

TAPTANA

MONTALUISA



Método de enseñanza de los sistemas de numeración con enfoque semiótico

MINISTERIO DE EDUCACIÓN



EL
GOBIERNO
DE TODOS



TAPTANA

MONTALUISA

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA

Lenín Moreno Garcés

MINISTRO DE EDUCACIÓN

Fander Falconí Benítez

Viceministro de Educación

Álvaro Sáenz Andrade

Viceministra de Gestión Educativa

Mónica Reinoso Paredes

Subsecretario de Educación Intercultural Bilingüe

Pedro Cango Puchaicela

Subsecretaría de Fundamentos Educativos

Ruthy Intriago Armijos

Subsecretario de Administración Escolar

Christian González Cajas

Subsecretaría de Educación Especializada e Inclusiva

Aleyda Matamoros Cueva

Directora Nacional de Educación Intercultural Bilingüe

Virginia De la Torre Yamberla

Directora Nacional de Currículo

Cristina Espinosa Salas

Directora Nacional de Educación Inicial y Básica

Laura Taípe Morales

Autor

Luis Montaluisa Chasiquiza

© Derechos reservados N° 034820

Equipo técnico de la Dirección Nacional de Educación Intercultural Bilingüe

Líder de la subserie de Recursos Educativos

Juan Illicachi Guamán

Coordinación equipo gráfico y fotografía de portada

Paul Mejía Benavides

Diseño, diagramación e ilustración

Paul Mejía Benavides, Pablo Machado Encalada,

Jaime Hidalgo Maldonado

Segunda Edición

© Ministerio de Educación del Ecuador, 2018

Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa

Quito-Ecuador

www.educacion.gob.ec

La reproducción parcial o total de esta publicación, en cualquier forma y por cualquier medio mecánico o electrónico, está permitida siempre y cuando sea autorizada por los editores y se cite correctamente la fuente.

El autor cede los derechos de la presente obra al Ministerio de Educación, exclusivamente para esta segunda edición.

DISTRIBUCIÓN GRATUITA - PROHIBIDA SU VENTA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN



Promovemos la conciencia ambiental en la comunidad educativa.

Hemos impreso el 8% de ejemplares con certificado de responsabilidad ambiental.

ADVERTENCIA

Un objetivo manifiesto del Ministerio de Educación es combatir el sexismo y la discriminación de género en la sociedad ecuatoriana y promover, a través del sistema educativo, la equidad entre mujeres y hombres. Para alcanzar este objetivo, promovemos el uso de un lenguaje que no reproduzca esquemas sexistas, y de conformidad con esta práctica preferimos emplear en nuestros documentos oficiales palabras neutras, tales como las personas (en lugar de los hombres) o el profesorado (en lugar de los profesores), etc. Sólo en los casos en que tales expresiones no existan, se usará la forma masculina como genérica para hacer referencia tanto a las personas del sexo femenino como masculino. Esta práctica comunicativa, que es recomendada por la Real Academia Española en su Diccionario Panhispánico de Dudas, obedece a dos razones: (a) en español es posible <referirse a colectivos mixtos a través del género gramatical masculino>, y (b) es preferible aplicar <la ley lingüística de la economía expresiva> para así evitar el abultamiento gráfico y la consiguiente ilegibilidad que ocurriría en el caso de utilizar expresiones como las y los, os/as y otras fórmulas que buscan visibilizar la presencia de ambos sexos.



2018: El valor del respeto

El inicio de un nuevo año escolar siempre nos produce ilusión. Todos los niños, niñas y adolescentes se preparan, no solo para estudiar y aprender, sino también para encontrarse con sus compañeros de aula. A veces nos topamos con caras nuevas en la clase, y eso es una buena señal, porque vemos que otros estudiantes se están integrando a nuestra institución educativa. Eso significa también que es una buena oportunidad para relacionarnos con personas distintas de las que ya conocíamos y así lograr nuevas amistades.

Sabemos que la escuela es un buen lugar para crecer y compartir muchas cosas positivas, y de vez en cuando también para enfrentar problemas. Ser solidarios y apoyar a quienes necesitan ayuda es un consejo que deberíamos seguir en la casa, la escuela y la comunidad.

El nuevo año escolar se abre como una experiencia que nos desafía y al mismo tiempo nos gratifica. Somos parte de la comunidad educativa, maestros, maestras, padres y madres de familia, representantes legales y parientes. Todos somos responsables de acompañarlos en el mejoramiento de su educación, en mejorar la calidad de sus conocimientos y en la experiencia de estudiar y aprender para crecer como mejores seres humanos y ciudadanos.

Un nuevo año escolar significa un trabajo dedicado a ampliar las relaciones positivas, a las que llamamos respeto. Nadie puede quedar fuera de esta práctica de todos los días en la escuela y la comunidad. Este valor de vida se opone radicalmente al desprecio y a la exclusión. Si queremos una educación justa, en la que todos podamos participar, el respeto hacia los otros significa aceptar sus propias formas de ser, sus características individuales, sociales, físicas y culturales; su manera de pensar y apreciar el mundo; sus costumbres y tradiciones; sus aptitudes y habilidades. Esta es la mejor propuesta que puede hacer el Ministerio de Educación al iniciar el nuevo año escolar.

El respeto hacia los demás significa el respeto a cada uno y cada una, a nosotros mismos. El respeto no acepta agresión alguna, ya sea física, psicológica o sexual. Implica reconocernos a nosotros mismos en las personas que nos rodean. Maestros y maestras, estudiantes y compañeras, somos todos seres humanos que tenemos los mismos derechos. Eso significa el derecho a tener nuestro propio punto de vista, el derecho a cambiar de opinión, a equivocarse, el derecho a crear un mundo propio en el cual vivir.

Este 2018 —año del respeto—, está inspirado en los principios de cero tolerancia al abuso y la violencia, a cualquier tipo de discriminación. Promovemos la equidad de género (igualdad entre hombres y mujeres), la justicia social, la solidaridad, la cultura de paz, la convivencia entre culturas y tradiciones diferentes, y el cuidado del ambiente. Todos estos son valores que debemos difundir y vivir a plenitud todos los días en la comunidad educativa.

Este es un año para defender con mucha decisión y compromiso los derechos de los estudiantes. Nuestro programa Más Unidos, Más Protegidos fue creado para prevenir la violencia dentro del sistema educativo. Vemos a la educación como un todo integrado; trabajamos para mejorar nuestro ambiente con importantes innovaciones curriculares como la metodología Tierra de Niñas, Niños y Jóvenes para el Buen Vivir. La incorporación de saberes ancestrales a la educación, el desarrollo de las artes, de la buena lectura, y una ambiciosa agenda digital forman parte de nuestra propuesta al iniciar el nuevo año escolar.

Esta es la acción integral que ahora promovemos, en la que niños, niñas y adolescentes participan como una fuerza decisiva dentro de toda la comunidad educativa. Sigamos caminando con buen paso y con respeto en este 2018.



Fander Falconí
Ministro de Educación

PRESENTACIÓN

Los humanos somos parte de la *Pachamama* (Cosmos). Hemos elaborado las ciencias (conocimientos) con el estudio de la Naturaleza o Cosmos. Con el uso de los cinco sentidos captamos los elementos de ella, y durante miles de años hemos venido construyendo el conocimiento abstracto a partir del conocimiento concreto. A la abstracción se llega mediante la supresión de las particularidades de las cosas. La abstracción es generalización. Para ello, es posible regularizar las irregularidades. De esta manera se llega a la construcción de símbolos que son signos convencionales para representar los conceptos de la ciencia y los modos de vida de las culturas.

Toda ciencia y todo arte han tenido como origen la captación e interpretación del cosmos y de sus componentes. Durante los dos últimos milenios –hasta mediados del siglo XX– Occidente vivió con la idea de que la matriz de las ciencias y las artes estaba dentro de sus fronteras. El argumento aparentaba ser muy convincente, pues parecía que en ningún otro lugar del mundo se había alcanzado a sistematizar bajo el enfoque de los *Elementos de Euclides* y de la *Geometría Analítica* de Descartes. ¿Pero fue el pensamiento griego-egipcio de donde se desprendió toda ciencia posible?

La falta de una explicación-comprensión apropiada de los procesos de simbolización ha provocado que las matemáticas sean enseñadas de manera mecánica y memorística. Esto ha traído como consecuencia que muchos estudiantes encuentren dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Las dificultades no están en los contenidos, sino en la falta de un tratamiento apropiado en el manejo de los procesos de abstracción. Las ciencias están organizadas en códigos. La maravilla de los códigos es que con unos pocos signos y un limitado número de reglas se puede producir un infinito número de expresiones. En consecuencia, en esta materia –así como en otras–, es fundamental mostrar a los estudiantes el camino de los procesos de abstracción.

La abstracción permite comprender y manejar los códigos lógicos, sociales, conductuales, emocionales, etc. La importancia del desarrollo de los procesos de abstracción en la vida, hizo que en el Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe (MOSEIB) se estableciera una etapa de inserción en los procesos semióticos, luego de haber consolidado la identidad en la etapa de la Educación Infantil Familiar Comunitaria (EIFC).

