niños no salen al patio en las escuelas o han sido enviados lejos con familiares y los agricultores y ganaderos de toda la prefectura de Fukushima encuentran dificultades para vender sus productos. Los máximos directivos han explicado un plan que tiene dos fases: la primera, de unos tres meses, intenta reducir al mínimo el vertido radiactivo. La segunda, de entre tres y seis meses, en llevar a parada fría los reactores, cuando no hay posibilidad de que se funda el núcleo.

(http://noticias-ambientales-internacionales.blogspot.com/2011/04/la-crisis-de-fukushima-se-eterniza.html).
¿Cómo se desmantelaría la central de Fukushima?

- A estas alturas no está claro cuál será la opción que se tome en Fukushima.
- Las opciones más baratas cargan de responsabilidad a futuras generaciones.

Plantee las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los potenciales peligros para nuestro país, en este año, durante los próximos cinco?
- ¿Cómo podemos contrarrestar los efectos?
- ¿Cuál debe ser la actitud de todos los ecuatorianos ante el consumo que tenemos de energía eléctrica, combustibles de los vehículos?

Finalmente, motive a sus alumnos/as para que escriban un compromiso de cómo ahorrar energía y llevarlo a cabo durante todo el año lectivo. Súmese a la iniciativa y haga un seguimiento permanente de los compromisos logrados.

Bibliografía

- http://www.vitutor.net/2/3/5.html
- http://el-profesor.8m.com/teoria_de_racionales.htm
- http://www.eduteca.cl/images/pdf/8/mat/D12.pdf
- http://www.matematicaclara.com/%C2%BFpor-que-y-como-ensenar-fracciones/
- PARRA, C. y SAIZ, I., Didáctica de las matemáticas, aportes y reflexiones, Paidós, Buenos Aires, 2008.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha 1

Refuerzo

Representación de fracciones y fracción de un número

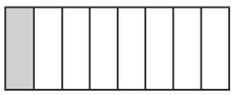
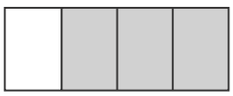
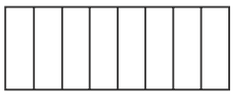
Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

Recuerda que toda fracción consta de dos términos:

$\frac{a}{b}$ → Numerador
b → Denominador

- El **denominador** indica el número de partes iguales en que se ha dividido la unidad.
- El **numerador** expresa las partes que hemos tomado.

1. Observa y completa la siguiente tabla.

Numerador	Denominador	Fracción	Gráfica
1	8	$\frac{1}{8}$	
		$\frac{3}{6}$	
			
7	8		

Observa el procedimiento que seguimos para calcular la fracción de un número.

$\frac{2}{5}$ de 210 = *a* ⇒ 210 ÷ 5 = 42 ; 42 × 2 = 84; luego tenemos que 84 es los $\frac{2}{5}$ de 210.

2. Utiliza el procedimiento anterior para calcular:

a) $\frac{4}{5}$ de 10 = ... b) $\frac{3}{10}$ de 50 = ... c) $\frac{4}{5}$ de 100 = ... d) $\frac{2}{7}$ de 28 = ...

Observa ahora cómo procedemos para calcular un número del que conocemos una de sus fracciones.

$\frac{2}{5}$ de *a* = 40 ⇒ 40 ÷ 2 = 20 ; 20 × 5 = 100; luego tenemos que 40 es los $\frac{2}{5}$ de 100.

3. Utiliza el procedimiento anterior para calcular el término que falta.

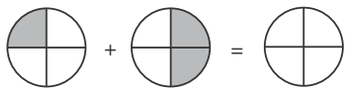
a) $\frac{2}{3}$ de ..... = 30 b) $\frac{3}{10}$ de ..... = 45 c) $\frac{4}{5}$ de ..... = 24 d) $\frac{2}{7}$ de ..... = 12

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Operaciones con fracciones

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

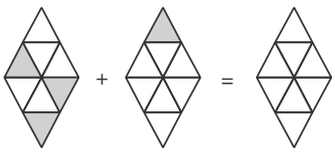
1. Efectúa gráficamente las siguientes operaciones y escribe la fracción resultante.

a) 

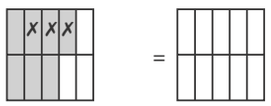
$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \square$

b)

$\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \square$

c) 

$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \square$

d) 

$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \square$

Recordemos ahora cómo se debe proceder cuando los denominadores son distintos. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} =$

— Reducimos las fracciones a mínimo común denominador, y para ello calculamos el m.c.m. de los denominadores.

m.c.m. (3 y 5) = 15

— Dividimos el valor del m.c.m. por el denominador de la primera fracción y multiplicamos el resultado por su numerador. $15 \div 3 = 5$; $5 \times 2 = \triangle 10$

— Dividimos el valor del m.c.m. por el denominador de la segunda fracción y multiplicamos el resultado por su numerador. $15 \div 5 = 3$; $3 \times 4 = \square 12$

— Sumamos las fracciones obtenidas. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{\triangle 10}{15} + \frac{\square 12}{15} = \frac{22}{15}$

Análogamente, para restar fracciones con diferente denominador debemos reducir previamente las fracciones al común denominador. Observa:

m.c.m. (7 y 3) = 21

$21 \div 7 = 3$; $3 \times 5 = (15)$

$21 \div 3 = 7$; $7 \times 2 = \triangledown 14$

$\frac{5}{7} - \frac{2}{3} = \frac{(15)}{21} - \frac{\triangledown 14}{21} = \frac{1}{21}$

2. Sigue los pasos anteriores para resolver las operaciones que te proponemos a continuación.

a) $\frac{3}{7} + \frac{12}{5}$

b) $\frac{3}{7} + \frac{5}{8} + \frac{3}{11}$

c) $\frac{9}{13} - \frac{1}{7}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$

e) $\frac{11}{9} - \frac{4}{5}$

f) $\frac{3}{8} + \frac{6}{7} - \frac{1}{3}$

g) $\frac{2}{5} + \frac{3}{2} \times 2\frac{3}{5}$

h) $4 - \frac{4}{6} \div \left(1 - \frac{1}{5}\right)$

i) $\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{2} + 2\right) \div \left(3 - 1\frac{1}{7}\right)$

Distribución gratuita - Prohibida la venta

☑ Ficha de evaluación

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. Sustituye las palabras en cursiva por una expresión numérica.
   a) *Media hora.*
   b) Las *tres cuartas partes* de un iceberg están sumergidas en agua.
   c) Los mares y los océanos forman aproximadamente *siete décimos* de la superficie del planeta.
   d) Un mes es la *doceava parte* de un año.
   e) Un cuatrimestre es la *tercera parte* de un año.

2. Escribe qué fracción representan:
   a) 45 minutos de una hora
   b) $3 \div 7$
   c) 2 días de una semana
   d) $2\frac{3}{5}$

3. Completa:
   a) $\frac{2}{5}$ de 1 000 es .....
   b) $\frac{2}{6}$ de ..... es 600
   c) $\frac{.....}{5}$ de 55 es 11
   d) $\frac{2}{.....}$ de 50 es 5

4. Identifica en las siguientes fracciones:
   $$\frac{8}{12} \; ; \; \frac{2}{12} \; ; \; \frac{4}{6} \; ; \; 2\frac{1}{3} \; ; \; \frac{1}{4} \; ; \; \frac{7}{7}$$
   a) Una fracción irreducible.
   b) Un par de fracciones equivalentes.
   c) Un número mixto.
   d) Una fracción igual a la unidad.

   — Escribe, ordenadas de menor a mayor, las fracciones anteriores.

5. Efectúa las siguientes operaciones simplificando el resultado siempre que sea posible.
   a) $\frac{8}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9}$
   b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
   c) $\frac{3}{9} - \frac{1}{5} + \frac{2}{4}$
   d) $\frac{4}{5} \div 2$
   e) $\frac{4}{7} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \right)$
   f) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$

6. Alicia tiene una bolsa de caramelos. Ella se queda con la mitad. Regala a Óscar, su mejor amigo, la mitad de la otra mitad; a su compañera Raquel le da $\frac{1}{3}$ de los que le quedan, y a su hermano pequeño le da los restantes. Si su hermano ha recibido 4 caramelos, ¿cuántos les han correspondido a Alicia, a Óscar y a Raquel? ¿Cuántos caramelos había en total? Elabora un esquema.

7. Encuentra los tres siguientes términos de la sucesión y el número que los relaciona.
   $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$; 1; 3; ..... ; ..... ; ..... ; ...

8. Efectúa:
   $$\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} \right)^4$$

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha de evaluación

Solucionario

1. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{7}{10}$; d) $\frac{1}{12}$; e) $\frac{1}{3}$.

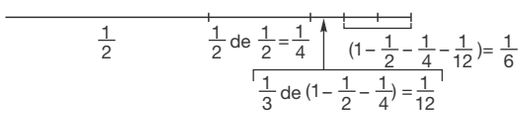
2. a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{3}{7}$; c) $\frac{2}{7}$; d) $\frac{13}{5}$.

3. a) 400; b) 1 800; c) 1; d) 20.

4. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{8}{12}, \frac{4}{6}$; c) $2\frac{1}{3}$; d) $\frac{7}{7}$.

$$-\frac{2}{12} < \frac{1}{4} < \frac{8}{12} = \frac{4}{6} < \frac{7}{7} < 2\frac{1}{3}$$

5. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{11}{12}$; c) $\frac{19}{30}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{4}{35}$; f) $\frac{49}{60}$.

6. 

$\frac{1}{6}$ de $x = 4 \Rightarrow x = 24$. En total había 24 caramelos.

A Alicia le han correspondido 12 caramelos, a Óscar 6 y a Raquel 2.

7. 9; 27; 81; ... n = 3

8. $\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{20}\right)^4$

Indicadores esenciales de evaluación

	Puede continuar	Necesita refuerzo
	% de alumnos/as	
• Opera con las cuatro operaciones básicas en el conjunto de los números fraccionarios.		
• Simplifica expresiones de enteros negativos y números fraccionarios con el uso de operaciones básicas y de las reglas de potenciación y radicación.		
• Utiliza variables para expresar enunciados simples en lenguaje matemático.		
• Calcula la fracción de una cantidad y calcular, de una cantidad conocida, una fracción de ésta.		
• Obtiene fracciones equivalentes, simplificar fracciones y obtiene la fracción irreducible de una dada.		
• Reduce fracciones a común denominador.		
• Compara y ordena fracciones con igual o distinto numerador y denominador.		
• Suma y resta fracciones con igual y distinto denominador, multiplicar un número natural por una fracción y multiplicar y dividir fracciones.		
• Calcula la fracción de una fracción.		
• Efectúa correctamente operaciones combinadas con fracciones, aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.		
• Resuelve correctamente problemas en los que se deban aplicar cálculos de números fraccionarios.		

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Módulo **3** **Bloques:** Numérico. Relaciones y funciones. Geométrico

Números decimales. Volúmenes de prismas y cilindros

Objetivos del módulo

- Operar con números decimales a través de la simplificación de expresiones para resolver problemas matemáticos.
- Identificar cuerpos geométricos y hallar el volumen de prismas y cilindros mediante la deducción y aplicación de fórmulas para plantear comprender y analizar el mundo físico que nos rodea.
- Generar sucesiones con operaciones combinadas mediante la aplicación de fórmulas para desarrollar procesos de razonamiento lógico.

DCD Destrezas con criterios de desempeño

- Leer y escribir números decimales positivos.
- Ordenar y comparar números decimales positivos.
- Simplificar expresiones de números decimales positivos con aplicación de reglas de potenciación y radicación.
- Operar con números decimales valorando la necesidad de resultados exactos o aproximados.
- Deducir o aplicar las fórmulas para el cálculo del volumen de prismas y cilindros.
- Resolver situaciones cotidianas mediante el cálculo de porcentajes.
- Generar sucesiones con operaciones combinadas.

Estrategias metodológicas

Relacionada con la DCD: **Deducir o aplicar las fórmulas para el cálculo del volumen de prismas y cilindros.**

Para la activación de conocimientos previos

- Previamente a la definición de volumen, sería conveniente trabajar con los alumnos la percepción del concepto de volumen mediante experiencias del tipo: coger cajas vacías o recipientes diversos y proponer que pasen las manos por dentro; presentar cuerpos de la misma forma y tamaño, de diferentes texturas o colores y pedir que los palpen, etc.

- Los alumnos deben saber que el valor obtenido de una medida depende de la unidad que se ha tomado. Para ello, el profesor/a puede proponer la construcción de dos ortoedros de las mismas dimensiones: uno formado por seis cubos y el otro por cuarenta y ocho cubos de tamaño diferente.

- Para que comprueben la necesidad de utilizar una unidad de medida adecuada según el volumen que quieran medir, puede resultar interesante pedirles que efectúen la estimación de los volúmenes de algunos cuerpos cuyas medidas sean difíciles de expresar en metros cúbicos (estimación del volumen de una hormiga, de una punta de aguja de cabeza, del planeta Tierra, de un edificio...).

- Para comprender mejor cómo se obtiene la fórmula del volumen de un prisma, puede proponerse la construcción de uno similar al que aparece en el libro del alumno (pág. 197) con cubos de 1 cm de arista.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

- Sería conveniente mostrar la necesidad práctica de calcular volúmenes de forma aproximada, basándose en situaciones reales (cálculo de la capacidad de un pantano, de un tanque de agua, etc.), e insistir que en la vida real es más probable que tengan que estimar volúmenes en lugar de calcularlos exactamente (por falta de datos, por irregularidad del cuerpo, por falta de precisión en los procedimientos de medida, etc.).

- Finalmente, puede ser interesante conocer y practicar el principio de Cavalieri para generalizar las áreas de prismas y pirámides, y utilizar recursos interactivos para mostrar a los alumnos su veracidad, como estos: http://www.ies.co.jp/math/java/geo/cava/cava.html; http://kidslink.bo.cnr.it/fardiconto/cabrijava/geom3d/principio_Cavalieri.htm

El principio de Cavalieri se refiere a una ley geométrica que enuncia la diferencia de volumen en dos cuerpos.

> Si dos cuerpos tienen la misma altura y además tienen igual área en sus secciones planas realizadas a una misma altura, poseen entonces igual volumen.

Para la construcción del conocimiento

- No olvide establecer la diferencia entre volumen y capacidad, pues en muchas ocasiones los conceptos se confunden y se usan como sinónimos. Se debe considerar los objetos que son susceptibles de ser medidos respecto al volumen, entendido como el lugar que ocupa un cuerpo en el espacio, entonces cualquier objeto tiene volumen, no importa si es tan delgado como una hoja de papel. La capacidad, en cambio, no es una cualidad de ser medida para todos los objetos, solo para aquellos a los que llamamos recipientes, es decir, en los cuales podemos introducir otros objetos o sustancias. Como ejemplos podemos nombrar a una pelota de tenis, un cubo de Rubik, un adobe, estos tienen volumen pero no capacidad. Un vaso, una taza, una botella, una jarra son recipientes y también objetos: tienen capacidad y volumen.

- Constate la necesidad de transformar unas unidades en otras, para operar o comparar volúmenes. La unidad convencional de volumen es el metro cúbico (m^3). Un metro cúbico es el volumen de un cubo que tiene 1 metro de arista. Al igual que para el resto de las unidades estudiadas, existen múltiplos y submúltiplos del m^3.

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
0,000 000 001	0,000 001	0,001	1	1 000	1 000 000	1 000 000 000

- Obsérvese que las medidas de volumen aumentan y disminuyen de 1 000 en 1 000. Por lo tanto, para expresar una cantidad en una unidad de orden inferior (o submúltiplo) se debe dividir por el múltiplo de 1000 correspondiente, sin embargo, si se quiere expresar en una unidad de orden superior se lo debe multiplicar por el múltiplo de 1 000. La unidad de las medidas de capacidad es el litro.

kl	hl	dl	l	dl	cl	ml
kilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro

- Algunas de las equivalencias para tener en cuenta: 1 cm^3 = 1 ml; 1dm^3 = 1 l; de esta manera,
  1 000 cm^3 = 1 000 ml = 1 l.

Para la aplicación del conocimiento

- Solicite a los estudiantes que lleven recipientes con forma de prismas y pirámides. También una jarra con graduación. Indique que midan los objetos y hallen el volumen correspondiente. Luego deben llenarlos con agua, la cual será medida en la jarra. Al final, confronten los resultados obtenidos, ¿concuerdan o no? ¿Por qué?

Para la evaluación

- Verifique si sus alumnos resuelven las actividades planteadas en la autoevaluación y coevaluación.

- Pedirles que construyan prismas y pirámides de diferentes tamaños, marcando en ellos los elementos constitutivos y los valores de sus lados, áreas y volúmenes. Realicen una exposición de los trabajos.

- Resolver problemas aplicando el cálculo de volúmenes de prismas y pirámides. Para esto, plantee situaciones de la vida cotidiana; por ejemplo: ¿Cuál es el volumen de la pirámide de Keops?, ¿cuál el volumen de la pirámide construida en las afueras de la torre Eiffel?.

- Plantee situaciones hipotéticas para la resolución de problemas: ¿cuál será el volumen de un edificio con forma de prisma? Las medidas variarán según lo que usted crea conveniente.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Relacionada con la DCD: **Resolver situaciones cotidianas mediante el cálculo de porcentajes.**

Para la activación de conocimientos previos

- Pregunte a sus estudiantes sobre los siguientes aspectos: ¿Qué es el impuesto al valor agregado? ¿Qué valor o porcentaje tiene el IVA en el Ecuador? ¿Cómo se determina adecuadamente el incremento (o decremento) de precios del consumidor? ¿En qué es beneficioso que los almacenes hagan rebajas y remates de sus productos y/o mercaderías?
- El docente debe preparar la información adecuada para el tratamiento en el aula, tenga claro que el IVA es del 12% en el Ecuador; que el incremento de costos se lo hace en porcentajes, con referencia mensual y anual, la información al respecto la lleva el Banco Central y que las rebajas o descuentos en general se realizan en porcentajes. Un descuento o rebaja puede estar ocultando una subida previa de precios, un remate en algunas veces trata de evacuar productos que no tienen salida.

Para la construcción del conocimiento

- Explique, a sus alumnos/as, el procedimiento para hallar el porcentaje o tanto por ciento de una cantidad: **a)** multiplicar el número por el porcentaje (por ejemplo, 87 × 68 = 5 916); **b)** dividir el resultado por 100. (Se desplaza la coma decimal dos lugares hacia la izquierda; por ejemplo, 5 916 ÷100 = 59,16); **c)** Redondear la precisión deseada (por ejemplo, 59,16 redondeado al número entero más próximo, es decir, 59).
- Pídales que observen en los ejemplos desarrollados los procedimientos para calcular la disminución o el aumento de una cantidad en un porcentaje dado. Algunos ejercicios propuestos: **a)** Si hoy han faltado a clase, por enfermedad, el 20% de los 40 alumnos/as, ¿cuántos han asistido? ¿Cuántos estudiantes han faltado? **b)** De 500 mujeres encuestadas, 360 afirman que les gusta el fútbol y el 15% lo practica. ¿Cuál es el porcentaje de aficionadas y cuántas juegan este deporte?

Para la aplicación del conocimiento

- Dialogue con los estudiantes sobre la importancia de guardar las facturas de las compras que se realizan durante todo el año. Las mismas que si están correctamente llenadas y son de productos que se consideren gastos personales servirán a los padres para los cálculos de los impuestos.
- Sugiérales que ingresen a la página www.sri.gob.ec que pertenece al Servicio de Rentas Internas y que consigan la información necesaria sobre los diferentes impuestos que se debe pagar, así como las fechas máximas de cancelación. Al final, elaborarán un cuadro informativo.
- Deles las instrucciones necesarias para que durante un mes hagan los cálculos necesarios sobre los valores de impuestos de uno de sus padres, con el valor mensual y realicen una proyección para el pago del impuesto anual.

Para la evaluación

- Divida a los estudiantes en grupos de tres o cuatro. El primero preparará carteles con precios, ofertas y porcentajes de descuentos de una feria. El segundo hará el papel de clientes que compararán precios, garantías, revisarán las facturas, serán muy exigentes con lo que necesitan. El tercero actuará de vendedores, ofreciendo los productos y el cuarto grupo representará a los empleados del SRI que controlan que todo se cumpla con normalidad. Observe la representación y determine si algún alumno tiene dificultad en la comprensión del trabajo, de ser ese caso apoyar al trabajo.

Recomendaciones para docentes

Sección para uso exclusivo del educador

Sucesiones

Una sucesión es un conjunto de números ordenados que se suceden siguiendo una regla de formación. En estos ejemplos usted puede completar sucesiones como las siguientes:

1, 2, 4, 8, ____, 32, 64, ____ ...

12, 19, 26, ____ , 40, 47, ____ , 61, 68, 75, 82, 89, ____ , 103...

4, 9, 6, 11, 8, ____ , 10, 15, 12, 17, ____ , 19, 16, ____, 18.

Sucesión de Fibonacci

Una sucesión interesante es la de Fibonacci y se forma así: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144…

Distribución gratuita - Prohibida la venta

La sucesión inicia con 0 y 1, y a partir de ahí cada elemento es la suma de los dos anteriores. A cada elemento de esta sucesión se le llama **número de Fibonacci.** Se sugiere investigar la historia de esta sucesión.

Esta sucesión tiene numerosas aplicaciones en ciencias como la computación, las matemáticas y la teoría de juegos.

La regla: Una sucesión sigue una regla que indica cómo calcular el valor de cada término. Por ejemplo, en la sucesión 2, 4, 6, 8, ... se empieza por 2 y se salta 2 cada vez. Si quisiéramos calcular el centésimo término, primero debemos observar que la sucesión sube 2 cada vez, así que la regla va a ser: "2 × n".

n	Término	Prueba
1	2	2n = 2 × 1 = 2
2	4	2n = 2 ×2 = 4
3	6	2n = 2 × 3 = 6

Entonces, podemos calcular el término 100: 2 × 100 = 200.

Una sucesión se representa por $a_n = a(n)$, donde $n \in \mathbb{N} - \{0\}$. Esa representación da la regla de formación de la misma. Para los números pares positivos, la regla de formación está dada por la expresión: $a_n = a(n) = 2n$.

Buen Vivir: Comunicación e información

Puede aprovechar las actividades que hacen referencia a precios y descuentos para comentar algunos aspectos relacionados con el derecho a la información de los consumidores y usuarios de bienes y servicios, así como a la obligación de un consumo responsable.

Lea la siguiente lista de consejos al consumidor para que, al finalizar, el análisis de cada uno, los estudiantes puedan adoptar un compromiso para hacerse respetar como consumidores.

Consejos para el consumidor

1. Pregunte todos los detalles relacionados con su compra.

2. Compare precios, cantidad, calidad, garantía y servicios. No compre por marca.

3. Verifique el estado del producto, más si se trata de uno perecible.

4. Asegúrese de que le cumplan las ofertas prometidas.

5. Lea el contrato. No firme si no lo ha entendido o tiene espacios en blanco.

6. Exija la garantía por escrito y en español. Guárdela junto con la factura de compra.

7. Aproveche las ventas especiales de artículos que necesite comprar o que sean de mucho consumo. Recuerde que usted ahorra solamente si compra lo que necesita.

8. Cuídese de los anuncios engañosos. Todo anuncio debería incluir la descripción del artículo, el precio, el tamaño y la cantidad.