En los primeros años de la Educación Básica, los estudiantes tienen que aprender –entre otros–, los códigos de la escritura y el de los sistemas de numeración. Un sistema de numeración está organizado en torno a una base. La base puede estar constituida por cualquier número. Sin embargo, las más conocidas son: 2, 5, 10, 20. Esto significa que las cantidades se organizan en torno a esta base. En la base 2 –llamada también binaria–, hay solo dos signos que son 1, 0. Esta es la base más sencilla y está organizada en torno a la presencia o ausencia. Esta base es usada en la programación de *software*, porque las máquinas lo pueden procesar debido a su simplicidad. Otra es la base 5, en la cual los signos son 1, 2, 3, 4, 0. Su inspiración, al parecer, estuvo basada en los dedos de una mano del cuerpo humano. En la actualidad, la base más usada por las personas es la decimal, que emplea diez signos que corresponden a los diez dedos de las dos manos.

Con estos antecedentes, se reedita el libro que hace referencia a una *taptana* moderna, elaborado por Luis Montaluiza, a partir del pensamiento matemático del kichwa. A diferencia de las *taptanas* ancestrales que se han encontrado en la cultura cañari –y que al parecer servían como contadores para elaborar los cálculos–, la que se presenta ahora sirve para explicar, pedagógicamente, los sistemas de numeración posicional, empleando los recursos semióticos subyacentes en la lengua kichwa. La explicación-comprensión del concepto de sistema de numeración es fundamental para la formación de mentes matemáticas. A partir del aprendizaje semiótico de este concepto, se puede explicar con facilidad otros conceptos matemáticos futuros como pueden ser: la suma con llevadas, el concepto de multiplicación, la potenciación, las medidas de longitud, de superficie, etc.

En la propuesta metodológica presente en este libro –para enseñar a representar cualquier cantidad entera en el sistema de base 10–, solo se requiere enseñar a representar los signos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, y enseñar dos reglas: 1) realizar agrupaciones de diez; y 2) ubicar en el espacio, a la izquierda, los grupos de 10^1 , 10^2 , 10^3 , etc., y a la derecha, las unidades (10^0). Para visualizar el código se hace uso de un diseño tridimensional y bidimensional llamado *taptana* (ordenador de números), el cual sirve para representar las cantidades, tanto con material concreto, como semi-concreto.

De este modo, se evita enseñar a las niñas y niños a escribir los números de manera mecánica, haciéndoles repetir por escrito del 11 al 20, del 21 al 30, del 31 al 40, del 41 al 50, etc. Esta forma de enseñar –que se ha vuelto tradicional en los textos y en la pedagogía de los docentes–, no permite pensar las matemáticas ni comprender sus procesos de abstracción.

El libro consta de dos partes. La primera está en castellano y contiene explicaciones sobre el diseño de la *taptana* y el concepto de sistemas de numeración. La segunda está redactada íntegramente en kichwa y muestra la forma de trabajar en el aula el sistema de numeración decimal en los primeros grados de la educación básica, con el apoyo de la *taptana*.

Como una contribución al mejoramiento de la pedagogía de la enseñanza de las matemáticas, el Ministerio de Educación presenta este libro que puede ser aplicado en cualquier lengua del mundo, con el requisito *sine qua non* de adecuar el conteo oral de la lengua al pensamiento lógico matemático de un sistema de numeración posicional.

Pedro Cango Puchaicela
Subsecretario de Educación
Intercultural Bilingüe

TAPTANA

MONTALUISA



Luis Octavio Montaluisa Chasiqiza

MINISTERIO DE **EDUCACIÓN**

A mi madre Luz María Chasiqiza Sarabia, in memoriam.

A mi hermana Rosa Montaluisa Chasiqiza.

Al Sistema de Educación Intercultural Bilingüe de las Nacionalidades.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	13
---------------------------	-----------

UNIDAD 1

Historia de la creación de la Taptana Montaluisa.....	17
La Pachamama, fuente inicial de todo conocimiento	18
El aprendizaje de las matemáticas	20
El sistema de numeración del <i>kichwa</i> en relación al sistema de numeración de lenguas europeas	21
La numeración en otras lenguas de las nacionalidades del Ecuador.....	23
Creación de la Taptana Montaluisa para la Chunkachina.....	26

UNIDAD 2

Características de las Taptanas Montaluisa.....	27
Taptana para el código de base dos.....	29
Taptana para la base tres.....	30
Taptana para la base cuatro	31
Taptana para la base cinco	32
Taptana para la base seis	33
Taptana para la base siete	34
Taptana para la base ocho	35
Taptana para la base nueve.....	36
Taptana para la base diez.....	37
Taptana de base veinte.....	39
Símbolos mayas para representar cualquier cantidad	41
Representación del sistema maya	42

UNIDAD 3

Funcionamiento de la Taptana Montaluisa y sus ventajas.....	43
El proceso de simbolización a partir de la realidad	44
Ventajas del uso de la Taptana Montaluisa.....	46
Comprensión del Cosmos (Pachamama), sus elementos y las operaciones matemáticas.....	47
La Taptana Montaluisa y la Taptana Cañari	44
Lógica bivalente y lógica trivalente	50

YUPAYKUNATA KILLKASHPA KALLARISHUNCHIK

KALLARI53

Pachamama.....	54
----------------	----

1 YACHANA.....55

Unanchana.....	55
Chunkachina Taptana.....	57

2 YACHANA.....62

Yapana.....	63
Anchuchina	64

3 YACHANA.....65

Chunkachina	66
Chunkachishunchik	67

4 YACHANA.....77

Yapashpa, anchuchishpapash katishunchik.....	77
--	----

5 YACHANA.....83

Chunkawa.....	83
---------------	----

ÑUKANCHIK YACHAKUNA ÑAN

Ñukanchik yachakuna ñan: Unanchayana ñankuna	91
Nuestra Metodología: Los caminos de la abstracción	91

INTRODUCCIÓN

Cuando estuve en la escuela, fue una sorpresa observar que muchos estudiantes tenían dificultades en la matemática elemental. En la sociedad se había posicionado la idea de que la matemática era una de las ciencias duras. Esto subsiste hasta la actualidad. Por otra parte mi madre analfabeta, sabía hacer bien las cuentas en el mercado. También conocí personas en la comunidad que, siendo analfabetas, tenían la capacidad de hacer reparticiones de herencias, que es un trabajo nada fácil debido a la irregularidad de los terrenos.

En la escuela los profesores decían que había cuatro operaciones fundamentales: suma, resta, multiplicación, y división. Pero, muy pronto me di cuenta que había una sola operación fundamental que era el conteo. En efecto, la suma es una forma de conteo. La resta es también una forma de conteo, pero en dirección contraria a la de la suma. La multiplicación no es sino un caso particular de suma, en que todos los sumandos son iguales. La división también es un caso particular de restas sucesivas, en que todos los minuendos son iguales. La potenciación es un caso particular de multiplicación que a su vez no es sino un caso particular de suma, la cual a su vez es conteo. Lo mismo se puede decir de la radicación, y así también se puede decir de otras operaciones de cálculo.

El conteo está basado en uno y sobre él está construido el edificio de las diversas operaciones de cálculo, y quizá de todas las matemáticas. Entonces *¿Por qué se ha hecho difícil enseñar matemáticas en las instituciones educativas desde la educación básica hasta el nivel superior?*

Hace treinta años me propuse reflexionar sobre estos hechos. Me surgieron muchas inquietudes. *¿Eran realmente las matemáticas algo para mentes privilegiadas? ¿Cómo era que mi madre siendo analfabeta, podía hacer cuentas?*

En la escuela me hablaron de los números arábigos, de los números romanos, etc. Después me enteré que cada cultura había construido su forma propia de representar las cantidades con signos orales (numerales), con íconos; y que varias, también lo hacían con signos escritos. Estos últimos signos por ser construcciones sociales convencionales son símbolos.

Más tarde supe que los símbolos usados por los occidentales para representar las cantidades habían sido inventados por los hindúes, mas no por los árabes como se decía. Aquellos habían inventado un símbolo para representar la no existencia, con el cero. El cero permite crear códigos de fácil manejo para representar cualquier cantidad, empleando lo que en semiótica se llama la proxémica. La invención del cero permitió a la humanidad descubrir la técnica de usar el valor posicional de los símbolos para representar las cantidades. El concepto de posición facilita la representación escrita de cualquier cantidad. En el caso del sistema decimal, con diez signos y dos reglas se puede representar cualquier cantidad hasta el infinito. La invención del cero en la India se estima que fue en el siglo V d.C. Entre los historiadores de las matemáticas se habla de un tratado de Cosmología Lokavibhaga (las partes del universo), del año 458 d.C. en el cual ya se encuentra el número 14.236.713, escrito según el sistema posicional.

Posteriormente, conocí que los Olmecas y los Mayas hace más de dos mil años ya habían inventado el cero. Esto me permitió comenzar a desmitificar la sabiduría de los europeos, y a creer más en nosotros mismos. Ahora pienso que ellos algo andan adelantados en ciertas tecnologías, aunque varias de ellas son contaminantes. Pero, en los Andes, la Amazonía y la Costa de Abya Yala nosotros inventamos la papa, cultivamos la quinua, el chocho, la yuca, etc. Nosotros, los pueblos ancestrales hemos sido especialistas en: economía, ecología, salud, nutrición, astronomía, cosmogonía, arquitectura, tradición oral, interpretación de la historia, etc.

Al reflexionar sobre la forma de contar en quichua, se me vino la idea de crear un dispositivo que sirva para la representación del sistema decimal. Esta reflexión me llevó a la creación, hace treinta años de lo que hoy he denominado como Taptana Montaluisa. Ella es un ícono, una especie de maqueta, que sirve para representar cualquier sistema de numeración, como un paso hacia procesos de abstracción pura.

Debo alertar que algunas personas, sin consentimiento del autor, han comenzado a denominar a la Taptana Montaluisa, como Taptana Nikichik y a poner diferentes colores en las columnas. Esto es un error matemático, pues *nikina* en quichua, es ordenar una secuencia en relación a un referente. *Nikina*, de donde proviene la palabra *niki*, *nikichina*, *nikichik*, sirve para designar los números ordinales, no para representar a los cardinales. *Nikina* tampoco es para explicar un sistema de numeración posicional. El *niki* se usa, por ejemplo en:

- **Shukniki:** Primero (esto parece provenir de *shuk nikpi*).
- **Ishkayniki:** Segundo.
- **Kimsaniki:** Tercero, etc.

Nikichina significa hacer ordenar. Esto no tiene nada que ver con el objetivo fundamental de la Taptana Montaluisa. Ella es una Taptana posicional. Por eso, en la Taptana Montaluisa, no se pone colores distintos en las columnas. Los colores diferentes en las columnas de la taptana son distractores que pueden causar dificultad en la captación del concepto del valor posicional de los símbolos numéricos, y del proceso semiótico de formación del pensamiento abstracto y del pensamiento matemático. Es verdad que a las niñas y a los niños les gustan los colores. Más aún, los colores, se deben usar para enseñar los símbolos de la *lecto-escritura* que son las letras. Pero, en el caso de enseñanza de los sistemas de numeración posicional, usar formas o colores para distinguir las unidades de las decenas, centenas, etc., es continuar fomentando el memorismo. La distinción con colores y/o formas a las unidades, decenas, centenas, miles, etc., es una práctica que se ha introducido por imitación a la práctica usada en textos de matemática del castellano.

Para enseñar los números ordinales las culturas indígenas han usado milenariamente el churo y no la taptana *chunkachina*. El churo está relacionado con el *pachakutiy*. Este concepto de las nacionalidades indígenas, en la ciencia occidental es conocido como la teoría del big bang.

La Taptana Montaluisa para el sistema decimal se la puede denominar *chunkayachina*. La Taptana Montaluisa para el sistema binario se la puede llamar *ishkayachina*, y así sucesivamente, según la base que se la esté empleando.

En este texto se plantea, la conveniencia de enseñar las matemáticas a partir de la comprensión de la Pachamama (cosmos). Ella es, el origen del *espacio-matemático-de* representación. A partir de la ubicación de los estudiantes en la Pachamama, de reconocer sus elementos y sus interconexiones, se tiene que enseñar el proceso de simbolización seguido por las distintas culturas del mundo, en el camino hacia la abstracción y generalización. Para representar la Pachamama y sus elementos se comienza con la elaboración de maquetas, luego se puede pasar a la representación con íconos, índices y finalmente llegar a la representación con símbolos. Este mismo proceso se puede emplear para explicar las operaciones matemáticas, el origen de los algoritmos, etc.

En la primera parte se expone información sobre aspectos históricos de la creación de la Taptana Montaluisa y elementos teóricos para enseñar las matemáticas como un proceso semiótico. En la segunda parte se presenta un modelo para comenzar a enseñar las matemáticas como un proceso sostenido de simbolización, a partir de la comprensión de la Pachamama. Se muestra la representación de cantidades en un sistema de valor posicional, tanto decimal. Finalmente se presenta la enseñanza de las sumas con agrupación decimal (con llevadas) y las restas con desagrupación decimal (con prestadas).

UNIDAD 1

Historia de la creación de la Taptana Montaluisa

Al estudiar la lingüística del quichua, a fines de la década de 1970 pude darme cuenta de la cuasi regularidad de esta lengua.

Por otra parte, usando las herramientas de la semiótica se pudo apreciar que las ciencias y las artes han sido construidas a partir del estudio de los elementos del Cosmos. Se puede apreciar que las culturas ancestrales habían llegado a la abstracción y a la tecnología mediante la construcción de representaciones en miniatura o viceversa. Por ejemplo, los juguetes para las niñas y niños son construidas a imagen y semejanza de elementos del cosmos y/o de la cultura.

Las nacionalidades ancestrales, habíamos simbolizado y creado la cultura inspirándonos en los elementos del cosmos y en el cuerpo humano. Un paso fundamental parece haber sido la representación icónica.



Pieza arqueológica de la cultura Chorrera, donde se encuentra representado el cosmos. Museo del Banco Central del Ecuador. Casa de la Cultura Ecuatoriana. Quito-Ecuador. Foto: David Montaluisa, 2010.

El cosmos y sus *cuasi-ciclos*, incluidos los vitales, fueron representados mediante espirales (*churu*). Esto se puede observar en los objetos de cerámica. Así por ejemplo en el Museo del Banco Central del Ecuador, que está en la Casa de la Cultura Ecuatoriana, se encuentra en muchas piezas arqueológicas de diferentes culturas. Se puede observar que también las galaxias tienen forma de *churu*. Es muy probable que las partículas también tengan esta misma forma. Toda la Pachamama, se la puede representar con el signo *churu*.

La Pachamama, fuente inicial de todo conocimiento

Las culturas ancestrales llegaron a descubrir que todo conocimiento proviene del estudio del cosmos, de sus elementos, entre los cuales estamos los humanos. Es decir, la naturaleza y el cuerpo humano son la fuente de donde han surgido los conocimientos de las diversas ciencias y artes. Por lo tanto, nada se puede estudiar a fondo, si no es en forma holística.

Repasemos algunos elementos básicos de la cosmovisión de las culturas milenarias:

Pachamama. Término quichua y aymara, compuesto de dos palabras: *pacha* que significa espacio-tiempo, plenitud, totalidad y *mama* que representa la fecundidad.

Allpamama. Término compuesto de *allpa* que significa tierra, y *mama* que es la fecundidad.

Wata. Para medir la cuarta dimensión del espacio, que es el tiempo, se tomó como referencia el movimiento de la tierra en torno al sol y el movimiento de la luna en torno a la Tierra. Se estableció como unidad de medida el *wata*, del verbo *watana* (amarrar), para referirse al año. Allí se puede apreciar la cosmovisión cuasicíclica de las culturas ancestrales.

En los pueblos indígenas, varias de las teorías surgidas en las últimas centurias en Occidente como: el big bang, el big crunch, la fotosíntesis, los fractales, la complejidad, el caos, etc., han sido ya milenariamente conocidas. Estos descubrimientos parece que se realizaron mediante la observación atenta de la naturaleza. Algunos de los símbolos que

muestran eso son: el uso simbólico de los *churu*, la *chakana*, las fiestas en los solsticios y equinoccios, etc. Algunos estudiosos occidentales, por desconocimiento o por prejuicios han considerado que las nacionalidades indígenas eran idólatras, que adoraban al sol, la luna, etc. Ahora se ve que los sabios de la antigüedad no tenían a elementos del cosmos como dioses, sino solo como símbolos de la trascendencia. Las fiestas se realizaban, principalmente, durante los solsticios y equinoccios, en el contexto de los cuasiciclos de la naturaleza.

Eran plenamente conscientes de que cada día nos comemos un pedazo de sol, cuando estamos comiendo una fruta, o cualquier alimento. Igualmente se daban cuenta que el cosmos era oscuro y helado. Solamente de cara a las estrellas y en espacios cercanos a ellas había luz y calor.

Si estas cosas me hubieran contado en la escuela, habría entrado mucho antes al mundo de la ciencia. Pero nunca es tarde.

Ahora los niños y niñas del Ecuador pueden estudiar las ciencias naturales, la física, la matemática, etc., con estas ideas. Este es el camino a seguirse en el mejoramiento de la educación.



*Pieza arqueológica de la cultura Inca.
Museo del Banco Central del Ecuador.
Casa de la Cultura Ecuatoriana.
Quito-Ecuador.
Foto: David Montaluiza, 2010.*

El aprendizaje de las matemáticas

La mayor parte de los problemas en la *enseñanza-aprendizaje* surgen debido a que en los primeros niveles de la escolarización se enseñan las matemáticas de forma repetitiva, memorística y mecánica. El problema de los estudiantes en las matemáticas se inicia en educación básica y no tanto en la superior. Lo que pasa es que los efectos del memorismo con el que se enseñan las matemáticas al inicio, se refleja más claramente en las matemáticas superiores. Unos estudiantes tienen problemas desde el inicio, otros un poco más tarde, pero el origen está en la forma como se les explicó esta ciencia al inicio.

Las niñas y los niños viven en un mundo de al menos cuatro dimensiones (largo-ancho-profundidad-tiempo). De esta situación vivencial deben ir pasando metódicamente a representaciones en un mundo de tres dimensiones (largo-ancho-profundidad), posteriormente a un mundo de dos dimensiones (largo-ancho). Con este proceso se estaría preparando para moverse en el mundo de las ideas y de las abstracciones puras.