9. Utilice la información que aparece en las etiquetas. Fíjese en la fecha de expiración, en el valor nutritivo de los alimentos, en el certificado de Sanidad.

10. Investigue las ofertas y promociones publicadas en los medios de comunicación social.

11. Compare el costo del crédito de los distintos planes de pago que ofrecen los almacenes y centros comerciales.

Adaptado de http://www.explored.com.ec

Reflexione con sus estudiantes acerca de los siguientes aspectos: ¿Qué es más ventajoso, el descuento antes o después de cobrar el IVA? Cuando la compra es a plazos, existe el recargo del interés, ¿cuál es el promedio de recarga en el precio final de un producto?

Bibliografía

- http://www.explored.com.ec/noticias-ecuador/los-cinco-derechos-del-consumidor-97186-97186.html
- www.sri.gob.ec
- http://inst-mat.utalca.cl/tem/taller-geo/interactivas/curso1/geometria/geoweb/volum2.htm
- http://fallbrookhs.org/ourpages/users/jtaglenava/mywebsite/geometry/LIBRO/12_4.pdf
- ALVARADO, M. y BRIZUELA, B., Haciendo números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia, Paidós, Buenos Aires, 2005.
- PARRA, C. y SAIZ, I., Didáctica de las matemáticas, aportes y reflexiones, Paidós, Buenos Aires, 2008.
- PRADA D. y CELA P., Matemáticas 4.° curso, Narcea Ediciones, España, 1971.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha 1

Refuerzo Números decimales y fracciones decimales

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. Recuerda cómo se halla la fracción decimal de un número decimal.

$$3{,}76 = \frac{376}{100}$$

2 cifras — 2 ceros decimales

Escribe en forma de fracción decimal los siguientes números decimales.

a) 5,1 b) 48,7 c) 23,89 d) 29,167

2. Recuerda cómo se leen los números decimales.

3,76 ÷ 3 unidades 76 centésimas

Escribe cómo se leen los números del ejercicio 1.

3. Ordena de menor a mayor los números del ejercicio 1.

4. Completa la siguiente tabla de posición.

Número decimal	Fracción decimal	c	d	u	,	Décima	Centésima	Milésima
8 décimas								
5 centésimas								
3 milésimas								
12 décimas								
134 centésimas								
3 145 décimas								

5. Si un número decimal es menor que 1, ¿cómo es su parte entera?

6. Lee los siguientes números decimales e indica en cada caso el orden de unidades de la cifra 9: 9,04; 0,09; 0,91; 0,009; 9 025,2; 294,27; 21,19.

7. Representa aproximadamente sobre una recta los siguientes números decimales: 55 centésimas; 1 unidad 8 décimas; 4 unidades 10 décimas; 5 unidades 2 décimas.

8. Representa sobre una recta: 110,7; 110,1; 110,15; 110,9.

9. Escribe tres números de cuatro cifras con las cifras 4, 5, 2, 3 tomadas en este orden y que sean menores que 453.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Operaciones con números decimales

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

En el número 5 032, el cero nos indica que la cifra de las centenas es 0. Si queremos obtener dicho número a partir, por ejemplo, del número 5 432, debemos restar a este último el número de unidades equivalente a sus centenas.

4 centenas = 400 unidades

$$5\,432 - 400 = 5\,032$$

Del mismo modo, en el número 3,06, el cero significa que las cifras de las décimas es 0. Por tanto, para obtener dicho número a partir, por ejemplo, del número 3,56, debemos restar a este último el número de unidades equivalente a sus décimas.

5 décimas = 0,5 unidades

$$3{,}56 - 0{,}5 = 3{,}06$$

1. Razona como en los dos casos anteriores para hallar los números que faltan en las siguientes operaciones.

a) 5 321 – ..... = 5 301
b) 3 245 – ..... = 245
c) 2,43 – ..... = 2,03
d) 2,43 – ..... = 2,4
e) 14,2 – ..... = 10,2
f) 14,56 – ..... = 10,06

El **redondeo** previo de los números en las operaciones con números decimales y la realización de dichas operaciones con números naturales nos pueden servir de pauta para comprobar si nuestros resultados son posibles.

Veamos cómo redondear hasta las décimas los siguientes números decimales:

2,38; 1,52; 3,05

— Puesto que redondeamos hasta las décimas, debemos quedarnos con una sola cifra decimal.
— Señala la primera cifra que debemos suprimir y anota si es menor que 5 o, por el contrario, es mayor o igual que 5.
— Si la cifra que debemos suprimir es menor que 5, conservaremos la cifra de las décimas; si es mayor o igual que 5, aumentaremos en una unidad dicha cifra.

2,38	→	8 > 5	→	Redondeo: 2,4
1,52	→	2 5	→	Redondeo: 1,5
3,05	→	5 5	→	Redondeo: 3,1

Observa cómo procedemos para hallar una **aproximación** del resultado de una operación con números decimales:

$$(3{,}95 + 7{,}9) \div (8{,}2 - 1{,}75)$$

— Redondeamos cada uno de los números y realizamos la operación con los números naturales:

$$(4 + 8) \div (8 - 2) = 12 \div 6 = 2$$

— Luego el resultado de esta operación ha de ser aproximadamente 2.
— Comprobémoslo:

$$(3{,}95 + 7{,}9) \div (8{,}2 - 1{,}75) = 11{,}85 \div 6{,}45 = 1{,}83...$$

2. Efectúa las operaciones indicadas en la siguiente tabla, estimando previamente el resultado.

Operación	Estimación	Resultado
(3,8 – 2) ÷ 1,999	(4 – 2) ÷ 2 = 2 ÷ 2 = 1	1,8 ÷ 1,99 = 0,90
25,9 – (9,2 – 7,8)		
25,9 – 9,2 – 7,8		
74,9 ÷ 7 – 2,1		
74,9 ÷ (7 – 2,1)		

Distribución gratuita - Prohibida la venta

☑ Ficha de evaluación

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. En la prueba de 100 m planos de una competición atlética se han registrado las siguientes marcas:

   12 segundos, 9 segundos 85 centésimas, 10 segundos 95 centésimas, 10 segundos 30 centésimas, 10 segundos 5 centésimas.

   Completa la tabla de la derecha, teniendo en cuenta que:

   - El representante de Canadá ha sido el primero.
   - España ha quedado en penúltima posición.
   - El representante de Panamá ha llegado a 2 segundos y 15 centésimas del primero.
   - Ecuador ha quedado en segunda posición.
   - El representante estadounidense ha llegado 25 centésimas después de la marca 10 segundos 5 centésimas.

	País	Tiempo (s)
1.º		
2.º		
3.º		
4.º		
5.º		

2. Escribe en cifras las siguientes cantidades.

   a) Seis unidades y quince centésimas.

   b) Dos milésimas.

   c) Dieciséis centésimas.

   d) Una unidad, cuatro décimas y seis milésimas.

   — Escribe cuatro situaciones cotidianas en las que podrías utilizar estos números.

3. Continúa las siguientes sucesiones, añadiendo cinco términos a cada una.

   a) 0,05; 0,1; .....; .....; .....; .....; .....

   b) 3; 2,1; .....; .....; .....; .....; .....

   — Representa sobre la recta los números de la serie *b*.

4. Ordena de menor a mayor los siguientes números.

   2,5 ; 0,145 ; 1,45 ; 1,5 ; 0 ; 2,51 ; 3 ; 0,33 ; 0,333 ; $\frac{1}{2}$; 0,0145 ; 1,405

5. Resuelve las siguientes operaciones.

   a) $234 + 2{,}35 + 12$

   b) $1\,200 - 125{,}75$

   c) $23{,}8 \times 6{,}05$

   d) $1\,795 \div 0{,}47$

   e) $3{,}4 \times 10 \div 1{,}7$

   f) $2{,}5 \times (34 - 10{,}5) - 3 \times (2 - 1{,}5 + 2{,}7 \times 1{,}2)$

   (En las divisiones, aproxima el cociente hasta las centésimas e indica el resto.)

6. Calcula:

   a) 5 % de 320 es .....

   b) 1 000 es el 25 % de .....

   c) ..... % de 300 es 30

   d) 75 % de 1 200 es igual a los $\frac{....}{4}$ de 1 200

7. En la tienda donde Óscar va a comprar los libros le hacen un descuento del 12 %. ¿Cuánto pagará por un libro de 10 dólares? ¿Por qué número puede multiplicar la cantidad inicial para obtener directamente la cantidad resultado?

8. Resuelve: El volumen de un prisma cuadrangular regular es de 150 cm^3. Si su altura mide 6 cm, ¿cuánto mide su arista básica?

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha de evaluación

Solucionario

1.

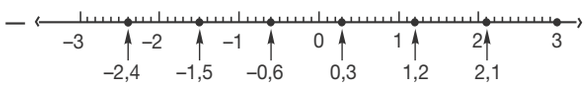
	País	Tiempo (s)
1.º	Canadá	9,85
2.º	Ecuador	10,05
3.º	EE.UU.	10,30
4.º	España	10,95
5.º	Panamá	12

2. a) 6,15; b) 0,002; c) 0,16; d) 1,406

   — Respuesta sugerida: Los pueblos más próximos se encuentran a una distancia de 6,15 km. Se detectó 0,0002 g/dm^3 de sustancia tóxica en el agua del río. Ganó la carrera por 0,16 s. El trozo de carne pesaba 1,406 kg.

3. a) 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35.

   b) 3; 2,1; 1,2; 0,3; –0,6; –1,5; –2,4.



4. $0 < 0{,}0145 < 0{,}145 < 0{,}33 < 0{,}333 < \frac{1}{2} < 1{,}405 < 1{,}45 < 1{,}5 < 2{,}5 < 2{,}51 < 3$

5. a) 248,35; b) 1 074,25; c) 143,99; d) 3 819,14 y el resto 0,0042; e) 20; f) 47,53.

6. a) 16; b) 4 000; c) 10; d) 3.

   — **tanto por ciento, cien.**

7. 8,8 dólares; 1 – 0,12 = 0,88

8. Arista = 5 cm

Indicadores esenciales de evaluación

	Puede continuar	Necesita refuerzo
	% de alumnos/as	
• Utiliza de forma adecuada los números decimales para recibir y producir información en actividades relacionadas con la vida cotidiana.		
• Conoce y utiliza la equivalencia entre números decimales y fracciones decimales.		
• Efectúa correctamente sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números decimales.		
• Efectúa mentalmente multiplicaciones y divisiones por la unidad seguida de ceros.		
• Efectúa correctamente operaciones combinadas con números decimales, aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.		
• Redondea números decimales hasta una determinada cifra decimal. • Calcula el volumen de prismas y cilindros con varios métodos.		
• Valora positivamente la necesidad de expresar numéricamente situaciones de la vida cotidiana con números decimales.		
• Adquiere el hábito de analizar con espíritu crítico informaciones que incluyan porcentajes.		

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Módulo **4** **Bloques:** Geométrico. Relaciones y funciones

Polígonos: triángulos y cuadriláteros Iniciación al álgebra

Objetivo del módulo

- Aplicar los conceptos elementales del álgebra y la geometría en la construcción de figuras geométricas y en la resolución de problemas.

DCD Destrezas con criterios de desempeño

- Construir figuras geométricas con el uso de la regla y del compás siguiendo pautas específicas.
- Conocer los conceptos geométricos elementales y aplicarlos en problemas de la vida cotidiana.
- Definir y representar medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de un triángulo en gráficos.
- Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro en gráficos.
- Expresar un enunciado simple en lenguaje matemático.
- Reconocer y agrupar monomios homogéneos.
- Utilizar los medios informáticos para la representación de figuras geométricas.

Estrategias metodológicas

Relacionada con la DCD: **Construir figuras geométricas con el uso de la regla y del compás siguiendo pautas específicas.**

Para la activación de conocimientos previos

- Muchas veces, los estudiantes solo reconocen como polígonos a los que son regulares. Por este motivo, es conveniente utilizar polígonos irregulares en los diferentes ejemplos, siempre que no sea precisa su regularidad. Se sugiere revisar los polígonos en el entorno en la Crónica matemática, en la página 137 del texto para estudiantes.
- También se debe acostumbrar a los alumnos a describir los polígonos y sus elementos con precisión y a clasificarlos correctamente según diferentes criterios.
- Para las descripciones puede hacerlo construyendo figuras mediante el uso del origami y realizando preguntas que permitan evaluar los conocimientos previos. Por ejemplo:

  ¿Qué significa equilátero y equiángulo?

  ¿Cuándo dos rectas son paralelas, cuándo son perpendiculares?

  ¿Qué es vértice, qué es ángulo?

  ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre un cuadrado y un rectángulo, entre un cuadrado y un rombo?

  ¿Qué es un ángulo central?
- Para comprobar si los alumnos tienen clara la clasificación de los cuadriláteros es conveniente formular preguntas como: ¿En qué se diferencian y en qué se parecen un cuadrado y un rombo? ¿Y un rectángulo y un cuadrado? Es necesario que los alumnos efectúen con precisión y corrección las construcciones de los paralelogramos.
- También pueden proponerse construcciones de cuadriláteros, conocidos algunos de sus elementos. Por ejemplo: Dibuja un cuadrilátero conocida la amplitud de tres de sus ángulos: 32°, 55° y 72°.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Para la construcción del conocimiento

- Es necesario que todos los alumnos identifiquen el material geométrico y utilicen adecuadamente el compás.
- Indique a los estudiantes lo que pretende dibujar, marque el tiempo que deben tardar en realizar determinado trazo.
- Sea muy claro al dar las indicaciones, utilice el lenguaje matemático adecuado.
- Trabaje con los estudiantes realizando los trazos de las páginas 111 y 114 del texto, ya que, en el primer caso son trazos sencillos y en el segundo la dificultad se incrementa.
- Una vez realizados las construcciones permita a los estudiantes que demuestren su creatividad coloreando o creando otros polígonos guiándose en los procesos ya aprendidos.

Para la aplicación del conocimiento

- En la página 115 del texto del estudiante, usted encontrará el proceso para realizar construcciones geométricas en la computadora, léalas y previo al trabajo es importante que usted haya realizado trazos que le servirán de ejemplo en la clase.
- Permita que los estudiantes se familiaricen con la pantalla del programa a usarse para realizar los trazos geométricos.
- Lea con los estudiantes las descripciones que se dan a cada uno de las opciones sobre el trazo o las características de los elementos geométricos que se presentan en la pantalla.
- Solicíteles que bosquejen, en la pantalla, elementos sencillos como un punto, una recta entre otros.
- Trabaje conjuntamente con los alumnos para realizar los trazos en la computadora siguiendo un adecuado proceso.
- Aproveche la oportunidad para realizar un repaso del cálculo de perímetros y áreas de los polígonos trazados en la computadora.

Para la evaluación

- Forme grupos de trabajo. Entregue a cada grupo pautas específicas para el trazo de polígonos.
- Verifique que el grupo haya cumplido con las consignas indicadas.
- Asegúrese de integrar en las consignas grupales, no solo el proceso para el trazo de figuras sino también actitudes ante el trabajo colectivo y el buen uso de los materiales geométricos y el compás.

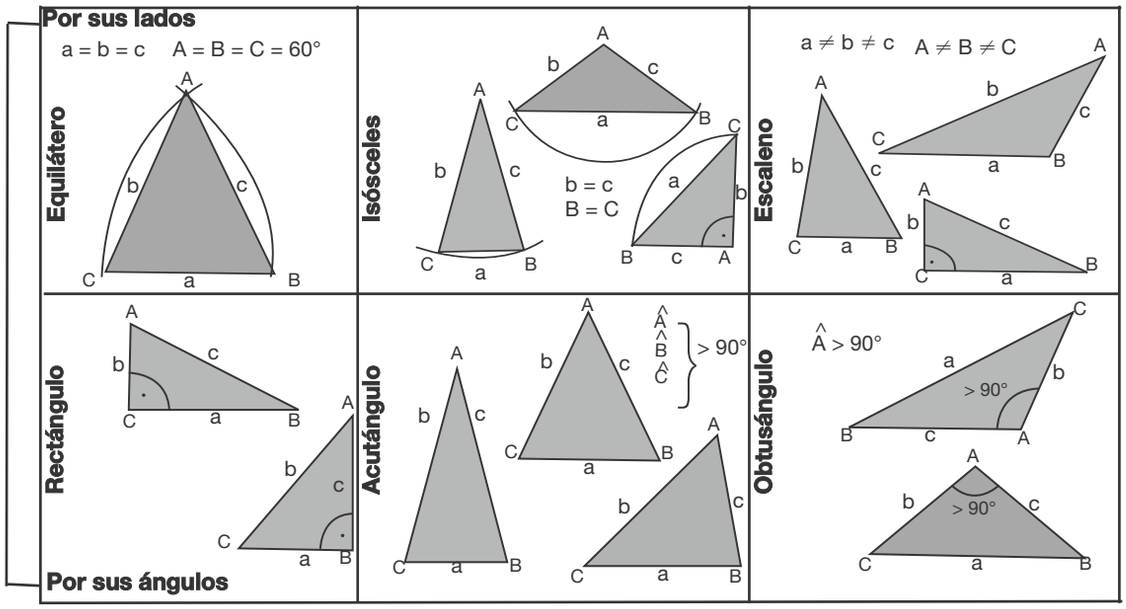
Relacionada con la DCD: **Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro en gráficos.**

Para la activación de conocimientos previos

- Recuerde qué es un triángulo y cuáles son sus elementos, qué caracteriza los triángulos rectángulos y cómo se produce igualdad de triángulos.
- Indique un lado y dos ángulos contiguos del triángulo para que los estudiantes construyan la figura. Apóyese en los prerrequisitos presentados en el texto para estudiantes.
- Es importante insistir en que los alumnos/as sean muy precisos en la clasificación de los triángulos, para esto puede ser conveniente utilizar una tabla de doble entrada o mediante un diagrama en árbol. También se sugiere realizar y mantener en el aula un cartel como el que se presentará a continuación para que se pueda verificar la correcta aprehensión de los conocimientos previos:

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Clasificación de los triángulos



Para la construcción del conocimiento

- Entregue a los estudiantes diferentes triángulos de papel (pueden ser equiláteros, escalenos, isósceles y triángulos rectángulos).
- A partir de las definiciones, usando plegados de papel (origami) señalen en los triángulos los puntos de intersección de las medianas, alturas, mediatrices y bisectrices, pida que escriban conclusiones en una tabla.
- Verifique que entre las conclusiones que hacen los estudiantes, se mencione dónde se ubican los puntos notables en cada uno de los triángulos o cómo son las rectas notables con respecto a los lados.
- Realice la lectura de la página 109 del texto y solicite a los estudiantes que comparen la información con las conclusiones que sacaron en la actividad anterior.
- Forme grupos de trabajo y designe a cada uno de los grupos dos clases de triángulos para que realicen su trazo.
- Solicite a los estudiantes que tracen las rectas notables de los triángulos correspondientes y señalen los puntos notables.
- Pida que tracen circunferencias inscritas y circunscritas a los triángulos trazados.
- Utilizando la tabla del trabajo con plegados solicite que corrijan y completen las conclusiones.

Para la aplicación del conocimiento

- Guíe a los estudiantes a encontrar el centro de gravedad (baricentro) de cada uno de los triángulos y a argumentar sus conclusiones.
- Pídales que contesten a estas interrogantes y justifiquen sus respuestas.

1. ¿Puede coincidir una de las medianas del triángulo con un lado?
2. La mediana correspondiente a un lado del triángulo ¿lo corta siempre?
3. ¿Se puede afirmar que el baricentro de un triángulo es siempre un punto interior de dicho triángulo?
4. ¿Puede coincidir el baricentro de un triángulo con alguno de sus vértices?
5. ¿Cuál es la relación entre las distancias del baricentro a un vértice y al punto medio del lado opuesto?

Para la evaluación

Utilizando el segundo ejercicio integrador de la página 129 solicite a los estudiantes que realicen la práctica de la página 130 y en grupos preparen una clase demostrativa del tema tratado. Observe la creatividad con la que cada grupo muestra sus conocimientos.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Polinomios

Anteriormente se consideraba monomio a la expresión algebraica que constaba de un término; binomio: que tenía dos términos; trinomio: con tres términos. Polinomio: que poseía cuatro o más. Muchos docentes han considerado únicamente esta información sin embargo, es importante conocer lo siguiente:

Expresión algebraica: es una serie de números y letras unidos mediante los signos de las operaciones aritméticas.

Monomio: es una expresión algebraica en las que las únicas operaciones que aparecen entre las variables son el producto y la potencia de exponente natural.

Polinomio: en una variable x es una expresión algebraica definida por: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + ... + a_nx^n$, donde a es número real y n es un número natural.

Si después de reducir los términos semejantes, el polinomio tiene un solo término, se le llama monomio; si tiene dos es un binomio; y si tiene tres se trata de un trinomio.

Los polinomios $5x$; $2x^4y^5$ son monomios; $x^7 + 7y^3$ es un binomio y $9x^9 + x - 3$ es un trinomio.

Se llama valor numérico de un polinomio P(x) con respecto a un número real α al número que se obtiene luego de efectuar operaciones en P(x) cuando se sustituye la variable x por α (notaremos $P(\alpha)$).

Hallar P(1) y P(–2) en el polinomio: $P(x) = -3x^4 + 6x^3 - 2x^2 + x - 2$.

$$P(1) = -3(1)^4 + 6(1)^3 - 2(1)^2 + (1) - 2 = -3 + 6 - 2 + 1 - 2 = 0$$
$$P(-2) = -3(-2)^4 + 6(-2)^3 - 2(-2)^2 + (-2) - 2 = -3(16) + 6(-8) - 2(4) - 2 - 2 = -108$$

Raíz de P(x)

α es raíz de P(x) si y solo si $P(\alpha) = 0$

En el ejemplo anterior observamos que P(1) = 0, por lo tanto, 1 es raíz de P(x).

Buen Vivir: Educación y cultura

Aproveche la entrada de módulo para conversar sobre la conservación del patrimonio cultural del Ecuador y del mundo. También puede sugerir un diálogo sobre la diversidad lingüística y cultural, destacando tanto el aporte occidental como el de los pueblos originarios de nuestro país.

Lea con los alumnos/as los artículos 17 y 25 de la Declaración de los Derechos Humanos sobre la vivienda de esta sección en el libro del alumno, página 135.

Pídales que comenten si esto se cumple o no en nuestro país.

En la página web: www.inec.gob.ec hay información sobre el censo de vivienda de 2010. Solicite que busquen la correspondiente al área que habitan. ¿Tienen alguna observación a los resultados? Esta actividad será de mucho provecho para realizar un análisis de la situación actual del Ecuador. Motive la reflexión individual y en grupo para que los estudiantes puedan plantear alternativas de cambio. Es muy importante que desde jóvenes se vinculen con proyectos y formas de trabajo que beneficien a la sociedad.

Bibliografía

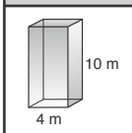
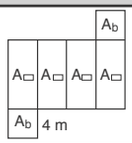
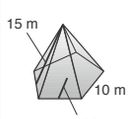
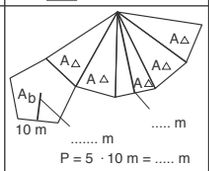
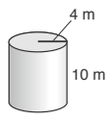
- http://www.juegotangram.com.ar/
- sectormatematica.cl/ppt/tangram.ppt
- www.sectormatematica.cl/ppt/Mediatriz%20y%20Bisectriz.pps
- www.inec.gob.ec
- EQUIPO BIBLOGRAF, Matemáticas Lexis 22/Vox, Círculo de lectores S. A., España, 1981.
- CONSTITUCIÓN DE LA REPÚBLICA DEL ECUADOR, 2008.
- LEITHOLD, Louis, Álgebra y Trigonometría con geometría analítica, Harna México, México, 1994.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Áreas y volúmenes de cuerpos geométricos

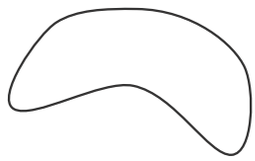
Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. Observa y completa esta tabla.

Figura	Patrón	Área
		$A = A_\square + A_\square + A_\square + A_\square + A_b + A_b$ $A = 4\ A_\square + 2\ A_b$ $A = 4 \cdot (..... \text{ m} \cdot ..... \text{ m}) + 2 \cdot (..... \text{ m})^2$ $A = ... \text{ m}^2 + ... \text{ m}^2 = ... \text{ m}^2$
	 P = 5 · 10 m = ... m	$A = A_\triangle + A_\triangle + A_\triangle + A_\triangle + ... + ...$ $A = 5\ ..... + A_b$ $A = 5 \cdot \frac{..... \cdot .....}{2} + \frac{50 \text{ m} \cdot .....}{2}$ $A = ... \text{ m}^2 + ... \text{ m}^2 = 547 \text{ m}^2$
		$A = A_l + 2A_b$ $A = (2\pi \cdot 4 \text{ m}) \cdot 10 \text{ m} + 2\pi\ (4 \text{ m})^2$ $A = 251{,}2 \text{ m}^2 + 100{,}48 \text{ m}^2$ $A = 351{,}68 \text{ m}^2$

2. Una fotografía por satélite de una isla del Pacífico revela que tiene la siguiente forma.

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{P \cdot a}{2}$$



Calcula aproximadamente el área de la isla mediante una triangulación.

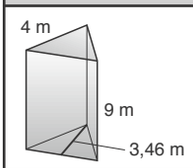
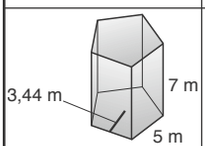
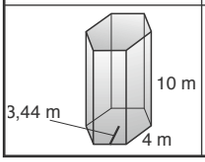
— Si la escala de la fotografía es 1:300 000, ¿cuál es la superficie aproximada de la isla?

— ¿En qué caso crees que se cometerá un error mayor al calcular la superficie de la isla?

a) La isla es prácticamente plana.

b) La isla es muy montañosa.

3. Completa esta tabla.

Figura	Expresión del volumen	*h* (altura)	A_b (área de la base)	*V* (volumen)
	$V = A_b \cdot h$	9 m	$A_b = \frac{4 \text{ m} \cdot ..... \text{ m}}{2} = ... \text{ m}^2$	$V = 6{,}92 \text{ m}^2 \cdot 9 \text{ m}$ $V = 62{,}28 \text{ m}^3$
	$V = A_b \cdot h$	..... m	$A_b = (..... \text{ m})^2 = ... \text{ m}^2$	$V = ... \text{ m}^2 \cdot 8 \text{ m}$ $V = ... \text{ m}^3$
	$V = A_b \cdot h$	..... m	$P = 5 \cdot ..... \text{ m} = ... \text{ m}$ $A_b = \frac{..... \text{ m} \cdot 3{,}44 \text{ m}}{2} = ... \text{ m}^2$	$V = ... \text{ m}^2 \cdot ..... \text{ m}$ $V = ... \text{ m}^3$
	$V = A_b \cdot h$	..... m	$P = ... \cdot ..... \text{ m} = ...\text{m}$ $A_b = \frac{..... \text{ m} \cdot ..... \text{ m}}{2} = ... \text{ m}^2$	$V = ... \text{ m}^2 \cdot ..... \text{ m}$ $V = ... \text{ m}^3$

4. Observa en la figura 1 los patrones de un prisma y una pirámide regulares, ambos de base cuadrada.

— Construye en cartón el patrón de los dos cuerpos, con las medidas que se indican en la figura 1.

— Llena la pirámide con arena y vierte el contenido en el prisma. Di cuántas veces has llenado la pirámide para completar el volumen del prisma.

— Observa cómo se calcula el volumen del prisma y completa la fórmula del volumen de la pirámide:

$$V_{\text{prisma}} = A_b \cdot h \qquad V_{\text{pirámide}} = \frac{A_b \cdot h}{.....}$$

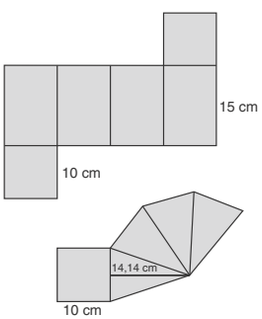


Fig. 1.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Álgebra

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. Completa la siguiente tabla.

Expresión	Coeficiente	Parte literal
$7x^3y$	7	x^3y
$-6x^2y^2$		
$\frac{1}{2}\ a^3bc^3$		
$-abc$		

2. Identifica los **términos semejantes** y reduce las expresiones siguientes.

a) $(5n) + \boxed{7m} - (2n) - \boxed{9m} + (6n) + \boxed{3m} = (5 - 2 + 6)\,n + (7 - 9 + 3)\,m = 9n - m$

b) $5y - 7x - 4z + 8y - 2z + 6x + 4y + 5z$

c) $8a - 4a^3\,b + 5b - 9a + 2a^3\,b + 8b$

3. Resuelve las siguientes multiplicaciones. Aplica la **propiedad distributiva** de la multiplicación respecto de la suma tal y como se muestra en el primer apartado.

a) $ab \cdot (a^2 + b - c^3) = ab \cdot a^2 + ab \cdot b - ab \cdot c^3 = a^3b + ab^2 - abc^3$

b) $ab \cdot (a^2 - b)$ c) $bc^2 \cdot (2b^3 + a^3 - c^4)$

4. Identifica el factor común en cada una de las siguientes expresiones y extrae factor común. Fíjate en el ejemplo:

- $5a + 5b = 5\,(a + b)$

a) $3x^2 + 3x^3$ b) $2x^3 + 4x^2 + x$ c) $abc + ab - ab^2c^2$

5. ¿Puede existir un valor de a para el cual el valor numérico de $1 + a^2$ sea -1? ¿Y para que el valor numérico sea un número negativo? Argumenta tu respuesta.

6. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para el valor indicado de las variables.

a) $a^2 + b$ para $a = 2$ y $b = 4$

b) $2a + 3b - ab$ para $a = 3$ y $b = 2$

c) $a^2 + b + ab$ para $a = 4$ y $b = 3$

d) $2a + ab - abc$ para $a = 5$, $b = 2$ y $c = 3$

7. Efectúa las multiplicaciones siguientes aplicando previamente la propiedad distributiva.

a) $\left(-\frac{2}{5}c^2d^3 - \frac{12}{10}b^2d^2 - \frac{1}{3}a^3c^4 - \frac{5}{2}a^3b^2\right) \cdot 2a^4c$

b) $\left(\frac{2}{3}m^3 - \frac{1}{10}mn^2\right) \cdot \left(\frac{4}{2}m^2 - \frac{7}{8}mn + \frac{6}{3}n\right)$

c) $\left(\frac{1}{3}x^2 + 4y^2 - \frac{1}{9}xy\right) \cdot \left(\frac{4}{3}x^2 + \frac{3}{4}xy + \frac{2}{3}y^2\right)$

8. Extrae factor común.

a) $(x - y)^3 - (x - y) \cdot (x + y)$

b) $(x^2 + y)^2 - (x^2 + y) \cdot (x^2 - y) + a \cdot (x^2 + y) \cdot (x^2 - y)^2$

c) $(x^2 - yz) \cdot (x + yz) - 3 \cdot (x + yz) \cdot (x - yz) + (x + yz)^2$

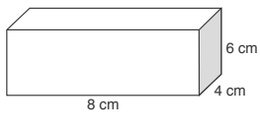
Distribución gratuita - Prohibida la venta

☑ Ficha de evaluación

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. Calcula el área de una esfera inscrita en un cubo de 5 cm de arista.

2. Averigua si un lápiz de 10,5 cm cabe en esta caja:

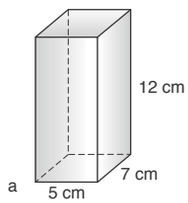


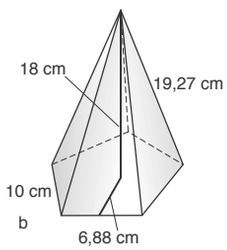
3. Haz las transformaciones siguientes utilizando factores de conversión.

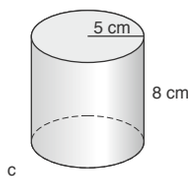
   35 m^3 = ... dm^3 0,05 m^3 = ... hm^3 5 km^3 = ... dam^3 38,24 cm^3 = ... m^3

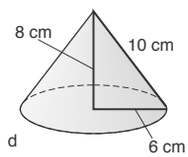
4. Ordena estas cantidades de mayor a menor: 49 000 000 cm^3, 6 100 000 000 mm^3 y 0,0058 dam^3.

5. Calcula las áreas del prisma y del cilindro y los volúmenes de todos los cuerpos geométricos.









6. Escribe una frase que represente defina cada una de las expresiones algebraicas siguientes.

   a) a^3 b) $2(a + b)$ c) $(a + 3)^2$ d) $a^2 + 3$

7. En un despacho se instalan *m* mesas de seis patas cada una y triple número de sillas de cuatro patas cada una, para que trabajen dos personas en cada mesa. Representa, en función de *m:*

   a) El número de sillas; b) El número de personas que trabajarán en el despacho; c) El número de patas de sillas y mesas que habrá en total; d) Calcula el número de sillas y de personas del despacho del ejercicio 12 si en total se han instalado 8 mesas.

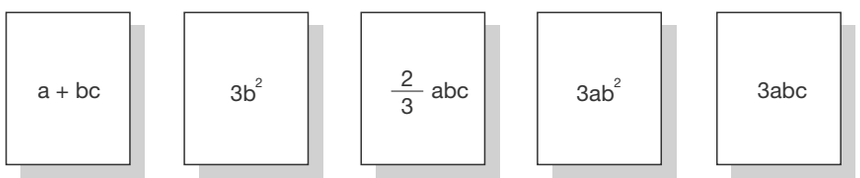
8. Completa la siguiente tabla.

Expresión algebraica	Términos	Coeficiente	Parte literal	Valor de la expresión para $a = 2$ y $b = 5$
$2a + b$				
$3ab - 4b + 4a$				

9. Opera:

   a) $6x - 3(2 - 4x)$ b) $3a \cdot 3ab - 2a^2b$

10. Entre las siguientes cartas marca con un círculo las que contienen términos semejantes y explica por qué.



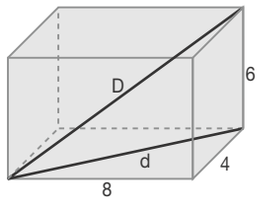
Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha de evaluación

Solucionario

1. El radio de la esfera es 2,5 cm. Por lo tanto:
   $A = 4\,\pi \times r^2 = 4\,\pi \times 2{,}5^2 = 78{,}5$
   El área de la esfera es 78,5 cm^2.

2. La longitud máxima que cabe en la caja es la de la diagonal del ortoedro. Llamamos *D* a esta diagonal.



   $d^2 = 8^2 - 4^2 \Rightarrow d = 8{,}9$
   $D^2 = 8{,}9^2 - 6^2 \Rightarrow D = 10{,}7$
   Por lo tanto, sí cabe.

3. $35\ \cancel{m^3} \times \dfrac{1000\ dm^3}{1\ \cancel{m^3}} = 35000\ dm^3$

   $0{,}05\ \cancel{m^3} \times \dfrac{1\,hm^3}{1000\,000\ \cancel{m^3}} = 0{,}000\,000\,05\ hm^3$

   $5\ \cancel{km^3} \times \dfrac{1000\,000\ dam^3}{1\ \cancel{km^3}} = 5000000\ dam^3$

   $38{,}24\ \cancel{cm^3} \times \dfrac{1\,m^3}{1000\,000\ \cancel{cm^3}} = 0{,}000\,03824\ m^3$

4. $49\,000\,000\ cm^3 = 49\ m^3$
   $6\,100\,000\,000\ mm^3 = 6{,}1\ m^3$
   $0{,}005\,8\ dam^3 = 5{,}8\ m^3$
   Por lo tanto:
   $49\,000\,000\ cm^3 > 6\,100\,000\,000\ mm^3 > 0{,}005\,8\ dam^3$

5. a. Prisma cuadrangular recto
   $A_{prisma} = P \times h + 2 \times A_{base}$
   $A_{prisma} = (2 \times 7 + 2 \times 5) \times 12 + 2 \times (7 \times 5)$
   $A_{prisma} = 358\ cm^2$

   c. Cilindro
   $A_{cilindro} = 2\,\pi \times r\,(g + r) = 2\,\pi \times 5 \times (8 + 5)$
   $A_{cilindro} = 408{,}2\ cm^2$

   a. $V = A_{base} \times h = 5 \times 7 \times 12 = 420\ cm^3$

   b. $V = \dfrac{A_{base} \times h}{3} = \dfrac{\dfrac{10 \times 5 \times 6{,}88}{2} \times 18}{3} = 1032\ cm^3$

   c. $V = A_{base} \times h = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 5^2 \times 8 = 628\ cm^3$

   d. $V = \dfrac{A_{base} \times h}{3} + \dfrac{\pi \times 6^2 \times 8}{3} = 301{,}44\ cm^3$

6. Respuesta sugerida:
   a) El cubo de un número; b) El doble de la suma de *a* y *b;* c) El cuadrado de un número aumentado en tres unidades; d) La suma del cuadrado de un número y 3.

7. a) 3 m; b) 2 m; c) 18 m. d) 24 sillas y 16 personas.

8.

Expresión algebraica	Términos	Coeficiente	Parte literal	Valor de la expresión para $a = 2$ y $b = 5$
$2a + b$	$2a,\ b$	2, 1	a, b	9
$3ab - 4b + 4a$	$3ab, -4b, 4a$	3 , –4 , 4	ab, b, a	18

9. a) $6x - 3\,(2 - 4x) = 18x - 6$ b) $3a \cdot 3ab - 2a^2b = 7a^2b$

10. Las cartas que contienen términos semejantes son aquéllas en las que aparecen las expresiones $\dfrac{2}{3}\,abc$ y $3abc$, pues los términos de ambas expresiones tienen la misma parte literal.

Indicadores esenciales de evaluación

	Puede continuar	Necesita refuerzo
	% de alumnos/as	
• Entiende el concepto de polígono y reconoce polígonos en el entorno.		
• Distingue los elementos y características de un polígono.		
• Construye polígonos con regla y compás.		
• Utiliza el lenguaje algebraico para escribir fórmulas o expresar reglas.		
• Escribe y lee correctamente expresiones algebraicas.		
• Resuelve ecuaciones del tipo $ax + b = cx + d$.		

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Módulo **5** **Bloques:** Geométrico. Medida

Proporcionalidad geométrica

Objetivo del módulo

- Aplicar el teorema de Tales y los procesos para construir figuras geométricas por medios informáticos en la resolución de problemas que contengan figuras geométricas semejantes.

DCD Destrezas con criterios de desempeño

- Determinar el factor de escala entre dos triángulos semejantes.
- Determinar la escala entre figuras semejantes en la aplicación de Tales.
- Aplicar el teorema de Tales en la resolución de figuras geométricas similares.
- Reconocer la semejanza de triángulos en la resolución de problemas.
- Aplicar los conceptos geométricos elementales a la resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Usar medios informáticos para realizar construcciones geométricas.
- Valorar el uso de recursos y herramientas matemáticas para afrontar situaciones que los requieran.

Estrategias metodológicas

Relacionada con la DCD: **Aplicar el teorema de Tales en la resolución de figuras geométricas similares.**

Para la activación de conocimientos previos

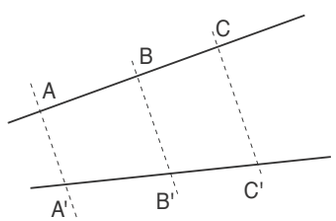
- Las diferentes construcciones geométricas deben realizarse de forma correcta y precisa: división de un segmento en partes proporcionales a unos segmentos dados, división de un segmento en partes iguales, determinación gráfica del segmento cuarto proporcional a tres segmentos dados...

- Tras construir gráficamente el segmento cuarto proporcional a tres segmentos dados y el segmento tercero proporcional a dos segmentos dados, puede proponerse el cálculo numérico de su medida, así los alumnos podrán comprobar la equivalencia de ambos procesos, el numérico y el gráfico (siempre que las construcciones geométricas se ejecuten correctamente).

- Debe recordarse a los alumnos la siguiente propiedad de las proporciones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b+d} = \frac{c}{d}$$

y a continuación observar que, teniendo en cuenta esta propiedad, al cortar dos rectas secantes por tres rectas paralelas —tal y como se observa en la figura siguiente— se obtienen los siguientes pares de segmentos proporcionales:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Dado que $AC = AB + BC$ y que $A'C' = A'B' + B'C'$.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Para la construcción del conocimiento

- Muestre el resultado de cortar dos rectas secantes con varias paralelas.
- Siga el proceso que conduce a encontrar la relación que se establece entre los segmentos que se obtienen al cortar dos rectas secantes por rectas paralelas.
- Lea a sus alumnos el enunciado del teorema de Tales y pida que lo relacionen con lo anteriormente explicado.
- Si tres o más rectas paralelas son intersecadas cada una por dos transversales, los segmentos de las transversales determinados por las paralelas, son proporcionales.
- Son interesantes las aplicaciones que tiene el teorema de Tales para la resolución de problemas, así como para el estudio de las transformaciones: la división de un segmento en partes proporcionales, la división de un segmento en partes iguales, la cuarta y tercera proporcional de dos segmentos dados, la media proporcional, la segmentación áurea, la cuarta proporcional de tres segmentos dados, el cálculo gráfico de productos y razones de segmentos dados, el cálculo de razones simples, razones dobles y cuaternas armónicas, la semejanza y el estudio de las escalas. Puede obtener más información al visitar las páginas web:

  http://www.educared.org/wikiEducared/Portada.html

  http://www.asesoriasdematematicas.com/preparatorias/2semestre_p/a19m2p.html

  http://plasticavegadeo.files.wordpress.com
- También se recomienda buscar el video sobre el teorema de Tales, interpretado por el grupo Les Luthiers.

Para la aplicación del conocimiento

- Solicite a los alumnos/as expliquen la respuesta a este problema: una pizza para una persona tiene 23 cm de diámetro. Sin embargo, la pizza familiar tiene 46 cm de diámetro, justo el doble que la pequeña, pero dicen que es para cuatro personas. ¿Nos están engañando?
- Entregue a los estudiantes figuras y solicite que construyan otras similares.
- Forme grupos de trabajo y pídales que elaboren una maqueta en la cual se utilicen figuras reducidas o ampliadas.

Para la evaluación

- Forme grupos de trabajo. Pida que cada grupo, seleccione un monumento, un edificio, una construcción destacada de su ciudad o pueblo. Investigue la historia de la edificación y halle su altura apoyándose en la proyección de su sombra y con la proyección de la sombra de una estaca, mediante la relación de triángulos semejantes.

Relacionada con la DCD: **Usar medios informáticos para realizar construcciones geométricas.**

Para la activación de conocimientos previos

- Pida a los alumnos, que abran una página del procesador de textos, elijan la opción de insertar gráfico y escojan la figura que sea de su agrado, la pinten, cambie de estilo las líneas…
- En las sesiones con la computadora, conviene considerar los diferentes niveles que puedan tener los alumnos/as en su manejo y así tenerlo presente a la hora de formar grupos o de plantear las distintas activades.

Para la construcción del conocimiento

- Sería conveniente disponer de un programa informático para la práctica de los procedimientos explicados en las páginas 148 y 149 del texto del alumno. En este caso debería explicar, cada una de las construcciones y los pasos que han de seguir para reproducirlos con la ayuda del programa.
- Sugiera a los alumnos que busquen en el Internet programas gratuitos que se puedan utilizar para trazar diferentes figuras geométricas. Se presentan algunos portales para descarga de software libre:

Distribución gratuita - Prohibida la venta

http://sectormatematica.cl/software.htm

http://www.programas-gratis.net/b/geometria

http://cabri-3d.programas-gratis.net/

http://geogebra.programas-gratis.net/

http://gratis.portalprogramas.com/Geometria-Matematicas.html

- Para los usuarios que por primera vez utilizan los sistemas operativos GNU/Linux, pero que ya poseen experiencia en sistemas operativos de Microsoft, una de las principales diferencias que encontrarán es la organización de archivos. En Windows, la dirección de la ubicación de un archivo inicia con la letra de la unidad (disco duro, CD, memoria portable, etc.) donde se encuentra el documento, seguida de: ":/". En las distribuciones, la dirección de la ubicación de un archivo empieza debajo del directorio raíz, determinado por "/", sin importar si los archivos se encuentran en el disco duro o en otro dispositivo. Por ejemplo, si hay un archivo en el escritorio de Windows, la dirección de la ubicación será: C:\Users\EDB\Desktop; mientras que si el documento se encuentra en el escritorio de Ubuntu, la dirección será: /home/EDB/Escritorio.

Para la aplicación del conocimiento

- Al contar con un software específico para esta sección, los estudiantes realizarán las actividades planteadas en el módulo.
- Solicite al profesor de informática que con los programas seleccionados, los alumnos practiquen y creen nuevas figuras geométricas.
- Entregue a los estudiantes características específicas para la construcción de figuras geométricas.

Para la evaluación

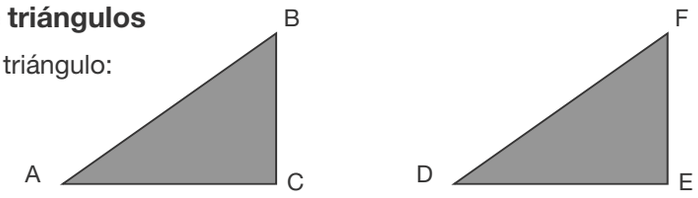
- Se sugiere que junto con el docente de informática y en el laboratorio de computación, planifique un concurso de geometría virtual. De acuerdo con las posibilidades de la institución, esta propuesta de actividad para la evaluación puede ser realizada en forma individual o grupal. Cada vez, solicite la elaboración de figuras de mayor complejidad.