Es necesario aplicar los conceptos de la semiótica para que las niñas y los niños vayan construyendo y/o descubriendo el proceso de simbolización a usarse en la comprensión de las ciencias. Desde el inicio los alumnos deben manejar el proceso de construir representaciones. Esto hay que comenzar con signos elaborados con materiales concretos. Entre estos materiales están los palillos, las piedras, los atados; las tapanas en piedra, madera o en otro material.

Después de haber trabajado la representación de las cantidades y operaciones en materiales concretos de tres dimensiones se puede pasar a materiales *semi-abstractos* en dos dimensiones, y finalmente al empleo de signos cada vez más abstractos.

Desde el punto de vista semiótico el código para representar cualquier sistema de numeración: el decimal, el binario, el de base cinco, etc., está integrado por dos componentes: un grupo pequeño de signos y un conjunto de leyes, construidas socialmente por los humanos. Con este grupo reducido de signos y de leyes se tiene la maravilla de poder representar cualquier cantidad y además realizar muchas operaciones.

En el sistema de numeración decimal posicional con diez signos se escribe cualquier cantidad. Este proceso de representación simbólica es muy similar en la *lecto-escritura*, en la cual con unos treinta signos, se representa cualquier idea: infinito número de ideas. *¿Dónde está lo difícil?* El problema está en el manejo inapropiado de los procesos de simbolización en los primeros años de la escolaridad. Es necesario trabajar con diversos materiales en el proceso de representaciones sucesivas de la «realidad».

El sistema de numeración del *kichwa* en relación al sistema de numeración de lenguas europeas

Pocas lenguas tienen en su sistema verbal un sistema de numeración claramente construido y expresado. De las lenguas occidentales, casi ninguna tiene el sistema de numeración decimal representado sistemáticamente en las palabras con las que expresa. Según como ha ido desarrollándose la cultura, han ido acomodando las expresiones verbales para representar el sistema de numeración decimal que emplean en la matemática corriente. La asistematicidad se nota claramente a partir del diez en adelante.

Cuadro comparativo de los nombres de los números en algunas lenguas

Nº	KICHWA	LATÍN	ESPAÑOL	INGLÉS	FRANCÉS	ALEMÁN
1	shuk	unus	uno	one	un	eins
2	ishkay	duo	dos	two	deux	zwei
3	kimsa	tres	tres	three	trois	drei
4	chusku	quattor	cuatro	four	quatre	vier
5	pichka	quinque	cinco	five	cinq	fünf
6	sukta	sex	seis	six	six	sechs
7	kanchis	septem	siete	seven	sept	sieben
8	pusak	octo	ocho	eight	huit	acht
9	iskun	nonem	nueve	nine	neuf	neun
10	chunka	decem	diez	ten	dix	zehn
11	chunka shuk (10+1)	undecim (1+10)	once (1+10)	eleven	onze (1+10)	elf
12	chunka ishka (10+2)	duodecim (2+10)	doce (2+10)	twelve (2+10)	douze (2+10)	zwölf (2+10)
13	chunka kimsa (10+3)	tredecim (3+10)	trece (3+10)	thirteen (3+10)	treize (3+10)	dreizehn (3+10)
14	chunka chusku (10+4)	quattuordecim (4+10)	catorce (4+10)	fourteen (4+10)	quatorze (4+10)	vierzehn (4+10)
15	chunka pichka (10+5)	quindecim (5+10)	quince (5+10)	fifteen (5+10)	quinze (5+10)	fünfzehn (5+10)
16	chunka sukta (10+6)	sedecim (6+10)	dieciseis (10+6)	sixteen (6+10)	seize (6+10)	sechzehn (6+10)
17	chunka kanchis (10+7)	septemdecim (10+7)	diecisiete (10+7)	seventeen (7+10)	dix-sept (10+7)	siebzehn (7+10)
18	chunka pusak (10+8)	duodeviginti (20-2)	dieciocho (10+8)	eighteen (8+10)	dix-huit (10+8)	achtzehn (8+10)
19	chunka iskun (10+9)	undeviginti (20-1)	diecinueve (10+9)	nineteen (9+10)	dix-neuf (10+9)	neunzehn (9+10)
20	ishkay chunka (2x10)	viginti (2x10)	veinte (2x10)	twenty (20)	vingt (2x10)	zwanzig (2x10)

La numeración en otras lenguas de las nacionalidades del Ecuador

Cada lengua ha ido organizando su sistema de numeración según sus necesidades. Unas necesitaron contar hasta cantidades grandes, otras solo lo hicieron hasta cantidades pequeña. Esto no significa que una lengua que contaba hasta cantidades mayores era más funcional que otra que no lo hacía. Los números fueron creados según las necesidades de cada cultura.

Nacionalidad Awa Lengua Awapit		Nacionalidad Achuar Lengua Achuar chicham		Nacionalidad Sapara Lengua Sapara	
1	masa	1	kichik	1	no'kwakihie
2	pas	2	jimiar	2	ama'shanikie
3	kutña	3	kampata	3	ai'mokomari
4	ampara	4	yachintiuk		
		5	trus		

Nacionalidad Tsáchila / Lengua Tsafiki		
1	malu	
2	palu	
3	peman	
4	junpalu	(2x2)
5	manteka	
6	sota (del quichua sucta)	
7	sieteka (del español siete)	
8	ochuka (del español ocho)	
9	nueka (del español nueve)	
10	chunka (del quichua chunca)	
11	chunka malu	(10+1)

Nacionalidad Cofán / Lengua A'ingae		
1	fae'kho	
2	Khoangi'kho	
3	khoanifae'kho	(2+1)
4	khattufayi'kho	(5-1)
5	faefayi'kho	
6	khafaeseysi'kho	
7	khafaiseysi'khoanfae'kho	
8	khafaiseysi'khoanfae'kho	
9	khafaiseysi'khattufayi'kho	
10	khoangi'tivepa'kho	

Unidad 1

Taptana Montaluiza: Método de enseñanza de los sistemas de numeración con enfoque semiótico

Nacionalidad Epera / Lengua Siapedee		
1	aba	
2	omé	
3	ompé	
4	khimari	
5	joisomá	
6	joisomá aba	(5+1)
7	joisomá omé	(5+2)
8	joisomá ompé	(5+3)
9	joisomá khimari	(5+4)
10	omé joisomá	(2x5)

Nacionalidad Siona / Secoya Lengua Baaikoka / Paaikoka		
1	te'o/te'e	una/uno
2	kayayé	
3	toasoñë	
4	kajese'ë	
5	te'ejënte	
6	te'ejënte te'o	(5+1)
7	te'ejënte kayayé	(5+2)
8	te'ejënte toasoñë	(5+3)
9	te'ejënte kajese'ë	(5+4)
10	si'ajëña	(2x5)

Nacionalidad Chachi / Lengua Cha'palaa		
1	main/mallu	
2	pallu	
3	pema	
4	taapallu	(2+2)/(2x2)
5	manda	
6	manchis mallu	(5+1)
7	manchis pallu	(5+2)
8	manchis pema	(5+3)
9	manchis taapallu	[5+(2+2)]
10	paytya	(2x5)
11	paytya mallu	[(2x5)+1]
12	paytya pallu	
13	paytya pema	
14	paytya taapallu	[(2x5)+(2+2)]
15	paytya manda	[(2x5)+5]
16	paytya manchis mallu	[(2x5)+(5+1)]
17	paytya manchis pallu	[(2x5)+(5+2)]
18	paytya manchis pema	[(2x5)+(5+3)]
19	paytya manchis taapallu	[(2x5)+[5+(2+2)]]
20	mancha'lura (una persona)	
21	mancha'lura main	(20+1)
22	mancha'lura pallu	(20+2)
...		
40	pallu mancha'lura	(2x20)
100	manbatsa (de main y patsac este último del quichua)	

Nacionalidad Wao / Lengua Waotededo		
1	adoke	
2	mea	
3	mea go adoke	(2+1)
4	mea go mea	(2+2)
5	emenpoke (mano derecha)	
6	emenpoke go adoke	(5+1)
7	emenpoke go mea	(5+2)
8	emenpoke mea go adoke	[5+(2+1)]
9	emenpoke mea go mea	[5+(2+2)]
10	tipenpoke (mano izquierda)	
11	tipenpoke go adoke	(10+1)
...		
15	emenwake (pie derecho)	
20	tipenwa (pie izquierdo)	

Nacionalidad Shuar / Lengua Shuar chicham	
1	chikichik
2	jimiar
3	menaint
4	aintiuk
5	ewej
6	ujuk (rabo de mono)
7	tsenken (gancho)
8	yarush (tipo de hormiga)
9	usumtai (dedo para pintarse)
10	nawe (pie)
100	washim (mucho)
1.000	nupanti (muchísimo)
1'000.000	amuchat (imposible de contar)

En el siglo XXI se requiere que los sistemas de numeración de las nacionalidades indígenas del Ecuador sean decimalizados. Habría dos posibilidades básicas para conseguirlo: la primera sería poner un nombre arbitrario a los números que faltan hasta llegar a diez, luego al cien, al mil, al millón, etc. Otra posibilidad sería a partir de los nombres de las combinaciones existentes abreviarlos para obtener nombres cortos.