Recomendaciones para docentes

Sección para uso exclusivo del educador

Congruencia de triángulos

Identifiquemos los triángulo:



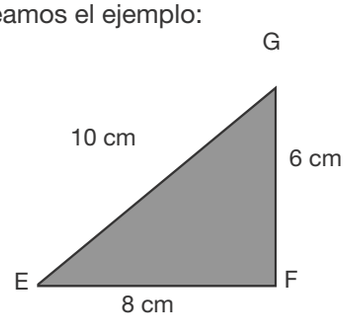
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

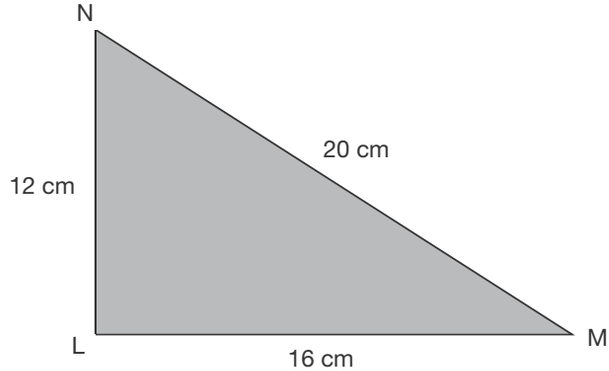
El símbolo que se emplea para denotar la congruencia es: $\cong$.

Al superponer al triángulo ABC sobre el triángulo DEF se observa que coinciden en todos sus puntos, es decir : dos triángulos son congruentes cuando coinciden superpuestos el uno sobre el otro.

Semejanza de triángulos

Dos triángulos son semejantes, si sus ángulos son de igual medida (congruentes) y sus lados homólogos son proporcionales. Veamos el ejemplo:





Distribución gratuita - Prohibida la venta

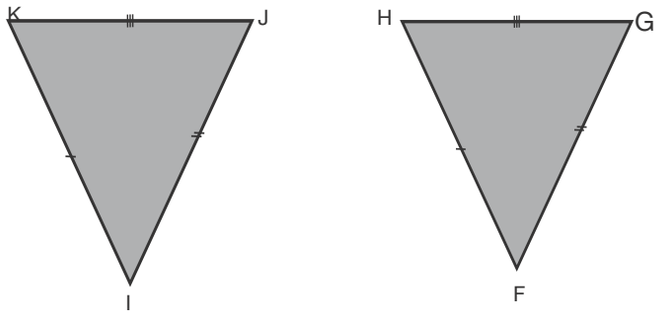
Los lados de los triángulos ΔEFG y ΔMLN son proporcionales y sus ángulos son congruentes respectivamente:

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{ML}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{LN}} = \frac{\overline{GE}}{\overline{NM}} \; ; \quad \frac{8}{16} = \frac{6}{12} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \qquad y \qquad \measuredangle E \cong \measuredangle M; \measuredangle F \cong \measuredangle L; \measuredangle G \cong \measuredangle N$$

Criterios para determinar la congruencia de triángulos

Primer criterio: Lado, lado, lado (LLL)

Un triángulo es congruente con otro si los tres lados de cada uno son respectivamente congruentes.

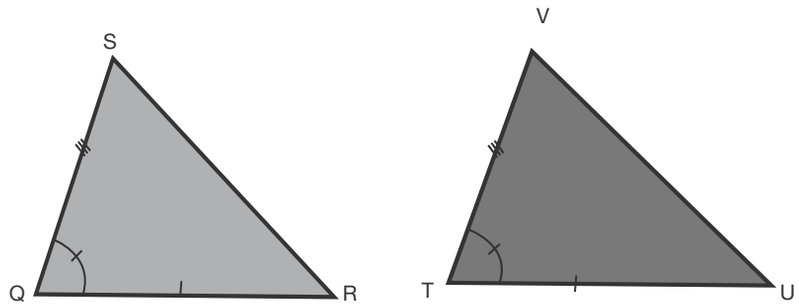


$\overline{IJ} \cong \overline{FG}$ $\overline{JK} \cong \overline{GH}$ $\overline{KI} \cong \overline{HF}$

$\therefore \triangle \overline{IJK} \cong \triangle \overline{FGH}$

Segundo criterio: Lado, ángulo, lado (LAL)

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente congruentes y congruente el ángulo formado por estos.

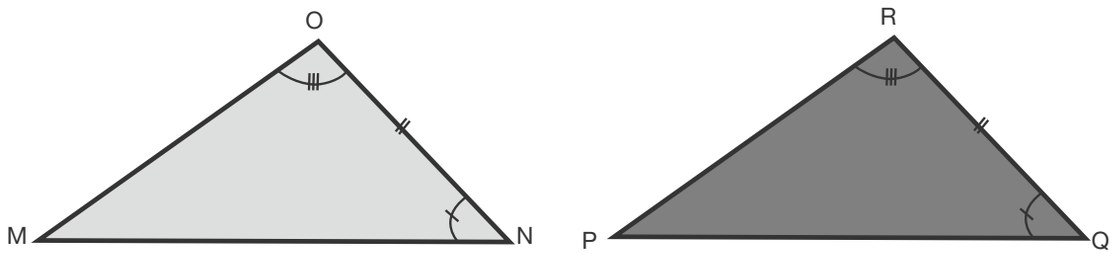


$\overline{QS} \cong \overline{TV}; \measuredangle Q \cong \measuredangle T ; \overline{QR} \cong \overline{TU}$

$\therefore \triangle QRS \cong \triangle TUV$

Tercer criterio: Ángulo, lado, ángulo (ALA)

Dos triángulos son congruentes si tienen congruentes dos ángulos y el lado comprendido respectivamente.



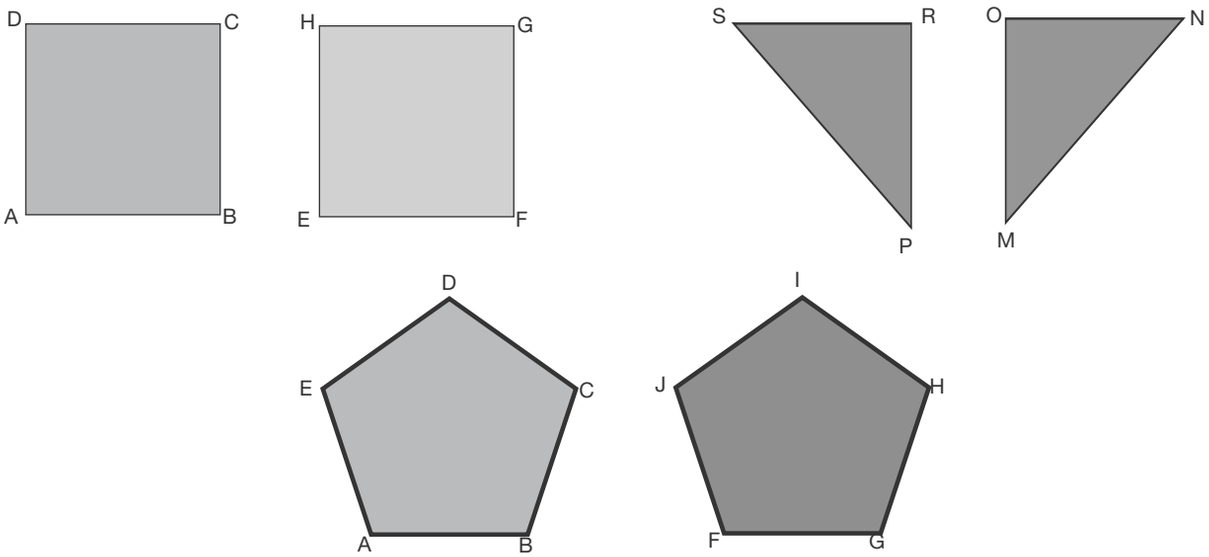
$\measuredangle N \cong \measuredangle Q ; \overline{NO} \cong \overline{QR} ; \measuredangle O \cong \measuredangle R$

$\therefore \triangle MNO \cong \triangle PQR$

Con base en el conocimiento de los criterios de congruencia se puede demostrar con facilidad cuando dos triángulos son congruentes.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

En general, dos polígonos son congruentes si sus lados son congruentes y sus ángulos lo son también. Los lados y los ángulos congruentes entre sí se denominan homólogos o correspondientes. Esta congruencia se da incluso si dichos polígonos están rotados o trasladados con en el ejemplo a continuación.



Buen Vivir: **Educación, cultura y saberes ancestrales**

El profesor/a puede aprovechar la idea de proporcionalidad asociada a la identidad cultural para tratar las actitudes de respeto hacia las características y las cualidades de las otras personas.

Solicite a los estudiantes que construyan una maqueta a escala en la que representen el sistema de terrazas. Aproveche esta actividad para tratar el tema de la conquista inca en el territorio ecuatoriano. Puede pedir ayuda al docente de estudios sociales para elaborar una línea de tiempo y para conocer el proceso de expansión incaico. Puede utilizar esta sugerencia para tratar temas relacionados como la migración, la fusión de culturas, la creación de nuevos valores culturales que se han dado en todos los tiempos de la humanidad, siempre con un refuerzo al respeto a los derechos individuales y colectivos.

También es muy importante analizar la relación con la tierra y cómo el ser humano la ha utilizado para su beneficio. Motive la reflexión acerca de las distintas técnicas agricolas tanto actuales como ancestrales y analice cuáles son más beneficiosas y cuáles deben ser promovidas. Aunque en este buen vivir debemos concentrar la atención en los saberes ancestrales como fuente de cultura es preciso relacionarlo con otro principio fundamental que es el respeto a la Pacha Mama, no solo como obligación de las personas sino porque esta es sujeto de derechos según la Constitución de la República. Esto permitirá que los alumnos/as comprendan que el Buen Vivir es un concepto integral sobre la relación del ser humano con otros seres humanos y de las personas con los elementos abióticos y seres vivos del planeta.

Conserve con ellos sobre los conocimientos que sobre plantas tanto medicinales como alimenticias poseen nuestros antepasados y que en la actualidad están siendo «redescubiertas» científicamente. La actitud que se debe tener frente a estos saberes, el respeto que debe primar en nuestro accionar. Destaque los nombres de científicos ecuatorianos que han descubierto principios activos en las plantas, por ejemplo el caso del doctor Edwin Cevallos que descubrió principios activos en plantas de la Amazonía y que lo patentó con el nombre de BIRM. También puede investigar acerca de la cura para la malaria. Esto despertará el interés por la ciencia y hará comprender a sus estudiantes que podemos ser un país de investigación científica.

Bibliografía

- ciruelo.uninorte.edu.co/.../5_Mentefactos%20y%20niveles%20de%20razonamiento.pdf
- http://portales.educared.net/wikiEducared/index.php?title=Aplicaciones_del_teorema_de_Tales
- CONSTITUCIÓN DE LA REPÚBLICA DEL ECUADOR, 2008.
- PARRA, C. y SAIZ, I., Didáctica de las matemáticas, aportes y reflexiones, Paidós, Buenos Aires, 2008.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Razón y proporcionalidad de segmentos

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

Recuerda que la *razón de dos segmentos* es el cociente entre sus longitudes. Además, si los segmentos *a* y *b* tienen la misma razón que los segmentos *c* y *d*, decimos que los segmentos *a* y *b* son *proporcionales* a los segmentos *c* y *d*.

1. Mide las longitudes e indica la razón entre los segmentos dados en los siguientes casos.
   a) AB _____ CD _____ Razón:
   b) EF _____ GH _____ Razón:
   c) IJ _____ KL _____ Razón:
   d) MN _____ OP _____ Razón:

   ¿Hay pares de segmentos que sean proporcionales?

2. Resuelve estas cuestiones.
   a) La razón de los segmentos *AB* y *CD* es $\frac{3}{2}$. ¿Cuánto mide el segmento *AB* si el segmento *CD* mide 12 m?

$$\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AB}{12} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2\,AB = 36 \;;\; AB = \ldots\ldots \text{ m}$$

   b) La razón de dos segmentos es $\frac{2}{3}$. Si la longitud del segmento más largo es de 30 dm, ¿cuál es la longitud del otro?

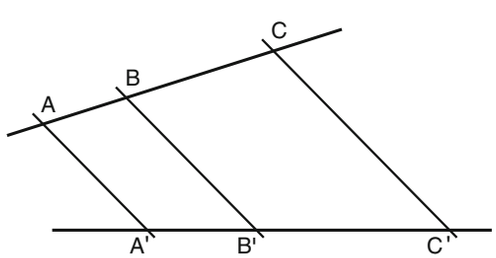
$$\frac{2}{3} = \frac{x}{30} \Rightarrow 3x = 60 \;;\; x = \ldots\ldots \text{ dm}$$

   c) ¿Dos segmentos de longitudes 24 cm y 12 cm son proporcionales a dos segmentos de longitudes 6 cm y 3 cm? ¿Y dos segmentos de longitudes 50 cm y 25 cm son proporcionales a dos segmentos de longitudes 10 cm y 2 cm?
   d) Elige cuatro segmentos entre los que tienen por longitudes 4 cm, 8 cm, 7 cm, 4 cm, 2 cm y 10 cm que sean proporcionales.

3. Considera las dos rectas secantes cortadas por tres rectas paralelas de la figura siguiente.

   Resuelve:

   a) Mide los segmentos *AB*, *BC*, *A′B′* y *B′C′*, y compara los cocientes: $\frac{AB}{BC}$ y $\frac{A'B'}{B'C'}$.
   b) Completa: Si dos rectas ..... son cortadas por un conjunto de rectas ....., los segmentos determinados en una de ellas son proporcionales a los segmentos determinados en la otra.



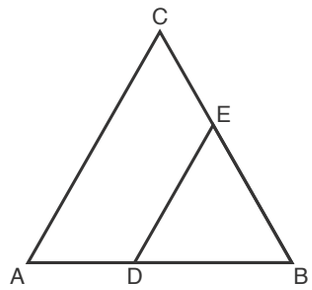
Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha 2

Refuerzo Triángulos en posición de Tales

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. Observa los triángulos *ABC* y *DBE* representados en la figura siguiente y resuelve las cuestiones de cada uno de los apartados.



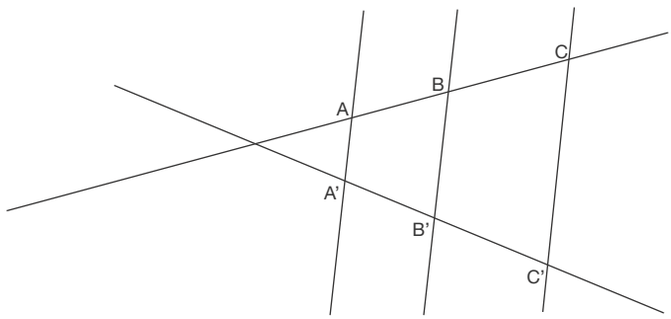
   a) Mide sus lados y compara estos cocientes.

$$\frac{AB}{DB}\ ,\ \frac{BC}{BE}\ ,\ \frac{CA}{ED}$$

   b) Mide y compara sus ángulos.

   c) Completa: Los triángulos *ABC* y *DBE* tienen los ..... proporcionales y los ángulos .....

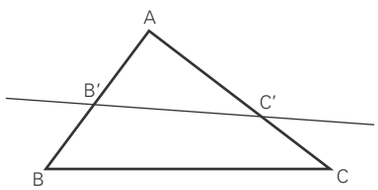
2. Comprueba el teorema de Tales, midiendo todas las distancias necesarias (*AB*, *AC*, *A′B′* y *A′C′*).



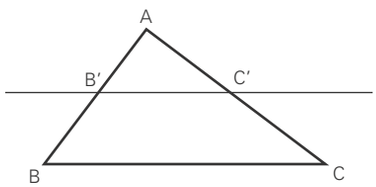
— Comprueba, también, que $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$.

3. Señala los apartados en que puedes afirmar que $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{BC'}$ sin necesidad de hacer cálculos.

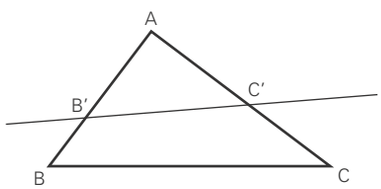
a)



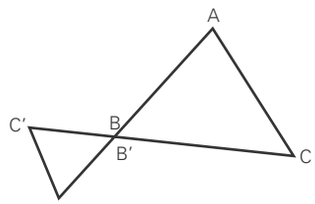
b)



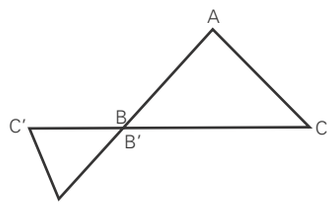
c)



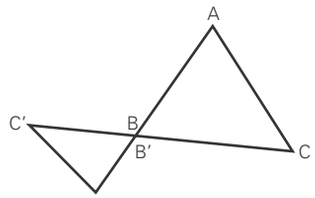
d)



e)



f)



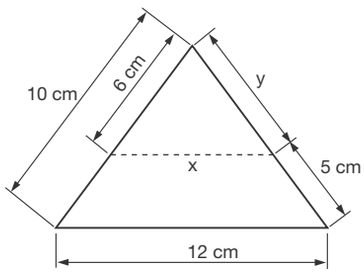
Comprueba los resultados midiendo los lados que consideres necesarios de cada figura.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

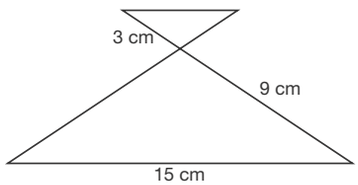
Ficha de evaluación

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

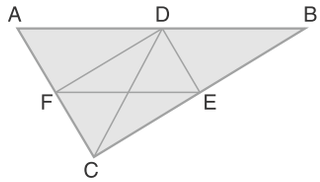
1. La razón de los segmentos *a* y *b* es $\frac{1}{2}$ y la razón de los segmentos *a* y *c* es $\frac{1}{3}$. Construye gráficos de a, b y c y halla la razón de los segmentos *b* y *c.*
2. Carla y Santiago han comprado por $ 5 una barra de helado cuya longitud es 30 cm. Carla ha contribuido con dos monedas de $ 1 y Santiago, con tres. Se quieren repartir el helado en partes proporcionales a lo que ha aportado cada uno. Calcula numéricamente y gráficamente la parte de helado que les corresponde a cada uno.
3. Dibuja un segmento de 5 cm y divídelo en tres partes iguales.
4. Construye el segmento cuarto proporcional a tres segmentos *a, b* y *c* cuyas longitudes son 2 cm, 4 cm y 8 cm, respectivamente.
5. Construye el segmento tercero proporcional a dos segmentos *a* y *b* cuyas longitudes son 4 cm y 9 cm, respectivamente.
6. Halla las longitudes *x* e *y* de los segmentos indicados en esta figura.



7. Si un palo de 2 m proyecta una sombra de 3 m, ¿qué sombra proyectará un árbol de 9 m en el mismo momento?
8. Calcula las longitudes que faltan.



9. Observa la figura dada e indica pares de triángulos en posición de Tales. ¿Cuántos pares has encontrado? Argumenta tu respuesta.



10. ¿Es cierto que, si dos triángulos tienen dos ángulos iguales, pueden situarse en posición de Tales? Argumenta tu respuesta.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha de evaluación

Solucionario

1. La razón entre los segmentos *b* y *c* es:

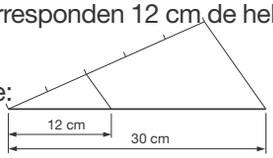
$$\frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{1}} = \frac{2}{3}$$

2. Carla: *x* cm; Santigo: (30 – *x*) cm

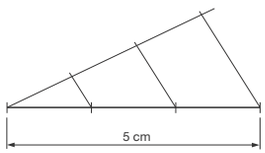
$$\frac{x}{2} = \frac{30 - x}{3} \rightarrow x = 12$$

A Carla le corresponden 12 cm de helado y a Santiago, 18 cm.

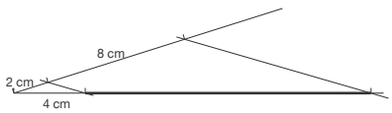
Gráficamente:



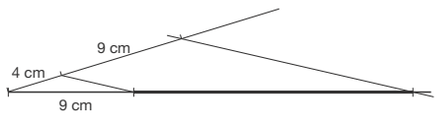
3.



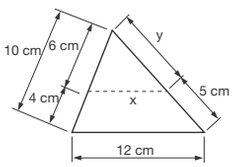
4.



5.



6.

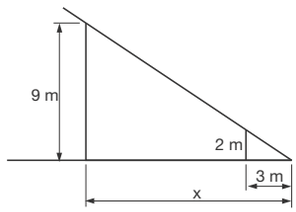


$$\frac{6}{y} = \frac{4}{5} \rightarrow y = 7{,}5$$

$$\frac{6}{x} = \frac{10}{12} \rightarrow x = 7{,}2$$

Las longitudes son $x = 7{,}2$ cm e $y = 7{,}5$ cm.

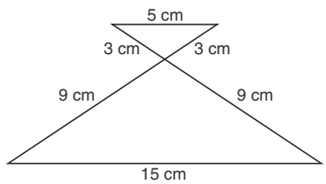
7.



$$\frac{9}{x} = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{27}{2} = 13{,}5$$

La sombra proyectada por el árbol es de 13,5 cm.

8.



9. Respuesta abierta.

10. Sí, porque dos triángulos con dos ángulos iguales deben tener el tercer ángulo igual.

Indicadores esenciales de evaluación

	Puede continuar	Necesita refuerzo
	% de alumnos/as	
• Deduce las fórmulas del área de polígonos regulares y las aplica en la resolución de problemas.		
• Dibuja pares de segmentos proporcionales con una razón de proporcionalidad dada.		
• Divide gráficamente un segmento en partes proporcionales a unos segmentos dados y lo aplica al efectuar repartos proporcionales.		
• Divide gráficamente un segmento en partes iguales y lo aplica a la representación de fracciones sobre la recta.		
• Determina gráficamente el segmento cuarto proporcional a tres segmentos dados y el segmento tercero proporcional a dos segmentos dados.		
• Conoce el teorema de Tales y lo aplica para hallar medidas indirectas.		
• Reconoce triángulos en posición de Tales.		
• Reconoce medidas en grados de ángulos notables en los cuatro cuadrantes.		

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Módulo **6** **Bloques:** Estadístico y de probabilidad. Relaciones y funciones

Tablas y gráficos

Objetivo del módulo

- Analizar, comprender, representar y expresar informaciones estadísticas utilizando diversos diagramas mediante el cálculo de frecuencias absolutas y acumuladas para fomentar el trabajo grupal.

DCD Destrezas con criterios de desempeño

- Reconocer pares ordenados con enteros y ubicarlos en el plano cartesiano.
- Interpretar y construir tablas de datos y gráficas relativos a diferentes ámbitos de la vida cotidiana.
- Recoger, analizar, organizar y representar datos estadísticos relativos a diferentes ámbitos de la vida cotidiana.
- Extraer información representativa de un colectivo a partir de los parámetros estadísticos.
- Calcular y contrastar frecuencias absolutas y acumuladas de una serie de datos gráficos.
- Reconocer la importancia del trabajo colectivo en la realización de tareas y estudios.

Estrategias metodológicas

Relacionada con la DCD: **Reconocer pares ordenados con enteros y ubicarlos en el plano cartesiano.**

Para la activación de conocimientos previos

- Recuerde lo que representa el plano cartesiano: un sistema de referencias conformado por dos rectas numéricas, una horizontal y otra vertical, que se cortan en un determinado punto, llamado origen de coordenadas (O). El eje perpendicular se denomina eje de abscisas o eje de las x, mientras que el eje vertical se denomina eje de ordenadas o eje de las y.

- Los alumnos ya han trabajado con tablas de datos en los primeros años de EGB. Ahora debe hacerse especial hincapié en dos aspectos importantes:

1. La colocación de datos en tablas facilita la extracción de información. Además, el trabajo con los datos así ordenados es más sencillo.