Ejemplo en lengua wao tededo:

- **3** *medoke* (de mea go adoke)
- **4** *memea* (de mea go mea)
- **7** *emenmea* (de emenpoke go mea)
- **8** *emenmedoke* (de emenpoke mea go adoke), etc.

Creación de la Taptana Montaluisa para la Chunkachina

Las lenguas del mundo que han logrado representar en su léxico el sistema decimal son: kichwa, mapudungun (mapuche), nijongo (japonés), el chino. En estas lenguas, a diferencia de las europeas, el sistema decimal se ha desarrollado en la lengua y se lo puede representar fácilmente con un ícono.



Con estos antecedentes, me pareció conveniente crear dispositivos para representar los procesos matemáticos. A continuación contaré la forma cómo ocurrió el proceso de creación de la Taptana Montaluisa para representar los sistemas de numeración:

En 1982, mientras regresaba de Quito a mi comunidad en Latacunga, provincia de Cotopaxi, decidí elaborar en piedra pómez (cascajo), un instrumento semiótico para representar el sistema de numeración decimal que poseía la cultura quichua a nivel oral. Varios años antes había venido rondando en mi mente, incluso había dibujado el sistema de numeración decimal quichua para material didáctico para el aprendizaje de matemáticas.

Por razones históricas decidí que el dispositivo se llamara taptana, pues este nombre había sido usado, según el *Lexicón de Domingo de Santo Tomás* publicado en 1560, para designar dispositivos parecidos a los ábacos. En cuanto a la forma exterior me pareció conveniente que siguiera la forma de una piedra denominada “Contador del Cañari”, que se halla entre las piezas arqueológicas del Museo Jijón y Caamaño de la Pontificia Universidad Católica PUCE, de Quito. Sin embargo, hay una gran diferencia entre el contador y mi taptana. La mía es un ícono para representar los sistemas de numeración, en tanto que aquél sirve para representar operaciones de suma y resta. En mi taptana también se pueden realizar operaciones matemáticas, sin embargo su objetivo fundamental es representar los sistemas de numeración.

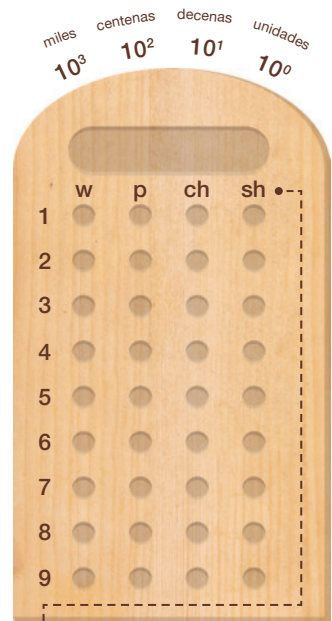
Al diseñar la taptana para representar el sistema decimal, también vi la posibilidad de que se podía elaborar taptanas para representar cualquier sistema de numeración, incluido el sistema de base dos. La comprensión del funcionamiento semiótico del sistema binario es fundamental para comprender los procesos de programación y de creación de software.

UNIDAD 2

Características de las Taptanas Montaluisa

La taptana está compuesta de columnas y filas. En cada columna puede haber tantos huecos según sea la base que se va a usar para representar las cantidades. En la parte superior hay una especie de platillo para colocar los granos a usarse en la simbolización de las cantidades.

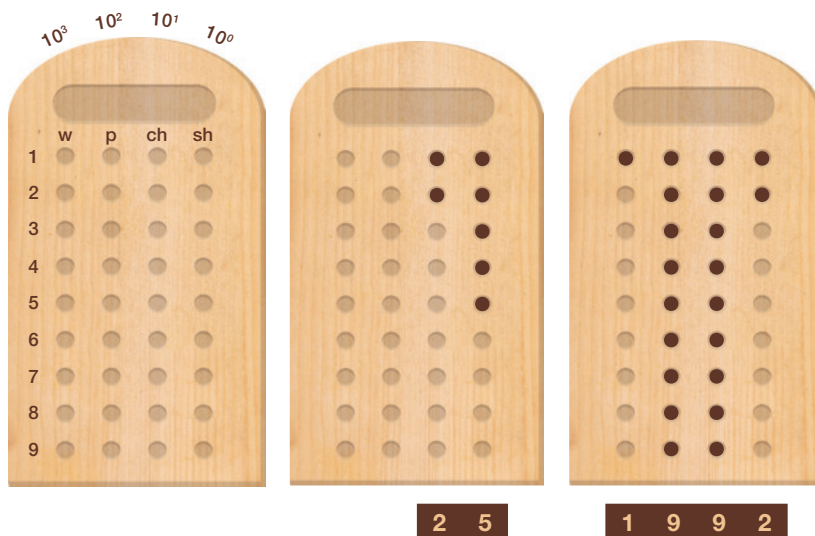
Para la representación del sistema decimal, conforme a la fotografía la *chunka-china taptana*, es una matriz que tiene columnas y filas. En cada columna tiene que haber nueve y solo nueve huecos, pero el número de columnas puede extenderse al infinito según las potencias de diez que se quiera representar. En este caso, en la columna de la derecha representa a las unidades, en las columnas hacia la izquierda se va representando sucesivamente las decenas, centenas, miles, etc. En la columna que tiene el símbolo de 10^0 , se representan las unidades (*shukkuna*). En la columna que tiene el símbolo de 10^1 se representan las decenas (*chunkakuna*). En la columna que tiene el símbolo de 10^2 , se representan las centenas (*patsakkuna*), etc. En caso de representar decimales, estos irán en columnas más hacia la derecha de la columna de las unidades. Encima de ellas se colocará los símbolos 10^{-1} para representar a las décimas, el símbolo 10^{-2} para representar a las centésimas, etc., según el número de potencias negativas de diez, que se quiera representar. (Ver pág. 43).



● w: warankakuna, p: patsakkuna,
ch: chunkakuna, sh: shukkuna

Con este código de diez signos y dos reglas, se puede escribir cualquier número entero o decimal, hasta el infinito sea grande o pequeño.

La foto de la taptana para la representación del sistema decimal trasladada a ícono queda de la siguiente manera:



De las taptanas creadas por Luis Montaluisa en piedra pómez entre 1982 a 1983, la más conocida es la *chunkachina*, pero también creó otras para representar los sistemas de numeración de cualquier base.

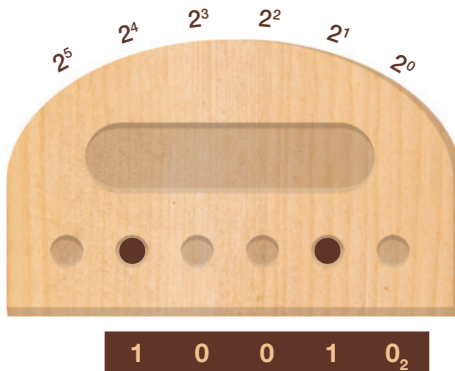
Como un muestrario, se representa la cantidad dieciocho en taptanas de diferentes bases: bases dos, tres... hasta la base diez.

Taptana para el código de base dos (sistema binario/sistema dual)

En el código de base dos, los signos para representar las cantidades son: 1, 0. Las reglas son: a) Cada que hay dos elementos hago un atado de dos, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha. Mientras más grandes sean las cantidades, los atados irán más hacia la izquierda, y mientras más pequeñas sean las cantidades, o si son partes de la unidad, irán más hacia la derecha. En el ejemplo se tiene un amarrado de dieciseis, cero amarrados de ocho, un amarrado de dos y sueltos. Total dieciocho.



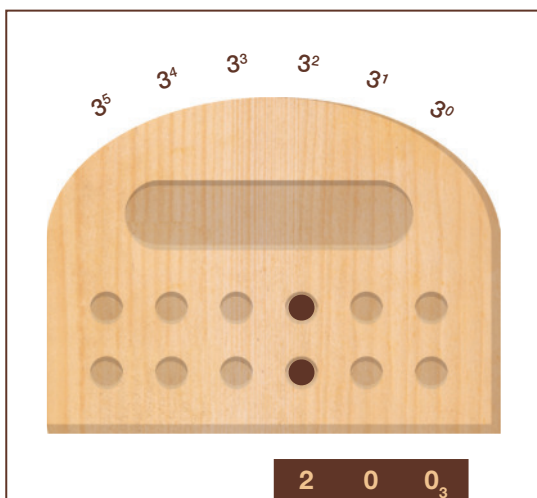
Foto: Taptana para la base dos, elaborada por Luis Montaluisa en 1982.



Nota: el número subíndice a la derecha indica la base en la que está escrito. En el caso del subsistema de base diez se podría poner el subíndice 10, pero generalmente no se pone.

Taptana para la base tres

En el código de base tres, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 0. Las reglas son: a) cada que hay tres elementos hago un atado de tres, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda según su potencia, y los sueltos a la derecha. Mientras más grandes sean las cantidades, los atados irán más hacia la izquierda, y mientras más pequeñas sean las cantidades o si son partes de la unidad, irán más hacia la derecha. Aquí tenemos dos atados de 9, cero atados de tres, cero sueltos. Total dieciocho.



Taptana para la base cuatro

En el código de base cuatro, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 3, 0. Las reglas son: a) cada que hay cuatro elementos hago un atado de cuatro, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha. Aquí tenemos un atado de dieciseis, cero atados de cuatro y dos sueltos. Total dieciocho.



Taptana para la base cinco

En el código de base cinco, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 3, 4, 0. Las reglas son: a) cada que hay cinco elementos hago un atado de cinco, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha.

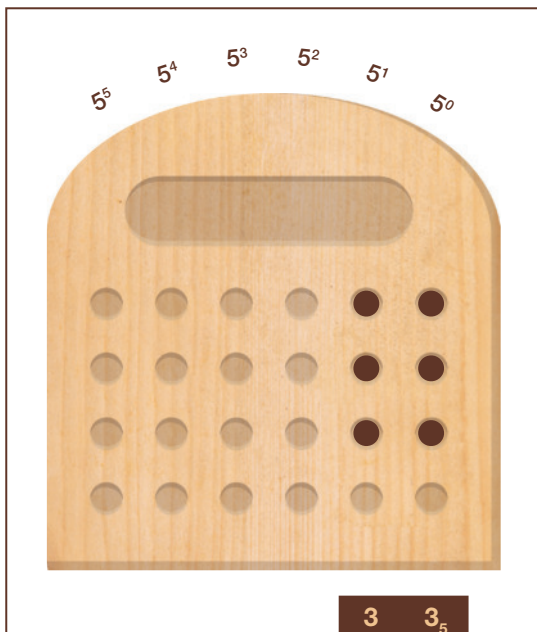
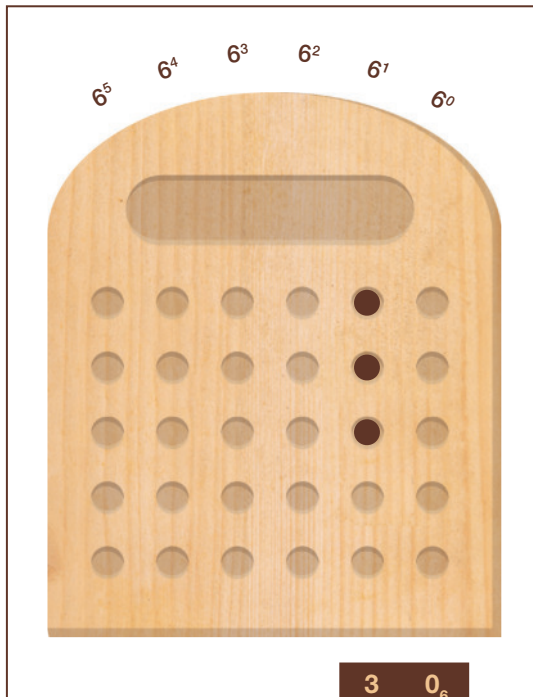


Foto: Taptana para la base cinco, elaborada por Luis Montaluisa en 1982.

Taptana para la base seis

En el código de base seis, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 3, 4, 5, 0. Las reglas son: a) cada que hay seis elementos hago un atado de seis, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha.



Taptana para la base siete

En el código de base siete, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0. Las reglas son: a) cada que hay siete elementos hago un atado de siete, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha.



Taptana para la base ocho

En el código de base ocho, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 0. Las reglas son: a) cada que hay ocho elementos hago un atado de ocho, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha.



Taptana para la base nueve

En el código de base nueve, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 0. Las reglas son: a) cada que hay nueve elementos hago un atado de nueve, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha.

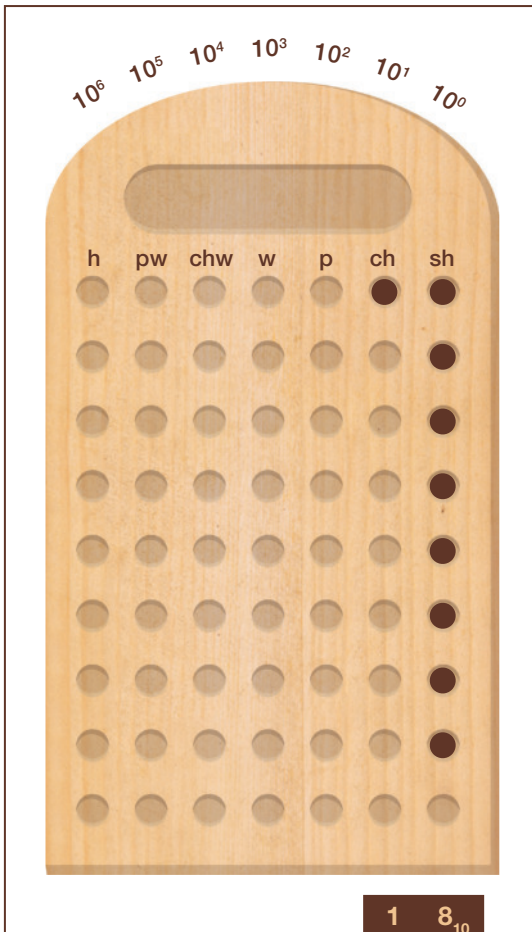


Taptana para la base diez

En el código de base diez, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Las reglas son: a) cada que hay diez elementos hago un atado de diez, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha.

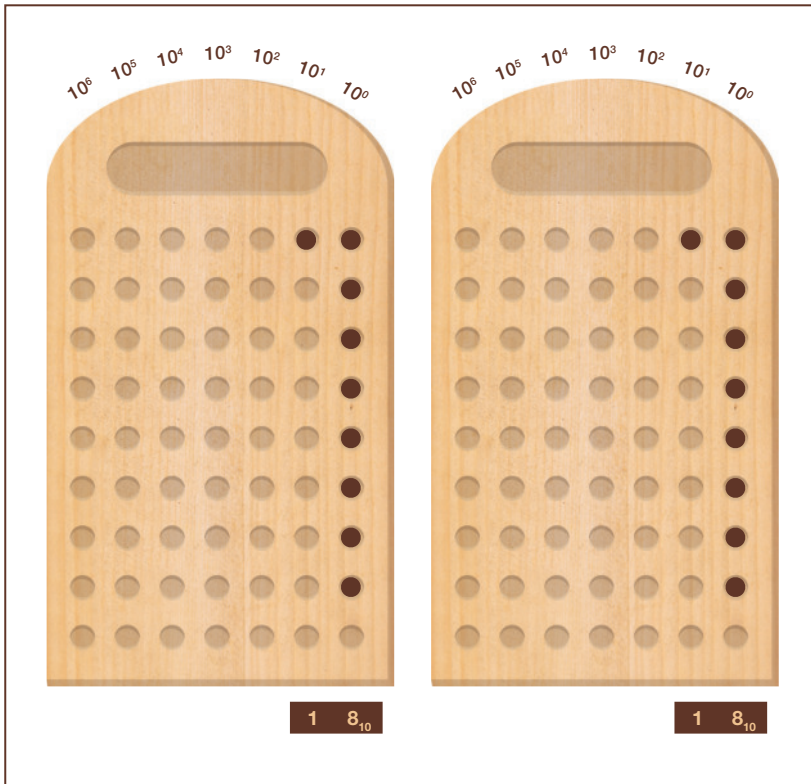


La mayor parte de las culturas del mundo han usado la base diez porque tomaron como referencia los dedos de las dos manos del cuerpo.



La colocación de los signos en las respectivas columnas de la *Taptana Montaluisa*, puede realizarse tanto de arriba hacia abajo, de abajo hacia arriba, o desde cualquier lugar.

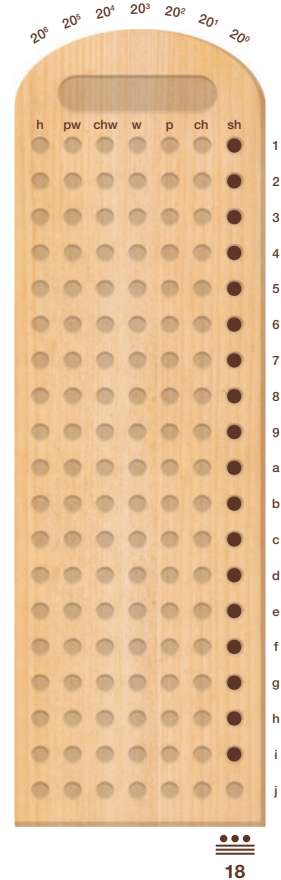
Ejemplo:



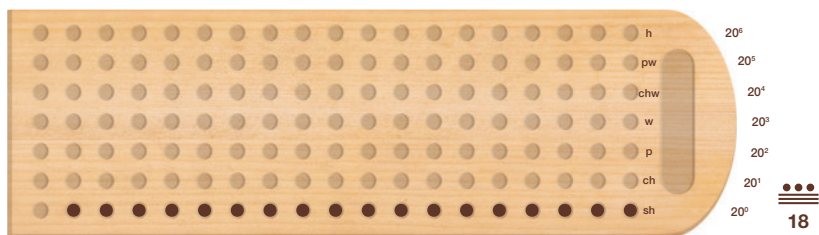
Taptana de base veinte

Algunas culturas, como la Maya, en Centroamérica, y la Chachi en Ecuador, usaban y aún usan la base veinte, porque tomaban como referencia los dedos de las dos manos y los dos pies. Es decir el veinte simboliza una persona completa.