2. Las tablas deben diseñarse para facilitar esta comprensión y acceso a la información.

- Para comprender la necesidad de un sistema de referencia, es conveniente proponer a los alumnos que describan sistemas de referencia para localizar, por ejemplo: una calle en una guía urbana, una pieza en un tablero de ajedrez, una nave en el juego de hundir barcos… Y, a continuación, insistir en la utilidad de las coordenadas cartesianas como sistema de referencia.

- Además es posible trabajar la enseñanza transversal *Educación vial*, proponiendo actividades del siguiente tipo: localizar calles en guías urbanas, describir itinerarios en un mapa utilizando coordenadas cartesianas…

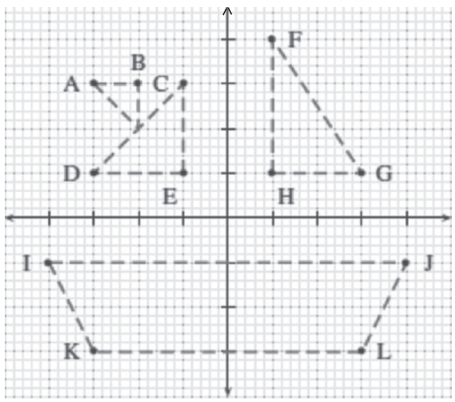
Distribución gratuita - Prohibida la venta

Para la construcción del conocimiento

- Comparen dos maneras de presentar un conjunto de datos, mediante un texto y mediante una tabla y reparar en cuál de ellas resulta más sencilla para localizar la información.
- Visualicen un sistema de coordenadas cartesianas e identifiquen sus elementos, con el fin de utilizarlo después para determinar las coordenadas de un punto del plano y para representar puntos en el plano a partir de sus coordenadas.
- Examinen la utilización de una gráfica cartesiana que se representa mediante puntos aislados y otra que se representa mediante una línea para extraer información relativa al entorno.

Para la aplicación del conocimiento

- Solicite a los estudiantes que construyan gráficas cartesianas a partir de información recolectada en revistas económicas, o realizar pequeñas encuestas dentro del aula de clase, con temas tales como calificaciones generales o por asignatura, preferencias en comidas, programas de televisión, libros, deportes practicados…
- Pídales que observen una gráfica cartesiana y expliquen cómo están ubicado los pares ordenados.
- Proponga a los estudiantes que identifiquen pares ordenados en gráficos como el que se propone a mano derecha y que usted podrá encontrarlo en la siguiente dirección: http://www.edilatex.com/index_archivos/algebra5tintas.pdf



Para la evaluación

- Observe cómo los estudiantes se desempeñan durante el desarrollo del juego de la batalla naval, donde participan dos personas. Se necesita lápiz y papel y no interviene el azar. Este juego se encuentra referido en la página web *http://www.profeblog.es/blog/adones/files/Barquitos.pdf*, un interesante portal para los docentes de todo el mundo, donde también se encontrará otro tipo de recursos y actividades.

Preparación

1. Antes de comenzar el juego, cada participante dibuja en un papel cuadriculado dos tableros cuadrados de 10 × 10 casillas. Las filas horizontales se numeran de la A hasta la J, y las columnas verticales del 1 al 10. Basta con indicar las coordenadas de un disparo con un par letra/número (por ejemplo, A6 o J9).

A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

FLOTA PROPIA

A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

DISPAROS

Distribución gratuita - Prohibida la venta

2. En el cuadrado de la izquierda se coloca la flota propia (se muestra un ejemplo). En el cuadrado de la derecha se irán marcando los disparos que el jugador efectúa en el mar del contrincante: barcos tocados, hundidos y disparos al agua.

La flota

1. Cada jugador dispone en su tablero izquierdo una flota completa, sin que el contrincante vea su posición.
2. Los barcos no pueden tocarse entre sí, es decir, que todo barco debe estar rodeado de agua o tocar un borde del tablero. La flota está formada por:
   – 1 portaaviones (de cuatro cuadraditos);
   – 2 acorazados (de tres cuadraditos);
   – 3 buques (de dos cuadraditos);
   – 4 submarinos (de un cuadradito).

Mecánica del juego

1. El turno pasa alternativamente de un jugador a otro.
2. En su turno, el jugador hace un disparo a una posición del mar enemigo, indicando la coordenada correspondiente (letra y cifra). Si no hay barcos en ese cuadradito, el otro jugador dice: «¡agua!»; si el disparo ha dado en algún barco dice: «¡tocado!»; si con dicho disparo el rival logra completar todas las posiciones del barco, debe decir «¡hundido!» En el ejemplo, un primer disparo sobre H9 sería «agua»; sobre G5, «tocado», y sobre D7, «hundido».
3. Gana el jugador que consigue hundir todos los barcos del rival.

Tomado de http://www.profeblog.es/blog/adones/files/Barquitos.pdf

Relacionada con la DCD: **Recoger, analizar, organizar y representar datos estadísticos relativos a diferentes ámbitos de la vida cotidiana.**

Para la activación de conocimientos previos

- Además de los gráficos estadísticos que aparecen en la unidad, el profesor/a puede pedir a sus alumnos el estudio de otros gráficos que pueden proceder de otras áreas (Estudios Sociales, Ciencias Naturales…) o de noticias que son transmitidas por los medios de comunicación. De esta manera se cumple un doble objetivo:

– Favorecer la interdisciplinariedad.
– Practicar la interpretación de gráficos en un contexto cotidiano.

Para la construcción del conocimiento

- La recogida y la organización de datos estadísticos en tablas y gráficos, así como su interpretación, es, en muchas ocasiones, un trabajo de grupo. De esta manera el profesor/a puede trabajar la enseñanza transversal educación cívica, haciendo hincapié en el diálogo como medio para superar los conflictos que surgen en el grupo e incentivando la responsabilidad personal en las tareas dentro del grupo.

- Pida a los estudiantes que observen cómo se organiza una serie de datos en una tabla estadística e interpretar la información contenida en dicha tabla mediante los conceptos de frecuencia absoluta y frecuencia relativa. También deben reconocer las principales clases de gráficos estadísticos: diagramas de sectores y diagramas de barras, cómo construirlos y obtener información de ellos.

- Explique a sus estudiantes que un estudio estadístico consta de las siguientes fases:

1. Seleccionar un tema de estudio estadístico.
2. Selección de la muestra.
3. Elaboración de una encuesta.
4. Recolección de datos.
5. Organización y representación de datos.
6. Análisis de datos y obtención de conclusiones.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Para la aplicación del conocimiento

- Proponga a sus estudiantes que busquen en la sección económica de un periódico, en una revista especializada o en el Internet gráficos diferentes. Analizarlos y obtener información a partir de ellos.
- Desarrollen las actividades planteadas en el texto del alumno.
- Visiten la página web del INEC que tiene información sobre el último censo de población y vivienda. Con los datos allí presentados, escojan los correspondientes a su cantón de procedencia y elaboren un gráfico comparativo de habitantes con el de las principales ciudades del país. ¿Qué relación tienen? ¿Qué significado se le puede dar?

Para la evaluación

- Solicite a los alumnos/as que realicen los ejercicios y problemas indicados en las páginas 190 y 191del texto del estudiante.
- Revise, conjuntamente, con ellos los resultados obtenidos y determine cuáles son los errores más frecuentes que presentan.

Recomendaciones para docentes

Sección para uso exclusivo del educador

Gráficos estadísticos para frecuencia absoluta y acumulada

Frecuencia absoluta (f): es el número de veces que se repite un dato en una muestra.

Frecuencia acumulada (F): es igual a la suma de la frecuencia absoluta del dato y las anteriores a él. La frecuencia acumulada final es igual al número total de datos. Por ejemplo:

Los puntajes obtenidos en una prueba de matemática fueron los siguientes:

27	29	32	34	26	32	16	13	34	25
33	29	30	39	35	15	32	49	19	27
15	33	31	29	38	12	30	34	35	25
24	11	29	18	37	26	31	25	18	33

Se ordenan los datos:

11	12	13	15	15	16	18	18	19	24
25	25	25	26	26	27	27	29	29	29
29	30	30	31	31	32	32	32	33	33
33	34	34	34	35	35	37	38	39	49

Puntaje	f	F
11-17	6	6
18-24	4	10
25-31	15	25
32-38	13	38
39-45	1	39
46-52	1	40

Recuerde que en octavo año de EGB se trabajan con datos no agrupados. Considere estos conceptos estadísticos básicos:

Una distribución de frecuencias o tabla de frecuencias es una ordenación en forma de tabla de los datos estadísticos, asignando a cada dato su frecuencia correspondiente.

Clase: subdivisión de la escala de datos.

Los intervalos son los límites a los que llega una función. Son utilizados a modo de resumen cuando la cantidad de datos es muy grande. Los límites extremos de cada clase se les llaman límite inferior y superior de clase respectivamente.

Las representaciones gráficas son importantes porque a través de ellas se puede visualizar con mayor facilidad el comportamiento de una variable estadística. Existen varios tipos de gráficos; aquí se trabajará con los **histogramas** y **ojivas**.

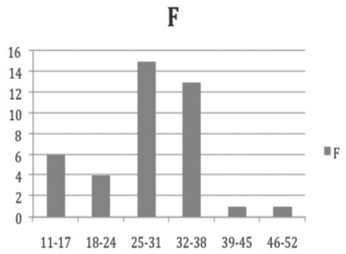
Los **histogramas** son gráficos de barras utilizados para representar variables cuantitativas continuas que están agrupadas en intervalos. Están formados por rectángulos contiguos.

Sobre el eje de las abscisas se señalan los límites reales y se elaboran rectángulos cuyas alturas son proporcionales a la frecuencia de cada clase.

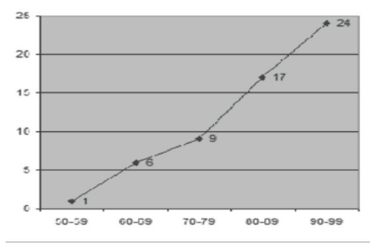
Distribución gratuita - Prohibida la venta

La **ojiva**, por su parte, es la representación gráfica de la frecuencia acumulada. La variable de interés se grafica en el eje horizontal y la frecuencia acumulada en el vertical. Se utiliza con variables cuantitativas continuas (carece de sentido para las variables cualitativas… ya que no se suman).

Histograma



Ojiva



http://rafasilva.files.wordpress.com

Buen Vivir: Ciencia, tecnología e innovación

Las actividades de este tema ponen en relieve la relación que el ser humano tiene actualmente con la tecnología y los avances técnicos, relación que debe expresarse siempre en favor de la práctica de la libertad, la democracia y la tolerancia.

Dialogue con los estudiantes sobre el uso y abuso de las redes sociales y el tiempo que diariamente emplean.

Ayúdeles a que realicen una encuesta y lleven a una representación gráfica. ¿Qué compromiso asumirían de acuerdo a los resultados?

Analice, junto a ellos, también la información que comparten en el Internet, ¿cuán seguro es esto?

Pueden buscar lecturas como: http://www.esperanza33.com/noticias/web/redes-sociales-lo-bueno-ymalo.php; http://www.elcuartopoder.es/negocio_online/redes_sociales/bueno_y_malo.html

Un ejemplo a considerar es este artículo:

Lo bueno de las redes sociales

Las redes sociales son esencialmente grandes herramientas. La mayoría de la gente descubre en ellas un poderoso instrumento a la hora de construir redes profesionales o estar en contacto con amigos y familiares. Es vital, por lo tanto, no hacer caso omiso de los riesgos de seguridad y privacidad a la que sus usuarios se exponen cuando utilizan estos sitios.

Lo malo

Particular atención debe tenerse al añadir “widgets” a tu perfil personal. La mayoría de ellos son aplicaciones inofensivas como jugar al ajedrez con amigos o comparar gustos en películas. Sin embargo, hay ciber-criminales creando “widgets engañosos” para persuadir a las potenciales víctimas en instalar este software dañino en sus PCs. Un ejemplo de ello es el widget – lo que plantea como “Secret Crush” –esa petición invitando a los posibles candidatos para saber cuál de sus amigos podrían fantasía. En la realidad, la aplicación actúa como gusanos sociales, que inducen a los usuarios instalar la aplicación, invitando a mínimo cinco nuevos amigos en él y, por último, la descarga de un “Calculador de Crush” aplicación que se incluye con el software malicioso. Por tanto, restringir la aceptación de sí mismo de reproductores de usuarios desconocidos y mantenga el número de estas aplicaciones a un mínimo en su perfil… Después de todo, ¡el conocimiento es la mejor forma de estar alerta!

Fabio Cerullo (tomado de www.segu-info.com.ar

Aproveche las nuevas tecnologías para el desarrollo de su clase, puede crearse un blog matemático con ejercicios de ingenio mental o compartir información o tareas a través de las redes sociales o, simplemente utilizar videos colgados en Youtube sobre diversas teorías y experimentos matemáticos. A lo largo del texto del estudiante se promueve el uso de información proveniente de Internet y de herramientas que pueden ser descargadas de manera gratuita.

Bibliografía

- http://www.edilatex.com/index_archivos/algebra5tintas.pdf
- http://www.consejos-e.com/Documentos/Sociedad-Salud-Jovenes-Todos-los-publicos-Tema-Principal/Jovenes-y-redes-sociales-los-limites-entre-el-uso-y-el-abuso_2831.html
- http://www.monografias.com/trabajos30/estrategias-matematica/estrategias-matematica2.shtml
- www.inec.gob.ec
- http://www.profeblog.es/blog/adones/files/Barquitos.pdf
- GALINDO, Edwin, Estadística elemental moderna, conceptos básicos y aplicaciones, Prociencia Editores, Quito, 2007.
- SPIEGEL, Murray, Estadística, McGraw Hill Interamericana, México, 2000.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Construcción de un gráfica cartesiana

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

Carlos ha encontrado los siguientes datos sobre la evolución de la esperanza de vida por continentes.

	1980	1985	1990	1995	2000	2010*
África	48,0	49,5	51,3	51,1	51,4	53,2
América Latina	63,1	64,9	66,7	68,1	69,2	71,4
América del Norte**	73,3	74,7	75,2	75,9	76,9	78,2
Asia	58,5	60,4	62,5	64,5	66,3	69,4
Europa	71,2	71,9	73,0	72,6	73,3	75,0
Oceanía	68,2	70,1	71,3	72,9	73,8	75,6

* Proyección ** México se ha incluido en América Latina.

1. Contesta las preguntas.

   a) ¿Qué continente tuvo una esperanza de vida mayor en el año 2010? ..... ¿Cuál una esperanza de vida menor? .....

   b) Señala aquellos continentes cuya esperanza de vida superaba los 70 años en el año 1990.

   .....

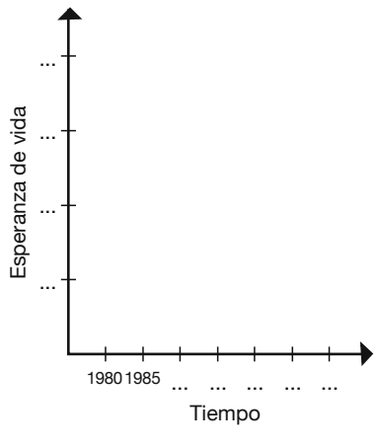
   c) ¿Cómo varía la esperanza de vida de un continente con el paso del tiempo?

   .....

Veamos ahora cómo podemos construir una **gráfica cartesiana** para comparar estos datos.

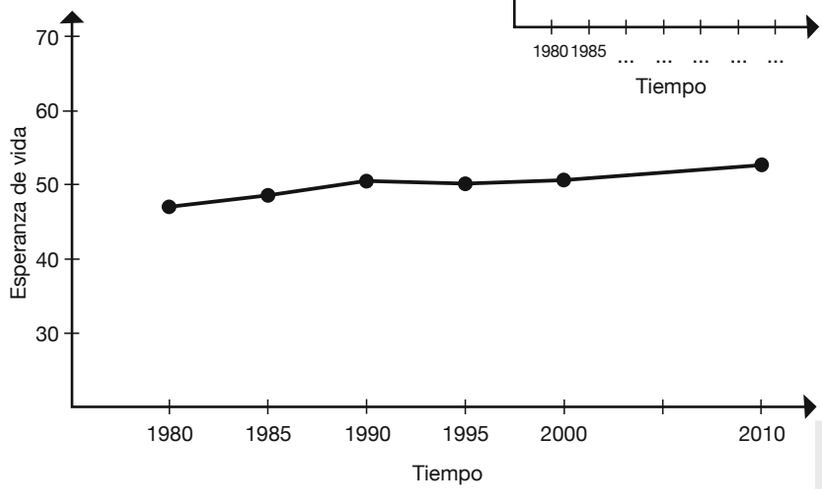
2. Dibuja unos ejes de coordenadas cartesianas, y sitúa el tiempo sobre el eje *X* y los valores de la esperanza de vida sobre el eje *Y.*

   Ten en cuenta que en el eje *Y* deben aparecer las esperanzas de vida de *todos* los continentes. Por tanto, busca el valor más bajo y el valor más alto en la tabla y sitúa en el eje *Y* los valores desde uno un poco inferior al más bajo hasta uno un poco superior al más alto.



3. Marca los puntos correspondientes al primer continente: África (1980, 48,0), (1985, 49,5)… y únelos mediante segmentos.

   — Aplica el mismo proceso para los demás continentes.



Distribución gratuita - Prohibida la venta

Refuerzo Construcción de un diagrama de sectores

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

Carlos ha encontrado los siguientes datos sobre la población mundial del año 2000: África: 784,4 millones de habitantes; Asia: 3 682,6 millones de habitantes; Europa: 728,9 millones de habitantes; América Latina y el Caribe: 519,1 millones de habitantes; América del Norte (sin México): 309,6 millones de habitantes; Oceanía: 30,4 millones de habitantes.

A continuación, veremos cómo se puede construir un **diagrama de sectores** con estos datos.

1. Indica cuál de las siguientes es la *variable* que debemos considerar.
   a) La población mundial.
   b) El número de habitantes de Oceanía.
   c) La región del mundo considerada.

2. Calcula los datos necesarios para elaborar el diagrama de sectores y completa una tabla como la inferior.
   a) Escribe en la primera columna los *valores de la variable.*
   b) En la siguiente columna anota la cantidad asociada a cada valor.
   c) Determina la cantidad total asociada a todos los valores de la variable. Recuerda que sólo tienes que sumar las cantidades asociadas a cada uno de los valores de la variable.
   d) Completa la tercera columna con los porcentajes correspondientes a cada valor de la variable. Para hallarlos, procede de esta manera:

$$\%\ (\text{África}) = \frac{784{,}4}{\ldots\ldots\ldots\ldots} \cdot 100 = 12{,}9545\ldots\% \simeq 13{,}0\ \%$$

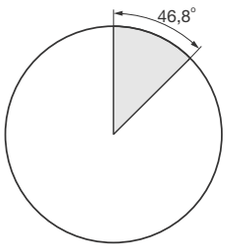
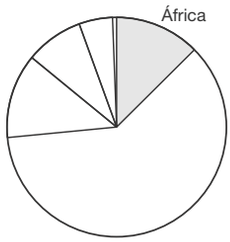
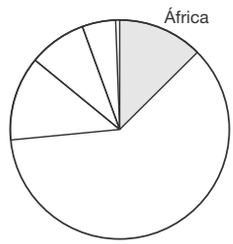
   e) Calcula la amplitud de cada sector a partir del porcentaje que le corresponde.

   Recuerda que debes multiplicar el porcentaje por 360° y dividir el resultado entre 100, como, por ejemplo:

$$13{,}0 \cdot \frac{360^\circ}{100} = 46{,}8^\circ$$

Valores de la variable	Cantidad asociada	Porcentajes	Amplitud
África	**784,4**	**13,0 %**	**46,8°**
Asia		**60,8 %**	
América Latina y el Caribe			

3. Dibuja el diagrama de sectores.

		
Traza un círculo y señala un radio. Mide el primer ángulo (46,8°) y dibuja el segundo radio que delimita el primer sector.	Mide el resto de las amplitudes y marca los radios correspondientes. Si lo has hecho bien, el último sector completará los 360° del círculo.	Añade a cada sector el nombre del valor representado.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

☑ Ficha de evaluación

Nombre: ..... Curso: ..... Fecha: .....

1. Organiza la siguiente información en una tabla.

> En 8.º de la EGB practican baloncesto 8 chicas y 8 chicos, juegan al fútbol 15 chicas y 10 chicos y hacen atletismo 13 chicas y 10 chicos. En 9.º de la EGB juegan al baloncesto 8 chicas y 10 chicos, juegan al fútbol 10 chicas y 12 chicos y practican atletismo 10 chicas y 15 chicos. En10.º de la EGB practican baloncesto 12 chicas y 8 chicos; al fútbol 12 chicas y 15 chicos y hacen atletismo 8 chicas y 10 chicos. En 1.º de Bachillerato juegan al baloncesto 10 chicas y 12 chicos; fútbol 12 chicas y 16 chicos y practican atletismo 8 chicas y 13 chicos.

   — Organiza los datos en una tabla

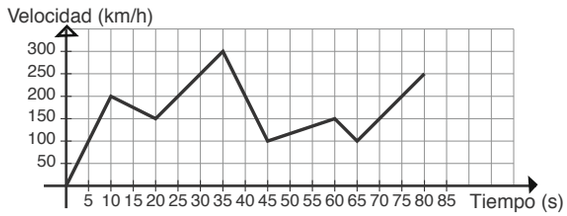
   — Responde: ¿Cuántas chicas de 10.º de EGB practican atletismo? ¿Cuántos chicos juegan al baloncesto o al fútbol?

   — Construye un gráfico para las chicas, otro para los chicos, ¿se pueden unir los puntos? Argumenta tu respuesta.

2. Los extremos de la hipotenusa de un triángulo rectángulo se encuentran en los puntos *A* (–2, 3) y *B* (1, 7). Representa dicho triángulo en un sistema de coordenadas cartesianas si sabemos que el tercer vértice se encuentra en el primer cuadrante y uno de los catetos es paralelo al eje de ordenadas.

   — ¿Si cada división de los ejes equivale a 1 m, ¿cuáles son las longitudes de los lados?, ¿cuál es la superficie del triángulo?

3. La gráfica de la derecha nos muestra la velocidad de un automóvil de Fórmula 1 durante su primera vuelta a un circuito.



   a) ¿Cuánto tiempo ha tardado el coche en dar esta primera vuelta?

   b) ¿En qué instante ha alcanzado la velocidad máxima?

   c) ¿En qué momentos ha disminuido la velocidad?

4. Los siguientes datos corresponden a las veces que han ido al cine durante el último mes cada uno de los alumnos de una clase:

   3, 1, 0, 1, 2, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 2, 1, 2, 2, 0, 1

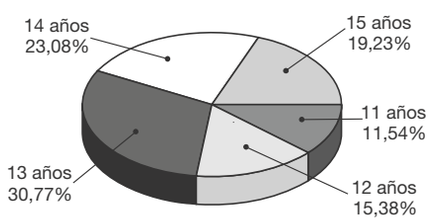
   a) Construye una tabla estadística con las frecuencias absoluta y relativa de cada valor.

   b) ¿Cuántas veces, por término medio, han ido al cine los alumnos?

   c) ¿Qué tanto por ciento de los alumnos ha ido dos veces al cine durante el mes pasado?

5. Representa los datos de la actividad anterior en un diagrama de barras.

6. El siguiente diagrama de sectores corresponde a las edades de los miembros del grupo de teatro del colegio. Si sabemos que hay 8 miembros de 13 años, calcula:



   a) ¿Cuántos miembros hay de 12 años?

   b) ¿Cuántos integrantes tiene el grupo?

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Ficha de evaluación

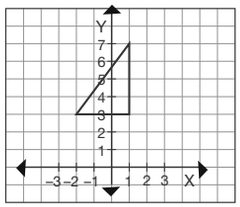
Solucionario

1.

	8.º EGB		9.º EGB		10.º EGB		1.º Bachillerato	
	Chicas	Chicos	Chicas	Chicos	Chicas	Chicos	Chicas	Chicos
Baloncesto	8	8	8	10	12	8	10	12
Fútbol	15	10	10	12	12	15	12	16
Atletismo	13	10	10	15	8	10	8	13

— 8 chicas. — $(8 + 10 + 8 + 12) + (10 + 12 + 15 + 16) = 91$ chicos. — Respuesta abierta.

2.



— 3 m, 4 m y 5 m.

$S = \frac{1}{2}\ 3\ m \cdot 4\ m = 6\ m^2$

3. a) Ha tardado 80 s. b) Ha alcanzado la máxima velocidad a los 35 s de la salida. c) La velocidad ha disminuido desde los 10 s a los 20 s, de los 35 s a los 45 s y desde los 60 s a los 65 s.

4. a)

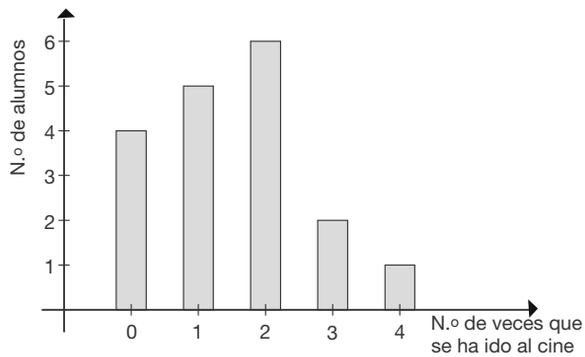
Veces que se ha ido al cine	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	4	0,22
1	5	0,28
2	6	0,33
3	2	0,11
4	1	0,06
	18	1

b) $\frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1}{18} = 1,5$

Por término medio cada alumno/a ha ido 1,5 veces al cine.

c) 33 %.

5.



6. a) $\frac{x}{15,38} = \frac{8}{30,77} \Rightarrow x = 4$

Hay 4 miembros de 12 años.

b) $\frac{x}{100} = \frac{8}{30,77} \Rightarrow x = 26$

El grupo de teatro tiene 26 miembros.

Indicadores esenciales de evaluación

	Puede continuar	Necesita refuerzo
	% de alumnos/as	
• Interpreta y elabora gráficas cartesianas.		
• Recoge y organiza datos para la realización de un estudio estadístico.		
• Elabora e interpreta tablas de distribución de frecuencias en una variable estadística.		
• Interpreta y construye diagramas de sectores y diagramas de barras.		
• Calcula y contrasta frecuencias absolutas y frecuencias acumuladas de datos gráficos y numéricos.		
• Reconoce la utilidad de tablas y gráficos para interpretar y comunicar información relativa al entorno.		

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Módulo 1 Números naturales

Actividad inicial

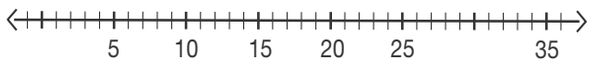
— 0 °C = 273 K

— 100 °C = 373 K

Evaluación diagnóstica

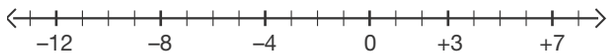
- Propiedad conmutativa: si cambiamos el orden de los sumandos, el resultado no varía.

  Propiedad asociativa: en una suma de varios sumandos, el resultado no depende de cómo agrupemos sus términos.
- a) 44; b) 458; c) 22; d) 35.
- Primero resolvería los paréntesis.

  a) 65 – 10 + 17 = 72; b) 135 – 62 + 16 = 89.
- Respuesta abierta:
- a) 2^5; b) 7^4.
- a) $2^{10} = 1\,024$; b) $3^3 = 27$; c) $3^6 = 729$.
- a) 17; b) 95; c) 127.
- 

  5 < 10 < 15 < 20 < 25 < 35

Actividades

2. a) +3 dólares; b) –5 m; c) +15 años; d) –30 años.
4. 

6. 3; 34; 34; 123; 230; 1 300; 1 568; 8 835; 13 457.
8. –3 < +8; 0 > –2; –5 > –8; +4 < +9; 0 < +13; +4 > –10.
10. Respuesta abierta:
12. a) [(–4) + (–2)] + (+5) = (–4) + [(–2) + (+5)] = –1

    b) [(–2) + (+5)] + (–3) = (–2) + [(+5) + (–3)] = 0
14. a) –27; b) –4; c) –32; d) –9; e) 18; f) –2.
16. a) –6 + 5 – 7 + 4 + 3 = –1

    b) –2 – 5 – 2 + 7 – 5 – 6 = –13

    c) 3 – 7 – 9 – 3 – 1 + 2 = –15

    d) –5 + 2 + 4 – 6 – 8 – 2 = –15.
18. a) 20, 24, 28; b) 20, 25, 30; c) 18, 25, 32; d) 2, 10, 18; e) 9, 12, 15; f) -8, -6, -4.
20. En la segunda semana de febrero.
22. a) –14; b) 28; c) –4; d) –90; e) –21; f) 40; g) –45; h) 20; i) 36.

Las y TIC y las Matemáticas

C1. –2; 21; 42

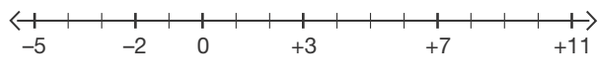
24. a) –7; b) 6; c) –7; d) –4; e) –10; f) –7.
26. a) 75; b) 23; c) –5; d) 5. –5 < 5 < 23 < 75.
28. a) –6; b) –3; c) 12; d) 13; e) 2; f) –6.
30. a) 5 × (–3 – 2) = 5 × (–5) = –25

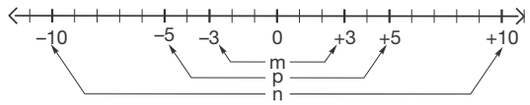
    b) –5 × [6 – (–4)] = –5 × (6 + 4)] = –50

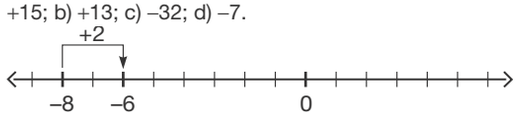
    c) 9 × [a – (–2)] = 9 × (a + 2)

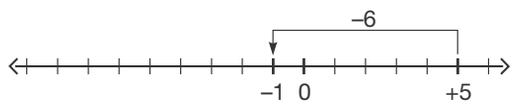
    d) 6 × (–1 + b)
32. +11 y –11

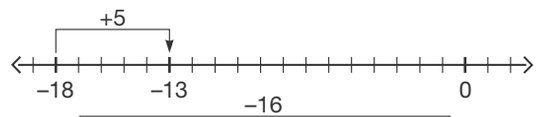
Ejercicios y problemas

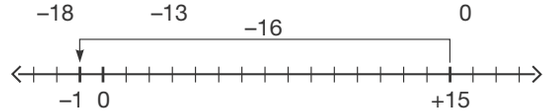
36. 

38. 23; 12; 55; 0; 320; 814; 1 955.
40. 

42. –14 < –12 < 0 < +12 < +14
44. a) +15; b) +13; c) –32; d) –7.
46. a) 

    b) 

    c) 

    d) 

48. a) (+15) + (+4) = +19

    b) (–9) + (+7) = –2

    c) (–5) + (–8) = –13

    d) (+13) + (–18) = –5
50. op [op (7)] = op (–7) = +7

    El mismo número, 7.
52. | ? | = 5 → ? = +5 o ? = –5

    ? + 3 = +5 → ? = +2

    ? + 3 = –5 → ? = –8

    Sí, hay dos números enteros +2 y –8.
54. a) –17 – 13 – 5 + 14 – 45 = –66

    b) 17 – 13 – 5 + 14 – 45 = –32
56. a) 16, 20; b) 3, 5; c) –1,–3; d) -15,-25.
58. a) 4; b) –9; c) 3; d) –45; e) 123; f) –307.
60. a) –20; b) 32.
62. a) $(-9)^2$; b) $(-2)^3$; c) $(-7)^2$.
64. 20 °C – (–2 °C) = 22 °C
66. +1 800 + –170 = 1 970

    Les separan 1 970 m.
68. +476 – (–753) = 1 229

    El año 0 no existe. Por tanto, transcurrieron 1 228 años.
70. (10 × 3) – 22 = 8

    Les quedan 8 dólares.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

72. a) $(+3) \times (-3) = -9$; $(+15) + (-9) = +6$

Se encontraba a 6 m sobre el nivel del mar.

b) $(+2) \times (+3) = +6$; $(+15) + (+6) = +21$

Se encontrará a 21 m sobre el nivel del mar.

74.

–8	5	6	–5
3	–2	–3	0
–1	2	1	–4
4	–7	–6	7

76. a) Máxima puntuación:

$5 \times (+2) + 5 \times (+4) + 5 \times (+6) = 60$ puntos

Mínima puntuación:

$5 \times (-1) + 5 \times (-2) + 5 \times (-3) = -30$ puntos

Diferencia entre las dos puntuaciones:

$60 - (-30) = 90$ puntos

b) $4 \times (+2) + 1 \times (-1) + 5 \times (+4) + 3 \times (+6) + 2 \times (-3) = 39$ puntos

La puntuación obtenida es 39 puntos.

78. $? - 7 + 3 - 11 = 3$

$? = 3 + 7 - 3 + 11 = 18$

El primer día acabó en el puesto 18.

80. Respuesta abierta.

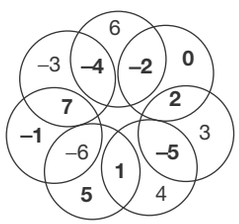
82. Keops. Hay que sumar 2 570 al año en curso.

84. a) $4 + \text{op}(5) + 4 + \text{op}(5) + 4 + \text{op}(5) = -3$

b) $4 \times 4 + \text{op}(5 \times 4) + 5 + \text{op}(4) = -3$

Demuestra tu ingenio

Consigue el 0



Tres dobles

$(2^2)^2 = 4^2 = 16$; $-(2^2)^2 = -4^2 = -16$

Adivinanza

Un agujero.

Autoevaluación

2. –326, –2, +1, +526, +527, +528, +529, +530.

4. a) –2; b) 6.

Coevaluación

2. $3 - (-6 + 4) - 3 - (-3 - 17) =$
$= 3 - (-2) - 3 - (-20) = 22$

$3 - (-6 + 4) - 3 - (-3 - 17) =$
$= 3 + 6 - 4 - 3 + 3 + 17 = 22$

4. La raíz cuadrada de 169 es +13 y –13.

Módulo 2 Números fraccionarios

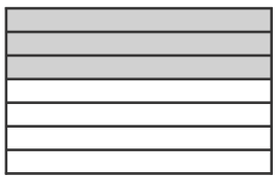
Actividad inicial

a) Primera hora de la mañana: $\frac{1\,200}{2800} = \frac{3}{7}$

Mediodía: $\frac{2800}{2800} = 1$

Atardecer: $\frac{1050}{2800} = \frac{3}{8}$

b) $\frac{1\,200}{2800} = \frac{3}{7}$



$\frac{2800}{2800} = 1$

c) Mayor funcionamiento: $\frac{2800}{2800} = 1$.

Menor funcionamiento: $\frac{1050}{2800} = \frac{3}{8}$

Evaluación diagnóstica

- Un sexto.
-

Parte coloreada: $\frac{3}{5}$. Parte no coloreada: $\frac{2}{5}$.

- a) M.C.D. (35, 42) = 7

  b) M.C.D. (120, 150) = 30

  c) m.c.m. (35, 60) = 420

  d) m.c.m. (15, 72) = 360

- No, pues $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{2+2}{4} = \frac{4}{4} = 1$

- a) 14; b) 30; c) 36; d) 9.

Actividades

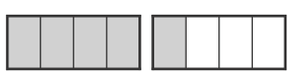
2. a) $\frac{3}{8}$ tres octavos; b) $\frac{1}{3}$ un tercio;

c) $\frac{5}{6}$ cinco sextos; d) $\frac{6}{18}$ seis dieciochoavos.

4. a) 3 : 6 = 0,5; b) 1 : 10 = 0,1; c) 2 : 5 = 0,4;

d) 9 : 9 = 1; e) 48 : 16 = 3.

6. $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{5}$

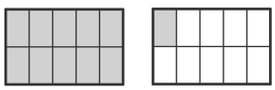
8. a) Un entero y un cuarto, $\frac{5}{4}$ 

Distribución gratuita - Prohibida la venta

b) Dos enteros y tres quintos, $\frac{13}{5}$

c) Tres enteros y un medio, $\frac{7}{2}$

d) Un entero y un décimo, $\frac{11}{10}$



10. $\frac{1}{30}$, $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$, 3

12. a) 30; b) 14; c) 900; d) 351.

14. $\frac{4}{5}$ de 650 = 520. Ha recorrido 520 m.

16. Respuesta abierta.

18. No, ya que $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

20. $\frac{3}{9}$

22. En efecto, obtenemos 36.

24. a), c), d) y f).

26. a) $\frac{5}{9}$ (: 9); b) $\frac{4}{5}$ (: 25); c) $\frac{27}{50}$ (: 6);

d) $\frac{11}{72}$ (: 2); e) $\frac{11}{13}$ (: 4); f) $\frac{7}{20}$ (: 25)

28. Respuesta abieta.

30. a) $\frac{3}{15}$ y $\frac{4}{15}$; b) $\frac{12}{24}$, $\frac{9}{24}$ y $\frac{28}{24}$.

32. $\frac{17}{12} > \frac{19}{24} > \frac{11}{15} > \frac{12}{20} > \frac{7}{18} > \frac{8}{30}$

34. a) $\frac{3}{7}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{7}{10}$; d) $\frac{23}{45}$.

36. a) 1; b) $\frac{15}{49}$; c) 1; d) 2; e) $\frac{8}{135}$; f) 20.

— a) y c).

38. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ de cartulina.

40. a) $\frac{19}{20}$; b) $\frac{7}{30}$; c) $\frac{4}{21}$; d) $\frac{22}{63}$; e) $\frac{3}{19}$; f) $\frac{4}{3}$.

42. $\frac{2}{9}$, 18 chicos, 6 chicos con cabello castaño.

44. $30 : \frac{3}{4} = 30 \times \frac{4}{3} = \frac{120}{3} = 40$ bolsas de harina.

46. a) $\frac{11}{30}$; b) $\frac{3}{8}$.

48. a) $\frac{17}{4}$; b) $\frac{123}{17}$; c) $\frac{31}{18}$; d) $\frac{7}{6}$.

50. a) 1, 1, -1; b) $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{27}{4}$; c) 1, 2, d) $\frac{2}{3}$, -1, $\frac{3}{2}$,

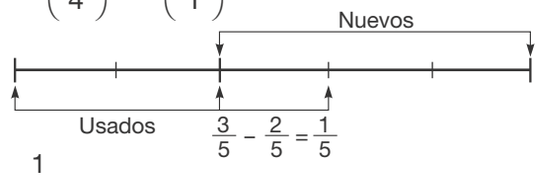
52. a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 = \left(\frac{2}{5}\right)^{3+5} = \left(\frac{2}{5}\right)^8$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^8 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{8-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^5$

c) $\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{20}\right)^4$

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{1}\right)^3 = 4^3$

54.

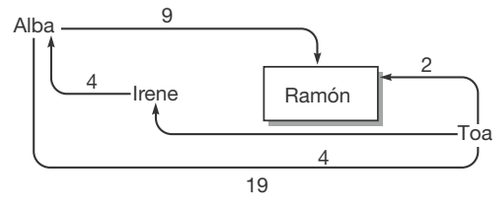


$\frac{1}{5}$ de … = 12; 12 : 1 = 12; 12 × 5 = 60 autos.

$\frac{2}{5}$ de 60 = 24 autos usados.

Por tanto, 60 – 24 = 36 autos nuevos.51.

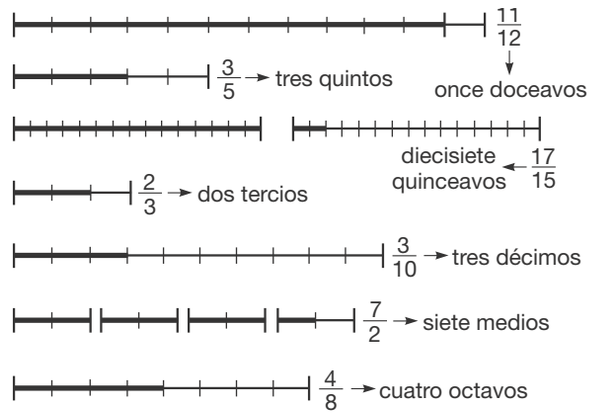
56.



Alba devuelve 19 + 9 – 4 = 24 dólares. Irene da y recibe lo mismo. Ramón recibe 9 + 2 = 11 dólares y Toa recibe 19 – 4 – 2 = 13 dólares. Es, por tanto, Ramón.

Ejercicios y problemas

58.



60. a) $\frac{7}{6}$; b) $\frac{7}{7}$; c) $\frac{3}{8}$

62. $\frac{4}{7}$; $\frac{1}{4}$.

64. a) 600 dólares; b) 54 personas; c) 28 h; d) 100 km.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

66. b) no; c) sí.

68. $\frac{6}{21}$

70. $\frac{5}{25}$

72. a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{7}{9}$; c) $\frac{14}{69}$; d) $\frac{1}{6}$.

74. a) $\frac{10}{14}$ y $\frac{4}{14}$; b) $\frac{18}{24}$, $\frac{15}{24}$ y $\frac{16}{24}$.

76. a) $\frac{17}{35}$; b) $\frac{4}{45}$; c) $\frac{11}{5}$; d) 1; e) $\frac{1}{5}$; f) $\frac{2}{9}$.

78. a) $\frac{1}{8}$; b) $\frac{35}{12}$; c) $\frac{7}{5}$; d) $\frac{5}{42}$.

80. a) 6; b) $\frac{37}{24}$.

82. $\frac{35}{8}$

84. a) $\frac{5}{24}$; b) $\frac{19}{24}$.

86. a) $\frac{3}{5}$ de 35 = 21 km. $\frac{3}{7}$ de 35 = 15 km.

El auto que sale de A ha recorrido 21 km y el que sale de B ha recorrido 15 km.

b) 21 + 15 = 36 km

Puesto que la distancia entre las dos ciudades es 35 km y 36 > 3 5 ,

se puede afirmar que los dos automóviles se han cruzado.

88. $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21}$

$\frac{4}{21}$ de … = 40

40 : 4 = 10

10 × 21 = 210

La montaña tiene una altura de 210 m.

90. a) $\frac{99}{100}$; b) $\frac{1}{8}$.

92. La aguja del indicador de gasolina señala $\frac{1}{4}$.

$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

$\frac{7}{12}$ de … = 35

35 : 7 = 5; 5 × 12 = 60

La capacidad del depósito es 60 l.

$\frac{1}{4}$ de 60 = 15. Inicialmente había en el depósito 15 l de gasolina.

94. $1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{6} = 2$

$2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

Ha necesitado $1\frac{1}{3}$ h para pintar los $\frac{2}{3}$ de la pared.

Demuestra tu ingenio

¡Un conflicto de… fracciones!

$5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$; $3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$; 7; 1

Serie de figuras

a)

b)

Seis vasos

Autoevaluación

2. $\frac{3}{8}$

4. $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ de 45 000 = 16 875 espectadores al final del partido.

Coevaluación

2. $\frac{1}{4} < \frac{7}{18} < \frac{4}{9} < \frac{7}{10} < \frac{11}{15} < \frac{3}{4}$

4. $1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

$\frac{6}{5}$ de … = 600

600 : 6 = 100

100 × 5 = 500 g

Al principio habíamos puesto 500 g de azúcar.

Módulo 3 Números decimales Volúmenes de prismas y cilindros

Actividad inicial

— 2 × 4,20 + 2 × 2,30 = 13

Las entradas costarán $ 13.

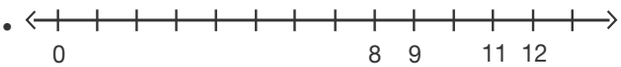
— Primer día: 12 × 4,20 + 2 × 2,30 = 55

Segundo día: 55 × 0,75 = 41,25

Total: 55 + 41,25 = 96,25

Las entradas de los dos días costarán $ 96,25.

Evaluación diagnóstica

- 

- Unidades de millar, decenas, unidades, unidades de millón, decenas de millar.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

- Respuesta sugerida.

  a) 8 650 = 8 000 + 600 + 40 + 10

  b) 8 650 = 3 + 21 + 8 626

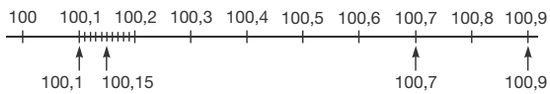
- Respuesta sugerida.

  a) 1 = 2 + (–1); b) $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

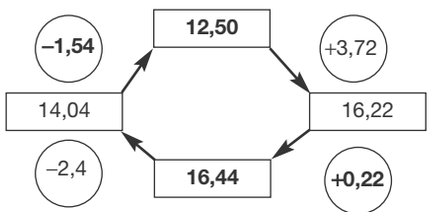
- a) 77; b) 2; c) 1; d) 61; e) 6; f) 8.
- $\frac{8}{100} \times 400 = 32$ baldosas rojas.
- $\frac{2}{3}$ de 1 500 = 1 500 × 2 : 3 = 1 000
- $\frac{7}{11}$ de ? = 1 750; 1 750 : 7 = 250;

  250 × 11 = 2 750

Actividades

2. 0,5; 0,04; 3,24; 0,256; 5,2; 0,027.
4. $\frac{3}{4}, \frac{9}{15}, \frac{13}{25}$ y $\frac{9}{200}$
6. 0,25; 4,124; 78,2; 1 025,025.
8. 

10. 2,01 < 2,1 < 2,11 < 2,12 < $\frac{21}{2}$ < 12,1t
12. 0,3; 0,03; 0,003; 0,033; 0,303

    0,303 > 0,3 > 0,033 > 0,030 > 0,003
14. a) 367,82; b) 1,942; c) 2,809; d) 59,856; e) 0,3866; f) 2,871.
16. a) 1 834,5; b) 40,55.
18. 

20. Silvia mide 1,61 m + 0,03 m + 0,06 m = 1,7 m
22. a) 24,0704; b) 1,301 041; c) 6,221 75;

    d) 15 939,78105.
24. $ 135,74; $ 118,51.
26. 20,36; 19,78; 227,29; 1,71; 61,91; 57,81.
28. Cada trozo medirá 11 : 7 = 1,5 m.