En el código de base veinte, los signos para representar las cantidades son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, d... 0. Las reglas son: a) cada que hay veinte elementos hago un atado de veinte, y b) los atados los coloco progresivamente a la izquierda, según su potencia y los sueltos a la derecha. Sin embargo, los mayas hacían la segunda regla de otra manera. Ellos, los atados de veinte los colocaban hacia arriba, en lugar de colocarlos hacia la izquierda, y los sueltos los colocaban hacia abajo en lugar de colocarlos hacia la derecha. Sin embargo, aquí se plantea un gran problema, los diez símbolos heredados de los hindúes y árabes no son suficientes para escribir los números hindúes mayores que nueve. Se tendrá que crear símbolos diferentes de una sola cifra para representar a los numerales del diez al diecinueve. Por ahora, para representar del diez al diecinueve se emplean letras.



Ellos usaron una simbología propia y un manejo del espacio diferente al usado actualmente por la mayor parte de la humanidad. Ellos representan las cantidades usando la proxémica, pero no en sentido horizontal como lo hacemos nosotros ahora, sino lo hacen usando el sentido vertical. Esta forma de tratar la proxémica conlleva a muchas reflexiones sobre la cosmovisión, pero ese tema será analizado en otro texto.



Para los mayas el valor posicional no está dado por las columnas sino por lo que llamamos filas. Así mientras para nosotros, los numerales (cifras), tienen más valor mientras más a la izquierda estén, en la cultura Maya el valor posicional crece mientras más arriba esté el símbolo del numeral. Si ellos hubieran usado la Taptana Montaluisa, la habrían hecho en forma horizontal como muestra el gráfico anterior y no en forma vertical, que es lo que nosotros hubiésemos hecho si usáramos el sistema de base veinte.




Observaciones:

1. Como se puede ver en los íconos de las taptanas: para representar cualquier base, se coloca en cada columna un agujero menos que el número indicado por la base que estemos usando. Así por ejemplo si la base es dos, en cada columna debe haber solo un agujero. Si la base es tres, en cada columna se colocan dos agujeros. Si la base es cuatro, en cada columna se colocan tres agujeros, y así sucesivamente.
2. Los pueblos que tienen base veinte, como los mayas, deberían necesitar veinte símbolos diferentes para representar sus numerales. Estos símbolos son para representar desde el uno hasta el diecinueve y el cero. Hasta el diecinueve serían de una sola cifra, pues el primer atado recién se puede hacer cuando se llega a tener veinte unidades. Pero los mayas inteligentemente

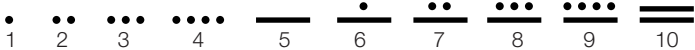



























solo usaban tres símbolos: el punto para representar la unidad, la raya (símbolo de una mano) para representar cinco, y el cero (que parece provenir de la representación de una semilla que significa el principio y el fin de todo ser). Existen interpretaciones de que el cero sería la representación del ombligo que está en el tronco de la persona humana.

3. Para representar en un sistema de base veinte a partir del diez hasta el diecinueve, se podría usar símbolos unitarios propios para cada número. Al no existir, se usan las letras del alfabeto.

Símbolos mayas para representar cualquier cantidad

	cero
	unidades
	cinco

Representación del sistema maya

	
	
<p>Conociendo las unidades podemos escribir las cantidades, así;</p>	
 1 veintena 20  Cero unidades + $\frac{0}{20}$	 1 veintena 20  1 unidad + $\frac{1}{21}$
 2 veintenas 2 x 20 = 40  5 unidades + $\frac{5}{45}$	 3 veintenas 3 x 20 = 60  0 unidades + $\frac{0}{60}$
 10 veintenas 10 x 20 = 200  10 unidades + $\frac{10}{210}$	 15 veintenas 15 x 20 = 300  19 unidades + $\frac{19}{319}$
 19 veintenas 19 x 20 = 380  19 unidades + $\frac{19}{399}$	 1 cuatrocientos 1 x 400 = 400  Cero veintenas 0  Cero unidades + $\frac{0}{400}$
 1 cuatrocientos 1 x 400 = 400  1 veintenas 1 x 20 = 20  1 unidades + $\frac{1}{421}$	 4 cuatrocientos 1 x 400 = 1600  19 unidades + 19 x 20 = 380  8 unidades + $\frac{8}{1988}$
 5 x 400 = 2000  0  + $\frac{0}{2000}$	

UNIDAD 3

Funcionamiento de la Taptana Montaluisa y sus ventajas

La propuesta es enseñar las matemáticas en el marco del Espacio Matemático de Representación de la realidad. Es aconsejable que la pedagogía de la matemática siga el proceso de construcción de esta ciencia, que siguieron los humanos de las diferentes culturas del mundo. Toda ciencia ha surgido de la observación, estudio e interpretación de los elementos y fenómenos del Cosmos, y del estudio del cuerpo humano. Para percibir los fenómenos del Cosmos, los humanos empleamos los sentidos, las emociones, los sentimientos, etc.

El proceso de simbolización a partir de la realidad




















El primer paso fue representar los objetos de la realidad por signos cada vez más abstractos. Al inicio los signos con los que representaron fueron muy icónicos, luego fueron cada vez más simbólicos. A este proceso se lo ha llamado “abstracción”.

El proceso de abstracción de lo que llamamos realidad, hay que fortalecerlo mediante representaciones sucesivas. Inclusive, la ausencia, necesita ser representada. Para representar la ausencia empleamos ahora el cero. Luego viene el conteo que es la operación fundamental de las operaciones matemáticas.

Simultáneamente con el conteo hay que enseñar el código matemático. Todo código tiene dos componentes: un conjunto limitado de signos y las reglas de combinación y uso de esos signos. En el caso del código matemático decimal, hay que enseñar dos cosas:

- La representación de las cantidades con los signos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8, 9, 0.
- Las leyes del sistema de numeración decimal. Estas leyes son dos: cada que hay diez elementos se lo representa con un atado de diez, y los atados se colocan a la izquierda y los sueltos a la derecha, si es que existen.

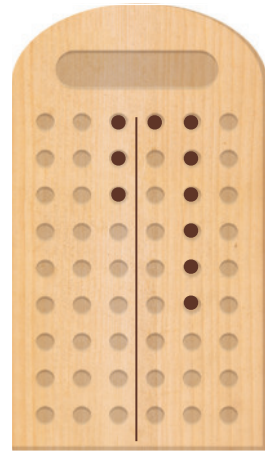
Proceso de simbolización (abstracción)

REALIDAD	1ra. representación ÍCONOS	2da. representación ÍCONOS	3ra. representación SÍMBOLOS
Son los seres en el mundo de cuatro dimensiones Pachamama			1
			2
			3
			4
			5
			6
			7
			8
			9
			0

El quichua, como pocas lenguas en el mundo, tiene reflejada en su lengua el sistema decimal. Por eso es conveniente enseñarlo recurriendo a la explicación-comprensión de la *chunkachina*.

La operación fundamental de la matemática es el conteo. A partir del conteo se va construyendo las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, etc.

El Espacio Matemático de Representación Occidental se basó en el punto, que es una entidad abstracta, que no tiene dimensiones. El Espacio Matemático de Representación Quichua, Aymara y de muchas culturas indígenas, está basado en el cuadrado y en el círculo que son entidades concretas, pues tiene dimensiones. Estas dos formas de representación del Espacio Matemático de Representación son complementarios. Así se complementan el pensamiento matemático de las nacionalidades indígenas y el pensamiento matemático desarrollado en occidente.



3 , 1 6

La Taptana Montaluisa puede ser usada para representar cantidades tan altas como se quiera, pero también los decimales, hasta cantidades tan pequeñas como se quiera.

Ventajas del uso de la Taptana Montaluisa

La taptana del sistema decimal que es la *chunkachina*, contribuye a comprender el sistema de numeración decimal. Fue diseñada para que los alumnos y los educadores comprendan cómo se ha construido el sistema de numeración que ha sido usado por muchas culturas, y que ahora tiende a ser universal. Pero además la *chunkachina* (hacer atados de diez) y su representación en la taptana, no solo permitirá que los estudiantes aprendan a escribir cualquier cantidad con solo diez signos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0), sino además permite comprender los procesos de: sumas con llevadas, restas con prestadas, y otras operaciones matemáticas, que tanto sufrimiento causan a las estudiantes y los estudiantes.

Las investigaciones del futuro confirmarán los grandes avances que realizaron las culturas ancestrales. Esto se puede hacer al estudiar la lógica, la cosmovisión y la sabiduría de las nacionalidades indígenas.

Estas culturas, al igual que todas las del mundo, obtuvieron su conocimiento de dos fuentes importantes: el estudio del funcionamiento de los componentes de la naturaleza, y del estudio del cuerpo humano. Así por ejemplo, empleamos el sistema decimal porque tenemos diez dedos, si tuviéramos ocho, el sistema de numeración más usado sería de base ocho, y así por el estilo.

La taptana del sistema de base dos que es la *ishkaychina*, contribuye a comprender el sistema que se emplea en la programación de las calculadoras, computadoras y la robótica.



Cerámica ancestral, que puede simbolizar la evolución del Cosmos (Pachamama), a partir del Pachakutiy (big bang).

Museo del Banco Central del Ecuador.

Comprensión del Cosmos (Pachamama), sus elementos y las operaciones matemáticas

El aprendizaje semiótico de las matemáticas favorece no solamente la comprensión de los sistemas de numeración, sino forma mentalidades holísticas, integrales. Así el estudio de las ciencias relacionadas con: física, biología, diseño, geometría, etc., se tornará más comprensible para los estudiantes.

En el Espacio Matemático de Representación de los pueblos indígenas, es más claro para los estudiantes el proceso de simbolización. Igualmente será más fácil la comprensión de las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación, superficie, volúmenes, ecuaciones, fractales, etc.

La Taptana Montaluisa y la Taptana Cañari



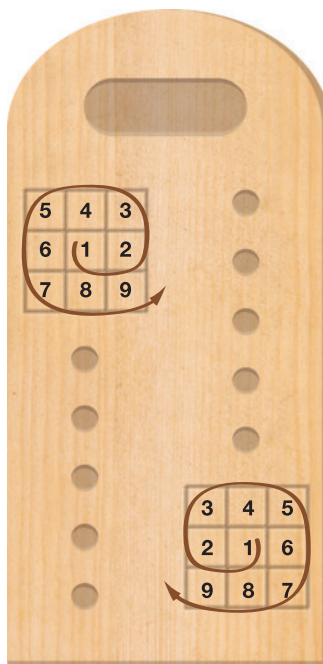
Taptana Montaluisa



Taptana Cañari

En realidad quizá nunca sabremos cómo los Cañari llamaron a su piedra, debido a la muerte de su lengua, causada por la invasión colonial. Los arqueólogos la llaman simplemente “contador cañari”. En el antiguo Centro de Investigaciones para Educación Indígena - CIEI de la PUCE, creado por Consuelo Yáñez en 1978, decidimos llamarle a la piedra del Cañar, *taptana*, siguiendo el uso antiguo quichua según se halla en el Lexicón de Domingo de Santo Tomás de 1560.

La finalidad principal de la Taptana Montaluisa fue la explicación sencilla de los diferentes sistemas de numeración. Por lo tanto, aunque se puede representar operaciones matemáticas, no se puede comparar como habrían querido algunos con una calculadora. En este sentido, la Taptana Montaluisa no es un ábaco. En tanto que la Taptana Cañari, su función principal parece haber sido, la realización de operaciones de suma, resta, etc. La Cañari, sí se la puede relacionar con un ábaco para hacer cálculos o una calculadora. En ella para sumar se hacía saltar tantos pasos (cuadrados) según indicaba el sumando, siguiendo la dirección de apertura del churo. Para la resta se hacía retroceder tantos pasos como indicaba el minuendo. En la Taptana Cañari las unidades, decenas, centenas, etc., se distinguían mediante colores y/o formas.



Taptana Cañari

En la Taptana Montaluisa el valor de los símbolos no depende de colores, formas, etc., de los símbolos, sino de la simple posición (proxémica) que ocupa en la dirección horizontal. En cambio en la Taptana Cañari el valor de los símbolos dependen tanto de la posición en los cuadros, los cuales son recorridos en forma de churo, y de los colores o formas de los símbolos empleados.

Como conclusión, se puede señalar que aunque a los profesores les guste enseñar el valor de los símbolos utilizando colores, no es indispensable ni a largo plazo conveniente, pues llevará a los estudiantes al memorismo y a la mecanización en el aprendizaje del código matemático. En el proceso de enseñanza de los símbolos de la lecto-escritura (letras y signos de puntuación), si es conveniente y hasta cierto punto necesario emplear colores para resaltar los símbolos nuevos que se desea enfatizar.

Actualmente, muchos profesores enseñan a escribir los números de una manera memorística y mecánica. Así, luego de haber enseñado del 1 al 9, les dicen a los estudiantes «*el diez es fácil: es el uno con un cero al lado*». Luego les atormentan haciéndoles escribir del 11 al 20, después del 21 al 30, del 31 al 40. Hasta llegar a 100.

Con la Taptana Montaluisa, lo más importante es enseñarles primero a pasar del mundo de cuatro dimensiones a un mundo de dos dimensiones. Para ello se usa las representaciones sucesivas. Después se enseñan los símbolos del 1 al 9. Una clase muy especial de varios días debe ser la enseñanza del cero, porque mientras los otros símbolos indican la representación de lo existente, el cero lo es de lo que no existe. Posteriormente se enseñan las dos reglas del código de numeración decimal, señalado en las páginas anteriores, y la niña y el niño podrán representar cualquier cantidad entera hasta el 99, sin que se haya tenido que enviar trabajos repetitivos de páginas enteras repitiendo la escritura de los números. Lo más importante no es la rapidez para enseñar a escribir números mayores a diez y además, se comprenderá el valor del concepto de posición, la función del cero en la representación de todo sistema, incluido el binario que ahora tanta fama tiene.

Lógica bivalente y lógica trivalente

El estudio de las matemáticas y de las demás ciencias con un enfoque semiótico permite una mayor comprensión de los procesos de abstracción y simbolización. Al ubicar el pensamiento matemático en el contexto del espacio matemático de representación favorece la percepción integral de la naturaleza. Al ubicar los estudios matemáticos poniendo como telón de fondo el cosmos, se puede evitar los riesgos de las doctrinas y prácticas teocentristas y antropocentristas. La naturaleza ni es algo inferior al ser humano (teocentrismo), ni es un objeto a ser dominado por los humanos (antropocentrismo). La tercera posición que es la cósmica ubica al ser humana en el sitio más apropiado. Los humanos tenemos que acomodarnos creativamente a convivir con la naturaleza, pues somos parte de ella. La naturaleza es plural.

El pensamiento occidental ha dado demasiada preferencia a la lógica bivalente, y solo recién en 1920 el polaco Jan Lukasiewicz propone a los académicos la lógica trivalente. Las culturas ancestrales, en cambio milenariamente han usado de manera amplia tanto la lógica bivalente como la trivalente. Más aún las lenguas indígenas, han establecido términos para reflejar en el habla la lógica trivalente. Ella es usada en la vida por todas las personas que hablan estas lenguas, aunque no sepan leer ni escribir.

Ejemplo en *kichwa* y *aymara*:

Lógica bivalente	
sí	no
1	0
verdadero	falso

Lógica trivalente kichwa		
ari	icha	mana
1	1/2 ?	0
verdadero	no se sabe	falso

Lógica bivalente	
sí	no
1	0
verdadero	falso

Lógica trivalente aymara		
jisa	inaj	jani
1	1/2 ?	0
verdadero	no se sabe	falso

El ingeniero Iván Guzmán de Rojas, ha mencionado que en el álgebra bivalente podemos tener 16 funciones lógicas, mientras que en el álgebra trivalente podemos tener 19.683 funciones (Guzmán de Rojas: 1979, 137).

YUPAYKUNATA KILLKASHPA KALLARISHUNCHIK

Proceso de enseñanza de matemáticas
con un método semiótico



KALLARI

Yupaymanta yachachinkapakka pacha imashina kashkata yachanami kanchik. Nawpa mamakuna yayakunapash **Pachamamapi**¹ imalla tiyakushkata rikushkakunashi. Shina rurashpa yupay yachayta wiñachik kallarishkakunashi.

Shinallatak, ñukanchik aycha imashina kashkatapash riksik kallarishkakuna. Aycha ukutapash riksishkakuna. Tukuy kay yuyaykunawanmi yupaymantaka yachachina kanchik.

Pachata **unanchashpa**², Pachamamapi ima tiyashkatapah unanchay kallarishkakunashi. Sapan kakmanta shuk **unanchawan**³ rikuchik kallarishkashi. Shinallatak tiyashkakunata yupay kallarinkapakka yupaykunatashi wiñachik kallarishkakuna. Yupanataka ñukanchik **rukakuna**⁴ rikushpami, wiñachik kallarishkakunashi.

Kunan yachakukkuna ashtawan alli yachakuchunka kaykunatami sinchiyachina kanchik: mutkina, llamkana, mallina, uyana, rikuna. Shinallatak munana, kuyana, llakina, llakirinamantapash yuyachinami kanchik. Kay ruraykunawanmi yuyaykunata mirachishunchik.

Yupay unanchakunatarak yachachinami kanchik: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Kipaka, chunkachinata yachachinami kanchik. Chunkachishka kipaka, chunkakunataka llukipi churachinchik,

1. Pachamama: *el universo*.
2. Unanchana: *representar la realidad mediante signos*.
3. Unancha: *signo*.
4. Ruka: *dedo*.

ranti sapalla sakirikkunataka alliman chura-chinchik. Chay kipami yupaykunata taptanapi yupaykunata rikuchinami kanchik. Kaykunata rurachishpaka, ima yupaytapash 99 yupaykama wawakuna killkanllami. Ashtawan hatun yupaykunatapash killkachinkapakka, shinallatakmi yachachishpa katina kanchik.

Chunkachinata yachachishka kipami: yapana, anchuchinata rikuchinchik. Kaykunata alli yachashpaka hawallami shuktak yupaymanta yachaykunataka hapinkallami.

Kay kamupika ish kaychina, kimsachina, chuskuchina... chunkachinakamami rikuchinchik.

Pachamama