    — 11 : 7 = 1,57 m.
30. 1,713; 0,070; 0,001; 0,060.
32.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
34 035,6	753	45,2	0
0,0988	99	**0,000 997**	**0,000 097**
4,11	48	0,08	0,27

Cálculo mental

- a) 234; b) 14 578; c) 0,857.
- a) 0,01; b) 155 500.

34. a) 39,015; b) 2,478; c) 151,565; d) 0,508.
36. a) 3,2857; b) 2,658.
38. a) 7,9; b) 6,215.
40. a) 25,72 + (37,28 : 1,254) – 12,5 = 42,95 euros.

    b) (25,72 – 12,5) × 1,254 + 37,28 = 53,86 dólares, o bien, 42,95 × 1,254 = 53,86 dólares.
42. 2,35; 75,16; 0,13; 1,33; 0,00; 71 150,73; 32,28; 4 528,18; 1 726,01.
44. a) 2,5 + 3,27 + 6,01 × 1,1 = 12,38

    b) 1,263 – 0,03 + 015 × 0,173 = 1,259

    — En estas dos ocasiones el resultado coincide. En general es más exacto si sólo se redondea en el resultado final.
46. Respuesta abierta.
48. a) 3,15; b) 14; c) 1 500.

Las y TIC y las Matemáticas

C1. 67,5; 500; 6 912.

C2. 48,6 dólares.

C3. 168 dólares.

50. 9 000 + (0,32 × 9 000) = 11 880

    Pagarán 11 880 dólares.
52. $V_{prisma} = A_{base} \cdot h$

    $V_{prisma} = \left(\frac{6 \cdot 12 \cdot 10,39}{2} \right) \cdot 7$

    $V_{prisma} = 2\,618,28\ dm^3$

    El volumen del prisma es de 2 618 280 cm^3.
54. $V_{ortoedro} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 84\ cm^3$

    El ortoedro mayor tiene un volumen de:

    $V'_{ortoedro} = 4^3 \cdot 84 = 5\,376\ cm^3$

    La razón entre los volúmenes es 64, que es el cubo de la razón de semejanza ($4^3 = 64$).
56. La arista básica mide $\frac{36}{4} = 9\ cm$.

    Calculamos el volumen:

    $V_{pirámide} = \frac{9^2 \cdot 14,31}{3} = 386,4\ cm^2$

    El volumen de la pirámide es 0,386 4 dm^3.
58. El volumen de la pirámide será:

    $V_{pirámide} = \frac{10^2 \cdot 14,14}{3} = 471,3\ cm^3$

    El área será:

    $A_{pirámide} = \frac{40 \cdot 15}{2} + 10^2 = 400\ cm^2$
60. Tomamos 4 cm como el radio de la base y 8 cm como la altura del cilindro.

    $V_{cilindro} = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 402,12\ cm^3$
62. Un ladrillo, un tomo de una enciclopedia y un volante.
64. Debemos estimar las dimensiones de cada uno de los objetos y aplicar la fórmula correspondiente para obtener el volumen y el área que nos piden.
66. 17 y 19.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

68. 16.

70. 21.

72. 18 y 19.

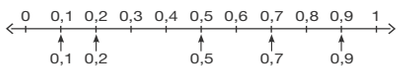
En resumen

Décimas, **centésimas,** milésimas...; con numerador unidad representan **fracciones decimales;** con denominador 100 son porcentajes o **tantos por cientos.**

Ejercicios y problemas

74. $\frac{141}{100}; \frac{2414}{1000}; \frac{21}{1000}; \frac{763}{10}; \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$.

76. 1 056 unidades 4 décimas; 523 unidades 456 milésimas; 983 unidades 34 567 cienmilésimas; 1 232 568 unidades 23 centésimas.

78. 

80. Respuesta abierta.

82. a) Cierta; b) cierta; c) falsa; d) cierta; e) cierta; f) falsa.

84. a) 159,65; b) 1 416,402; c) 8,35; d) 49,129.

86. a) 105,842; b) 1,93; c) 14,99; d) 11,98.

88.

×	0,5	0,3	0,6
0,4	0,2	0,12	0,24
0,02	0,01	0,006	0,012
0,3	0,15	0,09	0,18
0,03	0,015	0,009	0,018

90. a) 1 288,8; b) 0,07; c) 37 580; d) 4 300.

92. 255.

94. a) 265,4134; b) 11,919...; c) 50,048.

96. 8 %.

98. a) $16 \rightarrow 100$
$x \rightarrow 1\,500\,000$
$x = \frac{16 \cdot 1\,500\,000}{100} = 240\,000$
b) $40 \rightarrow 100$
$x \rightarrow 187{,}4$
$x = \frac{40 \cdot 187{,}4}{100} = 74{,}96$

100. Sumamos el volumen de los dos cuerpos:

$V_{cubo} = a^3 = 5^3 = 125\ cm^3$

$A_{base\ pirámide} = 5^2 = 25\ cm^2$

$V_{pirámide} = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{25 \cdot 6}{3} = 50\ cm^3$

$V = V_{cubo} + 6 \cdot V_{pirámide}$

$V = 125 + 6 \cdot 50 = 425\ cm^3$

El volumen del cuerpo geométrico es 425 cm^3.

102. Consumo por kilómetro: 0,071 litros.
Consumo en 160 km:
$160\ km \times 0{,}071\ \frac{l}{km} = 11{,}36\ L$
$47 - 11{,}36 = 35{,}64$
Quedarán en el depósito 35,64 L.
Consumo en 300 km: $300 \times 0{,}071 = 21{,}3$
Sí queda suficiente gasolina, ya que $21{,}3 < 35{,}64$.

104. a) $2{,}1 \times 4 = 8{,}4$
Recorre 8,4 km cada día.
b) $134{,}4 : 8{,}4 = 16$
Tardará 16 días.

106. a) Porcentaje de alumnos que no practica actividad extraescolar:
$100 - (40 + 50) = 10$
10 % del grupo = 3; grupo = $\frac{3}{10} \times 100 = 30$
El grupo está formado por 30 alumnos.

b) Deporte: 40 % de 30 = $\frac{40}{100} \times 30 = 12$.
Practican deporte 12 alumnos.
Informática: 50 % de 30 = $\frac{50}{100} \times 30 = 15$.
Van a cursos de informática 15 alumnos.

108. Respuesta abierta.

112. $A_{lateral\ 1} = 2\ \pi \cdot r \cdot (2\ r) = 4\ \pi\ r^2$
$A_{lateral\ 2} = 2\ \pi \cdot (2\ r) \cdot r = 4\ \pi\ r^2$
$A_{total\ 1} = 2\ \pi \cdot r \cdot (2\ r + r) = 6\ \pi\ r^2$
$A_{total\ 2} = 2\ \pi \cdot (2\ r) \cdot (r + 2\ r) = 12\ \pi\ r^2$
$V_1 = \pi\ r^2 \cdot 2\ r = 2\ \pi\ r^3$
$V_2 = \pi\ 4\ r^2 \cdot r = 4\ \pi\ r^3$

114. El mayor número decimal con dos cifras decimales que al redondearlo hasta las décimas se obtiene 3,8 es 3,84.
$3{,}84 - 1{,}45 = 2{,}39$.
El mayor número decimal es 2,39.

116. Hallamos el volumen de agua contenido en el primer depósito.
$1\ m = 10\ dm$
$V_{depósito\ 1} = \pi\ r^2 \cdot h$
$V_{depósito\ 1} = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 282{,}6\ dm^3$

Demuestra tu ingenio

Años bisiestos

12. Todos los meses del año.

El náufrago

13 días.

1: 40
2: 40 – 30 = 10
3: 10 + 40 = 50
4: 50 – 30 = 20
5: 20 + 40 = 60
6: 60 – 30 = 30
7: 30 + 40 = 70
8: 70 – 30 = 40
9: 40 + 40 = 80
10: 80 – 30 = 50
11: 50 + 40 = 90
12: 90 – 30 = 60
13: 60 + 40 = 100

Buen Vivir

4. Con el incremento, el costo de la entrada será de $ 0,30, lo que significa que ahora podrán entrar cinco estudiantes.

Autoevaluación

2. 12,18; 4,78; 123,24; 1,58.

4. a) 75,6; b) 12 000; c) 5; d) 24 000.

6. 2,437 kg > 2,374 kg > 2,37 kg > 0,99 kg > 0,97 k
— 2,437 + 2,374 + 2,37 + 0,99 + 0,97 = 9,141
La masa tasa total es 9,141 kg.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Coevaluación

2. 2,5 – 1,06 = 1,44

   Quedan 1,44 kg de arroz.

   — Habrá 1,44 : 3 = 0,48 kg de arroz en cada bolsa.

Módulo 4 Polígonos: triángulos y cuadriláteros Iniciación al álgebra

Actividad inicial

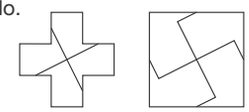
a) 12 lados.

b) Lados iguales; ángulos distintos.

c) No, ya que sus ángulos son distintos.

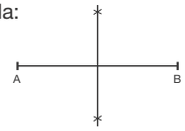
d) 5 cuadrados.

e) Un cuadrado.

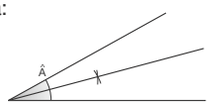


Evaluación diagnóstica

• Respuesta sugerida:



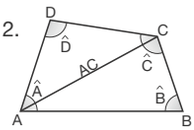
• Respuesta sugerida:

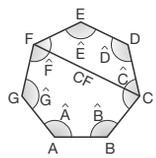


- Si la edad actual es 12 años, 16. Si la actual es 13, 17 años. Hace 6 años tenía 6 o 7.
- 170 – 8 = 162. Juan mide 162 cm.
- $A = b \times h = 50 \times 35 = 1\,750\ cm^2$
- $2^7 = 128$; $3^{12} = 531\,441$; $2^8 \times 3^{10} = 15\,116\,544$
- a) 18; b) 5; c) 5; d) 40.
- a) 20; b) 2; c) 3.

Actividades

2.





	Polígono **a**	Polígono **b**
Vértices	A, B, C, D	A, B, C, D, E, F, G
Ángulos	$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$	$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$
Lados	AB, BC, CD, DA	AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA
Diagonales	AC, BD	AC, AD, AE, AF, BD, BE, BF, BG, CE, CF, CG, DF, DG, EG

4. Cuadrado.

6. Sí, un polígono irregular puede ser equilátero. Ejemplo: un rombo es un polígono equilátero (lados iguales) e irregular, ya que sus ángulos son distintos.

   Sí, un polígono irregular puede ser equiángulo. Ejemplo: un rectángulo (no cuadrado) es polígono irregular, ya que sus lados son distintos, y equiángulo, ya que todos sus ángulos miden 90°.

8. $\dfrac{10 \cdot (10-3)}{2} = \dfrac{70}{2} = 35$ diagonales.

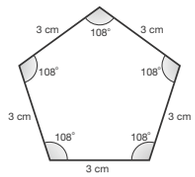
10. Se trata de un hexágono, ya que

$$\frac{6}{2} \cdot (6-3) = 9.$$

12. 180° · (8 – 2) =1 080°

14. 180° · (5 – 2) = 540°

    540° : 5 = 108°



16. 360° : 8 = 45°

18. Medida del ángulo $\hat{A}$:

    Suma de los ángulos de un octógono:

    180° · (8 – 2) = 180° · 6 = 1 080°

    1 080° : 8 = 135°

    El ángulo $\hat{A}$ mide 135°.

    Medida del ángulo $\hat{B}$:

    360° : 8 = 45°

    El ángulo $\hat{B}$ mide 45°.

    Medida del ángulo C:

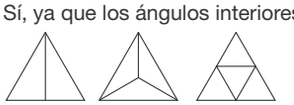
    180° – 45° = 135°

    135° : 2 = 67,5°

    El ángulo $\hat{C}$ mide 67,5°.

20. Sí, ya que los ángulos interiores siempre son de 90°.

22.



24. a) Triángulo: *CDE*

    Vértices: *C*, *D* y *E*; Ángulos: $\hat{C}, \hat{D}, \hat{E}$; Lados: *c*, *d* y *e*.

    b) Triángulo: *ABC*

    Vértices: *A*, *B* y *C*; Ángulos: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$; Lados: *a*, *b* y *c*.

    — Los triángulos no tienen diagonales, ya que no tienen vértices no adyacentes.

26. No, pues el tercer ángulo sería de 0°.

28. Respuesta abierta.

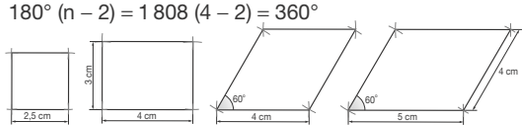
30. No, pues pueden tener lados de diferente longitud.

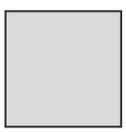
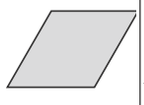
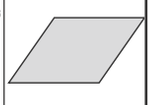
32. No, pues pueden ser de lados distintos.

34. Sí, puesto que tienen iguales un ángulo y un lado correspondientes.

38. 180° (n – 2) = 1 808 (4 – 2) = 360°

40.



	Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Romboide
Figura				
Lados	4 lados iguales	Iguales 2 a 2	4 lados iguales	Iguales 2 a 2
Ángulos	4 ángulos rectos	4 ángulos rectos	Iguales 2 a 2	Iguales 2 a 2

42. Respuesta abierta.

44, 46 y 48. Respuestas abiertas.

50. a) La suma del doble de *a* más *b*; b) la diferencia entre *a* y el triple de *b*; c) el cuadrado de la diferencia entre *a* y *b*; d) la suma del cuadrado de *a* y *b*; e) la suma del triple del cuadrado de *a* más *b*; f) la suma de *a* y la mitad de *b*.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

52. $2x$.

54. 1 triángulo, 3 palillos; 2 triángulos, 5 palillos; 3 triángulos, 7 palillos; ... ;

n triángulos, $(2 \times n + 1)$ palillos.

56. a) $500x$.

b) Para $x = 6$ $\quad 500x = 500 \cdot 6 = 3\,000$ habitantes.

Para $x = 10$ $\quad 500x = 500 \cdot 10 = 5\,000$ habitantes.

58. $5ab$ y $-7ab$; $\frac{1}{2}xy$ y $2xy$.

60. El valor numérico de x^2y para $x = 2$ y $y = 1$ es $2^2 \cdot 1 = 4$.

Para que el valor numérico sea 20 se debe multiplicar x^2y por 5.

El término es $5x^2y$.

62. a) $P = 4x$; $S = x^2$; b) $P = 8x$; $S = 4x^2$; c) $P = 12x$; $S = 5x^2$; d) $P = 20x$; $S = 9x^2$.

64. a) $15x - 12y$; b) $4y^2 + 8y^3$; c) $6a^2 - 2ab + 2a$; d) $x + 2x^2 - xy$.

66. a) $4(x + y)$; b) $5(x + 2xy + 1)$; c) $x(3y + 6z - x)$; d) $a(4a - b)$.

68. Respuesta abierta

72. El problema se resuelve buscando el m.c.m. (4, 5). Obtenemos que m.c.m. (4, 5) = 20.

Dibujamos el rectángulo *ABCD* de lados (15 m y 5 m) y situamos las papeleras (•) y los faroles (x). — Coinciden con el vértice *C*.

74. Este problema se resuelve utilizando la estrategia de la coherencia de las unidades.

$$36\text{ l} \cdot \frac{1000\text{ kl}}{1\text{ l}} = 3\,600\text{ l}$$

$$90\text{ días} \cdot \frac{24\text{ h}}{1\text{ día}} = 2\,160\text{ h}$$

$$\frac{3\,600\text{ l}}{2\,160\text{ h}} = 1{,}67\text{ l/h}$$

En resumen

- Triángulos, cuadriláteros; Centro, apotema, ángulo central.

Ejercicios y problemas

76. Respuesta abierta.

78. Respuesta abierta.

80. 4 vértices y 4 lados, ya que tiene 4 ángulos. Es convexo, pues todos sus ángulos son menores de 180°.

82. Sí, el cuadrilátero; Sí, el pentágono.

84. $\frac{10}{2} \cdot (10 - 3) = 35$ diagonales.

10 vértices, ya que tiene 10 lados.

86. Como la suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360°, se tiene:

$\hat{D} = 360° - (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}) =$

$= 360° - (90° + 80° + 70°) = 120°$

88. Sí, el decágono, pues 360° : 10 = 36°; No, ya que 360° : 37,5° = = 9,6 no puede ser el número de lados, pues no es entero.

90. *b* y *c,* ya que los lados y los ángulos correspondientes son iguales.

92. Un triángulo rectángulo no puede ser un triángulo equilátero, pues un triángulo equilátero tiene todos los ángulos iguales y de 60°. Un triángulo rectángulo con los dos catetos iguales es un triángulo isósceles.

94. a) Falso, ya que la mediana une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

b) Verdadero, ya que los lados perpendiculares son alturas del triángulo.

c) Verdadero, ya que por ser equilátero las alturas pasan por el centro.

d) Falso. El punto donde se cortan las tres mediatrices es el circuncentro.

96. a) 360°; b) 90°; c) trapezoide; d) rombo.

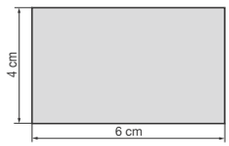
98. a) Falso, ya que, además, sus ángulos deben ser rectos; b) Falso, ya que un rectángulo tiene las diagonales de la misma longitud.

100. Calculamos la altura:

$\frac{3}{2}$ de x = 6 cm; $\frac{3}{2} \cdot x = 6$ cm

$$x = 6\text{ cm} \cdot \frac{2}{3} = 4\text{ cm}$$

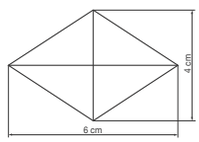
La altura mide 4 cm.



102. Se trata de un rombo.

104. Sí, las diagonales de un rombo son perpendiculares y se cortan en partes iguales.

— Para construir el rombo dibujamos dos segmentos perpendiculares de 6 cm y 4 cm de longitud que se corten en partes iguales y unimos los extremos.



106. a) $x + 5$; b) $x - 4$; c) $3x$; d) $x + 7$.

108. A: perímetro, $2a + 2d$; área, ad

B: perímetro, $2b + 2d$; área, bd

C: perímetro, $2a + 2c$; área, ac

D: perímetro, $2b + 2c$; área, bc

AB: perímetro, $2(a + b) + 2d$; área, $(a + b) \cdot d$

CD: perímetro, $2(a + b) + 2c$; área, $(a + b) \cdot c$

AC: perímetro, $2a + 2(c + d)$; área, $a \cdot (c + d)$

BD: perímetro, $2b + 2(c + d)$; área, $b \cdot (c + d)$

ABCD. Perímetro, $2(a + b) + 2(c + d)$;
área, $(a + b) \cdot (c + d)$

110. a) 4: coeficiente, xy: parte literal; b) : coeficiente; xy: parte literal; c) : coeficiente; a: parte literal; d) 3: coeficiente; xy^2: parte literal; e) 2: coeficiente; x^2y: parte literal; f) 5: coeficiente; a: parte literal; g) 26: coeficiente; x^2y: parte literal; h) :coeficiente; xy^2: parte literal; i) 1: coeficiente; xy: parte literal. Son semejantes los términos: *a, b* y *i; c* y *f; d* y *h; e* y *g.*

112. Para $x = 2$ el valor numérico es: $2 \cdot 2 + 6 = 10$.

$5y = 10 \rightarrow y = 2$

114. a) $2ab - 2a^2$; b) $ab - 3ab^2$; c) $2x^2y + 6xy^2 - 2x^3y$; d) $x^2 + 2x^3 - x^2y^2$.

116. a) $abc\left(\frac{1}{2}b - 2ac\right)$; b) $3xy(1 - 3x + 2y)$;

c) $5a(1 - 5ac + 3bc)$.

118. Construcción con material.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

120. a) M.C.D. (15, 18) = 3. Así, se coloca una farola cada 3 m, por lo que se necesitan 17 farolas en total.

b) En los lados que miden 18 m se distribuyen 7 farolas y en el que mide 15 m se distribuyen 6.

122. a) El consumo por kilómetro es 0,076 litros.

La expresión algebraica del consumo es $0{,}076x$.

b) $0{,}076 \cdot 150 = 11{,}4$; $0{,}076 \cdot 180 = 13{,}68$

Al recorrer 150 km consume aproximadamente 11,4 l y al recorrer 180 km 13,68 l.

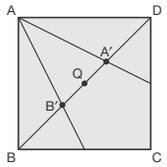
124. Alumnos: $2 \cdot 200 = 400$

Libros: $3 \cdot 400 + 150 = 1\,350$

Hay 1 350 libros.

126. Restaurar, insertar. En el diccionario: *arte de restituir a su lugar los huesos dislocados.*

128. Observa la figura:



Si consideramos el triángulo ABC, se tiene:

- B = ortocentro de ABC.
- B′ = baricentro de ABC.
- Q = circuncentro de ABC.

Por la propiedad del ejercicio 38 se cumple que la distancia de *B′* a *B* es dos veces la de *B′* a *Q*:

$$d(B', b) = 2\, d(B', Q)$$

Si consideramos el triángulo ACD, se tiene:

- D = ortocentro de ACD.
- A′ = baricentro de ACD.
- Q = circuncentro de ACD.

Por la propiedad del ejercicio 38 se cumple que la distancia de *A′* a *D* es dos veces la de *A′* a *Q*:

$$d(A', d) = 2\, d(A', Q)$$

Además, la distancia de *B′* a *B* coincide con la de *A′* a *D: d(B′, b) = d(A′, D)*, por lo que:

$$d(B', Q) = d(A', Q)$$

Por tanto:

$$d(B', b) = 2\, d(B', Q) = d(B', Q) + d(A', Q) = d(B', A') = 2\, d(A', Q) = d(A', d)$$

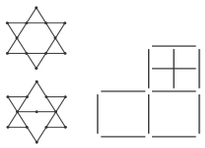
Con lo que concluimos que:

$$d(B', b) = d(B', A') = d(A', d)$$

130. a) $a^2 + 2ab + b^2$; b) $a^2 - b^2$; c) $a^2 - 2ab + b^2$; d) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Demuestra tu ingenio

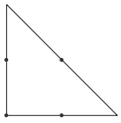
Figuras con palillos



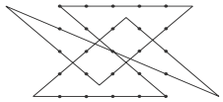
Construye figuras sin levantar el lápiz del papel

— Respuesta abierta.

—

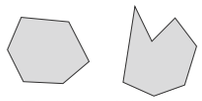


—



Autoevaluación

2.



4. a) El doble del cubo de *a*; b) el cubo de la diferencia de *a* menos *b*; c) la mitad de la suma de *a* más *b*.

6. $4x + 8 + x^2 - 2x - x^2 - x = x + 8$

Coevaluación

2. $\frac{10}{2} \cdot (10 - 3) = 35$ diagonales; $360° : 10 = 36°$

4. a) $3x$; b) $3x + x = 4x$.

Módulo 5 Proporcionalidad geométrica

Actividad inicial

$$x = \frac{6\text{ cm}}{10\text{ km}} \cdot 4\text{ km} = 2{,}4\text{ cm}$$

$$y = \frac{6\text{ cm}}{10\text{ km}} \cdot 7\text{ km} = 4{,}2\text{ cm}$$

La segunda casa está a 2,4 cm de la primera, la tercera a 4,2 cm y la última a 6 cm.

Evaluación diagnóstica

- a) $\frac{12}{7}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{21}{41}$
- a) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$

  b) $\frac{3}{10} = \frac{6}{20} = \frac{9}{30} = \frac{12}{40}$

  c) $\frac{2}{7} = \frac{4}{14} = \frac{6}{21} = \frac{8}{28}$
- cinco
- a) paralelas
  b) secantes
  c) coincidentes
- Pentágono.
  Hexágono

- Perímetro = 50 + 85 +105 = 240 cm.

  $$\text{Área} = \frac{105 \cdot 40}{2} = 2\,100\text{ cm}^2.$$

  No es un polígono regular.

  b) Perímetro = 3 + 2 + 3 + 2 = 10 cm. Área = $3 \cdot 2 = 6\text{ cm}^2$
  No es un polígono regular.

  c) No se puede calcular el perímetro, pues depende del ángulo de los lados. Área = $27{,}5 \cdot 20 = 550\text{ cm}^2$

Distribución gratuita - Prohibida la venta

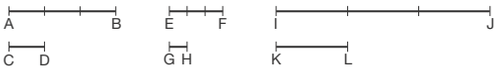
No es un polígono regular.

d) Perímetro = $12 \cdot 6 = 72$ cm.

$$\text{Área} = \frac{72 \cdot 10{,}39}{2} = 374{,}04 \text{ cm}^2 .$$

Es un polígono regular.

Actividades

2. 

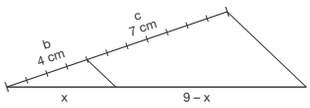
4. a) $\frac{4}{6} = \frac{5}{x}$; $x = \frac{6 \cdot 5}{4} = 7{,}5$

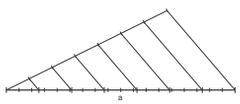
Así, $x = 7{,}5$ cm.

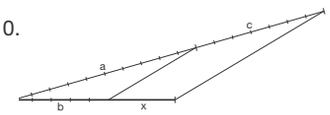
b) $\frac{2{,}5}{2} = \frac{x}{1{,}5}$; $x = \frac{2{,}5 \cdot 1{,}5}{2} = 1{,}875$

$\frac{2{,}5}{2} = \frac{y}{x}$; $y = \frac{2{,}5 \cdot 1{,}875}{2} = 2{,}343\,75$

Así, $x = 1{,}875$ cm; $y = 2{,}343\,75$ cm.

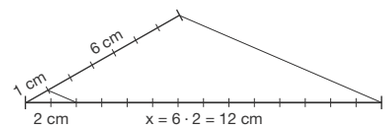
6. 

8. 

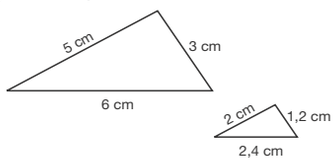
10. 

12. Sea x la longitud del segmento producto. Tenemos:

$$x = 2 \cdot 6 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$$



14 y 16. Respuestas abiertas.

18. 

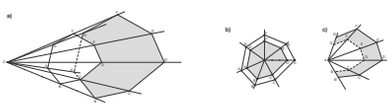
20. Son semejantes los triángulos *BCA* y *FCD, AEB* y *DEF.*

22. Respuesta abierta.

26. Sí, porque tienen los ángulos iguales.

28. Sí, porque tiene los ángulos iguales y los lados proporcionales.

30. Respuesta abierta.

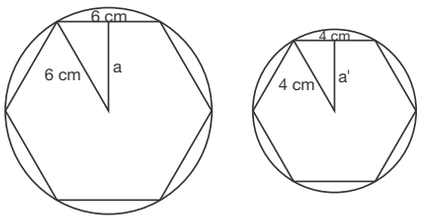
32. 

34. Calculamos el lado del rombo:

$$l = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$$

Como el lado mide 5 cm, el perímetro será 20 cm.

En el rombo semejante, las diagonales serán 12 cm y 16 cm, el lado medirá 10 cm y el perímetro 40 cm.

36. 

— Hexágono de 6 cm de lado:

Apotema = $\sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}2$ cm

Radio = 6 cm

Perímetro = $6 \cdot 6 = 36$ cm

— Hexágono de 4 cm de lado:

Apotema = $\sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46$ cm

Radio = 4 cm

Perímetro = $4 \cdot 6 = 24$ cm

$$k = \frac{5{,}2}{3{,}46} = \frac{6}{4} = \frac{36}{24} = 1{,}5$$

La razón de semejanza entre apotemas, radios, lados y perímetros es la misma.

38. Dado que tenemos:

$$k^2 = \frac{1}{4} \rightarrow k = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto:

El perímetro del triángulo grande es de 12 cm.

40. La razón de semejanza entre las dos figuras es $k = 2$.

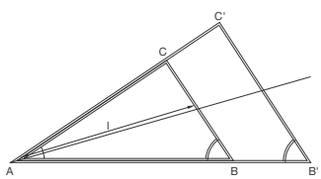
42. Si tomamos medidas en el dibujo, la longitud del tren es de 7 cm y la escala gráfica mide 1 cm, que representa 600 cm de la realidad, por lo que tenemos que la escala de la maqueta es 1 : 600.

Llamemos x a la longitud real del tren. Debe verificarse que:

$$\frac{1}{600} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = 4200 \text{ cm}$$

El tren tiene una longitud de 42 m.

46. Dibujamos un triángulo $AB'C'$ que tenga los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ deseados; trazamos la bisectriz del ángulo $\hat{A}$ y marcamos la longitud que debe tener. A continuación, trazamos la paralela a $B'C'$ por esta marca, y obtenemos el triángulo buscado.



En resumen

- Proporcionalidad; Tales; criterios; Polígonos, razón de semejanza; cuadrado; escala.

Ejercicios y problemas

48. Respuesta abierta.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

50. Tenemos que:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow a = \frac{b \cdot 5}{3}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{2}{5} \Rightarrow c = \frac{b \cdot 5}{2}$$

Hallamos la razón de los segmentos *c* y *a.*

$$\frac{c}{a} = \frac{\frac{b \cdot 5}{2}}{\frac{b \cdot 5}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

La razón de los segmentos *c* y *a* es $\frac{3}{2}$.

52. $\frac{AC}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow AC = \frac{4}{5}AB$

$35 - 21 = 14$

$\frac{4}{5}$ de $14 = \frac{4}{5} \cdot 14 = 11{,}2$

$21 + 11{,}2 = 32{,}2$

La casa se halla en el kilómetro 32,2 de la carretera.

54. $\frac{2{,}5}{2} = \frac{x}{3}$; $x = \frac{2{,}5 \cdot 3}{2} = 3{,}75$

$\frac{1{,}5}{1{,}6} = \frac{4}{x}$; $x = \frac{1{,}6 \cdot 4}{1{,}5} = 4{,}27$

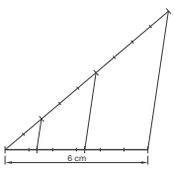
En el primer caso mide 3,75 cm y en el segundo, 4,27 cm.

56. a) La recta *t* es paralela a las rectas *r* y *s,* ya que

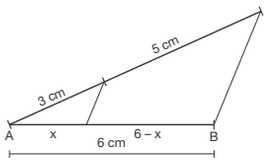
$$\frac{2}{2{,}2} = \frac{3}{3{,}3} \quad .$$

b) La recta *t* no es paralela a las rectas *r* y *s,* ya que $\frac{1{,}5}{1{,}4} \neq \frac{1}{0{,}9}$.

58.



60.

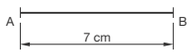


$\frac{x}{3} = \frac{6 - x}{5}$; $5x = 18 - 3x$;

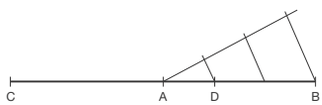
$8x = 18$; $x = 2{,}25$; $6 - 2{,}25 = 3{,}75$

Un segmento mide 2,25 cm y el otro 3,75 cm.

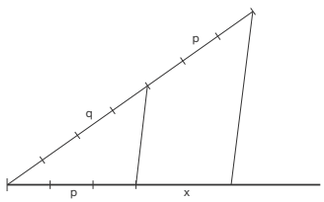
62.



$CD = \frac{4}{3}AB$



64.



66. Respuesta abierta.

70. — Ángulos:

$\hat{B} = \hat{B}' = 52^\circ$

$\hat{C} = 180^\circ - (81^\circ - 52^\circ) = 47^\circ$

$\hat{A}' = \hat{A} = 81^\circ$

$\hat{C}' = \hat{C} = 47^\circ$

Los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$ del triángulo menor miden 52º y 47º respectivamente, y los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ del triángulo mayor miden 81º y 47º respectivamente.

— Lados:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = \frac{54{,}26}{27{,}13} = 2$$

$\frac{A'B'}{AB} = 2 \Rightarrow \frac{A'B'}{25{,}18} = 2$

$A'B' = 25{,}18 \cdot 2 = 50{,}36$

$\frac{B'C'}{BC} = 2 \Rightarrow \frac{68}{BC} = 2$

$BC = \frac{68}{2} = 34$

El lado BC del triángulo menor mide 34 cm y el lado A B del triángulo mayor mide 50,36 cm.

72. Llamamos *x* a la distancia entre A y B.

$$\frac{x}{40} = \frac{60}{30} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 60}{30} = 80$$

La distancia entre A y B es 80 m.

74. a) $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$

$72^\circ : 2 = 36^\circ$

Los ángulos del triángulo mayor miden 72º, 36º y 36º.

b) Hallamos los lados iguales del triángulo menor.

$18 : 2 = 9$

$14 + 9 + 9 = 32$

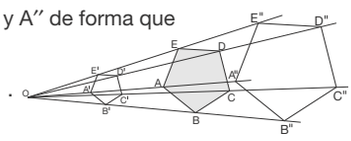
El perímetro del triángulo menor es 32 cm.

76.

	Razón de semejanza	Razón entre los perímetros	Razón entre las áreas
Entre A y B	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{16}{49}$
Entre B y A	$\frac{7}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{49}{16}$

78. Área $= \left(\frac{7}{3}\right)^2 \cdot 25{,}5 = 138{,}83\ cm^2$

80. a) Determinamos los puntos A′ y A″ de forma que $\frac{OA'}{OA} = \frac{1}{2}$ y $\frac{OA''}{OA} = \frac{3}{2}$.



b)

Pentágono	Perímetro	Área
ABCDE	17,5 cm	21 cm^2
A B C D E	8,75 cm	5,25 cm^2
A B C D E	26,25 cm	47,25 cm^2

Distribución gratuita - Prohibida la venta

82. Descomponemos la figura en un rectángulo y en un semicírculo.

Rectángulo:

Base: $4 \cdot 100 = 400$ cm

Altura: $2 \cdot 100 = 200$ cm

$A_{rectángulo} = 400 \cdot 200 = 80\,000$ cm^2

Semicírculo:

Radio: $2 \cdot 100 = 200$ cm

$A_{semicírculo} = \frac{1}{2}\pi \cdot 200^2 = 62\,831{,}85$ cm^2

Figura:

$A_{figura} = 80\,000 + 62\,831{,}85 = 142\,831{,}85$ cm^2

El área de la figura es 14,28 m^2.

86. Respuesta abierta.

86. Recorrido pasando por B:

4 km + 5 km = 9 km

Recorrido pasando por A y por C:

Hallamos AC y CE.

$$\frac{AC}{3} = \frac{6}{4} \Rightarrow AC = \frac{3 \cdot 6}{4} = 4{,}5$$

$$\frac{CE}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow CE = \frac{2 \cdot 5}{4} = 2{,}5$$

2 km + 4,5 km + 2,5 km = 9 km

En ambos casos recorrería 9 km.

88. Llamamos *e* al espacio que recorre en 4 s.

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{e} \Rightarrow e = \frac{4 \cdot 5}{1} = 20$$

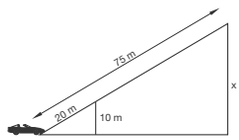
En 4 s recorre 20 m.

Llamamos *e'* al espacio que recorre en 15 s.

$$\frac{1}{15} = \frac{5}{e'} \Rightarrow e' = \frac{15 \cdot 5}{1} = 75$$

En 15 s recorre 75 m.

Llamamos *x* a la altura a la que se encontrará a los 15 s de la salida.



$$\frac{20}{10} = \frac{75}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 75}{20} = 37{,}5$$

A los 15 s de la salida se encontrará a 37,5 m de altura.

90. a) d = 10,5 cm

92. $$\frac{x}{2} = \frac{30}{4{,}8} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 2}{4{,}8} = 12{,}5$$

La altura del poste telefónico es 12,5 m

94. Calculamos el cateto del triángulo original:

$$\text{cateto} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$$

El área de ese triángulo será:

$$\text{Área} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

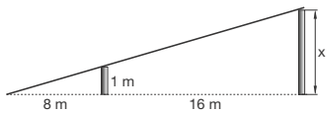
Por lo tanto, el área de un triángulo semejante, con razón de semejanza k = 2 será:

$$\text{Área} = 2^2 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$$

96. La distancia real es, aproximadamente, 275 km.

98. Respuesta abierta.

100. Llamamos *x* a la diferencia de longitud entre la barra más larga y la barra más corta, y construimos la siguiente figura:



$$\frac{8}{1} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = \frac{1 \cdot 24}{8} = 3$$

Longitud de la barra de acero:

$$x + 5 = 3 + 5 = 8$$

La longitud de la barra de acero más larga es 8 m.

Demuestra tu ingenio

Ampliar el césped

Los litros necesarios para regar son proporcionales al área del césped; por lo tanto, el agua necesaria será:

$$(1{,}5)^2 \cdot 30 = 67{,}5 \text{ litros}$$

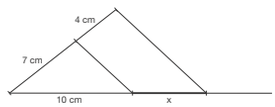
Los comensales de la mesa redonda

Si llamamos *s* a la distancia de separación entre los comensales, el perímetro de la mesa inicial es: $P_{inicial} = 8$ s. Al ampliar la mesa, el nuevo perímetro es: $P_{final} = 12$ s. La razón de semejanza entre las dos circunferencias será: $k = \frac{12 \text{ s}}{8 \text{ s}} = \frac{3}{2}$. Por tanto, hay que aumentar en un factor $k^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ la superficie de la mesa inicial para poder ubicar a los 12 comensales.

Gulliver en Liliput

La estatura de tu hermano liliputiense sería $\frac{1}{12}$ de su estatura.

Autoevaluación

2. 

4. No; sí.

Coevaluación

2. Si *x* es la altura de la estatua, tenemos que:

$$\frac{x}{8} = \frac{2{,}6}{1{,}8} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 2{,}6}{1{,}8} = 11{,}56$$

$$k = \frac{372}{744\,000\,000} = \frac{1}{2\,000\,000}$$

4. La escala es 1 : 2 000 000.

Módulo 6 Tablas y gráficos

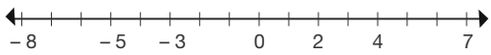
Actividad inicial

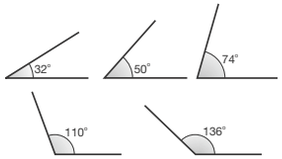
— Durante este período el índice bursátil ha experimentado subidas y bajadas. Sin embargo, en diciembre de 2011 había bajado en relación a enero de 2007.

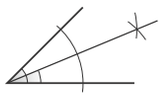
Distribución gratuita - Prohibida la venta

— Un inversor que hubiera comprado acciones de estas compañías al principios del año 2008 hubiera obtenido pérdidas al final del año 2011, o así cabe esperarlo, pues el índice bursátil descendió de forma importante.

Evaluación diagnóstica

- 

- 

- 

45° : 2 = 22,5°

- $\frac{5}{7} = 0,7143 \Rightarrow 71,43\%$

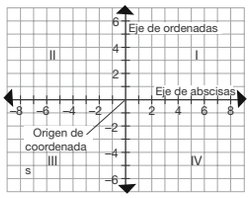
  $\frac{2}{3} = 0,6667 \Rightarrow 66,67\%$

  $\frac{13}{15} = 0,8667 \Rightarrow 86,67\%$

- $\frac{6475 \cdot 16}{100} = 1036$

  $\frac{5}{125} \cdot 100 = 4\%$

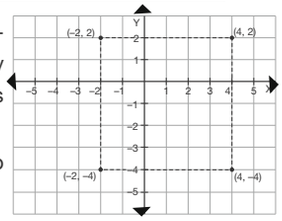
Actividades

2. 

4.

	Primer	Segundo	Tercero	Cuarto
Abscisa	+	–	–	+
Ordenada	+	+	–	–

6. Representamos los tres vértices conocidos del cuadrado y determinamos las coordenadas del cuarto vértice.



Las coordenadas del cuarto vértice son (–2, –4).

8. a) 30 m/s; b) 22,5 m/s; 10 s y 65 s; c) De 0 a 20 s, de 60 s a 70 s; d) 70 s.

12. a) La población son los trabajadores de la empresa y la variable, su deporte preferido.
    b) La población son las distintas clases del centro y la variable estadística, el número de alumnos de cada una.
    c) La población está formada por las bombillas y la variable es su duración.
    d) La población son los estudiantes del centro y la variable estadística, su grado de satisfacción.

14. a) Discreta
    b) Continua.

16. a) Incorrecto. Buscar una muestra más representativa.
    b) Incorrecto. Plantear una pregunta más concreta.
    c) Incorrecto. Buscar una muestra adecuada.
    d) Incorrecto. Buscar una muestra idónea de personas que lo utilicen.
    e) Incorrecto. No se ha de mostrar la opinión del encuestador y el resultado puede verse alterado por el momento en que se realiza.

18. El método más adecuado es el *c,* ya que es el que más se aproxima a una muestra representativa de toda la población.

20.

Resp. correctas	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada
3	3	3	0,1	0,1
4	3	6	0,1	0,2
5	9	15	0,3	0,5
6	6	21	0,2	0,7
7	4	25	0,1333	0,8333
8	3	28	0,1	0,9333
9	1	29	0,0333	0,9666
10	1	30	0,0333	1

a) 6 alumnos; b) 24 alumnos; c) 5 alumnos.

22. a) Los sucesos son equiprobables. Por tanto, la propabilidad de cada uno será. $\frac{1}{6} = 0,17$

    b)

Suceso	1	2	3	4	5	6	
Frecuencia absoluta	84	88	87	75	86	80	Total: 500
Frecuencia relativa	0,168	0,176	0,174	0,150	0,172	0,160	Total: 1

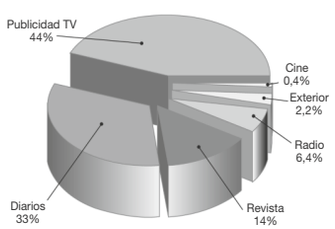
Las frecuencias relativas se sitúan en torno a 0,17, lo que confirma la hipótesis de que la probabilidad es 0,17.

c)

Suceso	A	B	C
Frecuencia absoluta	243	416	500
Frecuencia relativa	0,486	0,832	1

De más a menos probable: C, B, A.

24.
$0,44 \cdot 360° = 158,4°$
$0,33 \cdot 360° = 118,8°$
$0,14 \cdot 360° = 50,4°$
$0,064 \cdot 360° = 23,04°$
$0,022 \cdot 360° = 7,92°$
$0,004 \cdot 360 = 1,44°$
$360°$



Distribución gratuita - Prohibida la venta

26. Producción y consumo de petróleo (millones de barriles diarios)

	Producción	Consumo
Oriente Próximo	20,973	4,388
América del Norte	14,163	23,487
Ex repúblicas soviéticas	9,348	
Asia y Pacífico	7,987	21,399
África	7,937	2,527
Europa	6,874	16,025
América del Sur y Central	6,654	4,590

a) El consumo está por encima de la producción en: América del Norte, Asia y Pacífico y Europa. El consumo está por debajo de la producción en: Oriente Próximo, ex repúblicas soviéticas, África y América del Sur y central.

b) Producción: 20,973 + 14,163 + 9,348 + 7,987 + 7,937 + 6,874 + 6,654 = 73,936

Consumo: 4,388 + 23,487 + 3,381 + 21,399 + 2,527 + 16,025 + 4,590 = 75,797

El número de barriles de petróleo consumidos diariamente en el mundo supera al de barriles producidos. Esto significa que estamos consumiendo las reservas almacenadas, por lo que, si se mantiene el actual ritmo de consumo, llegará un momento en que éstas se agotarán.

En resumen

- Gráficas cartesianas; cartesianas; tablas estadísticas; diagrama de sectores; diagrama de barras; frecuencias absoluta, absoluta acumulada, relativa y relativa acumulada.

Ejercicios y problemas

28. — Pedro; Juan; Juan.
— Toa.

30. (–3, 5): segundo cuadrante; (3, –4): cuarto cuadrante; (3, 11): primer cuadrante; (–2,5, –1): tercer cuadrante.

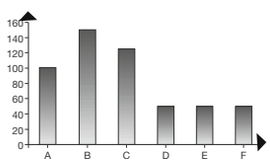
32. *Variable estadística:* característica de un colectivo que es objeto de estudio.
Frecuencia absoluta: número de veces que se repite cada valor de la variable estadística.
Frecuencia relativa: frecuencia absoluta dividida por el número total de datos.

34.

N.° de visitas	3	4	5	6
F. absoluta	5	4	2	1
F. relativa en tanto por uno	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$
F. relativa en tanto por ciento	41,67	33,33	16,67	8,33

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 1}{12} = 3,9$$

36.



38. Llamamos *x* a la frecuencia absoluta del valor SÍ y llamamos *y* a la frecuencia absoluta del valor NO.

Respuesta	Frecuencia absoluta
SÍ	40
NO	100

40.

Modelo	FFW1.6i	OZ1.816v	RS2.0	HS2.0ES
Potencia (CV)	100	125	140	156
Cilindrada (cm^3)	1 596	1 796	1 998	1 998
V. máxima (km/h)	185	188	196	205
Tiempo 0-100 km (s)	11,3	11,5	10,2	9,3
Consumo en100 km (l)	6,9	7,6	8,0	8,6
Precio ($)	17 780	20 180	19 950	23 500

Demuestra tu ingenio

La familia

A	Luis	Hijo pequeño
B	Armando	Hijo mediano
C	Javier	Hija mayor
D	Margarita	Madre
E	Francisco	Padre
F	Lupe	Abuela
G	Alonso	Abuelo

Autoevaluación

2. a)

	Aspirante A					
Resultado	6	7	8	9	10	
F. absoluta	3	2	1	2	2	T:10
F. relativa	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2	T: 1

	Aspirante B					
Resultado	6	7	8	9	10	
F. absoluta	1	2	4	2	1	T:10
F. relativa	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1	T: 1

b) Aspirante A: el 6; 0,3 · 100 = 30 %
Aspirante B: el 8; 0,4 · 100 = 40 %

Distribución gratuita - Prohibida la venta

c) Aspirante A:

$$\frac{6 \cdot 3 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 2}{10} = 7,8$$

Aspirante B

$$\frac{6 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{10} = 8,0$$

Coevaluación

2. a) $$\frac{11 \cdot 3 + 12 \cdot 2 + 13 \cdot 3 + a \cdot 2}{3 + 2 + 3 + 2} = 12,4$$

$$\frac{96 + 2a}{10} = 12,4 \Rightarrow a = 14$$

El valor de *a* es 14.

Distribución gratuita - Prohibida la venta

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas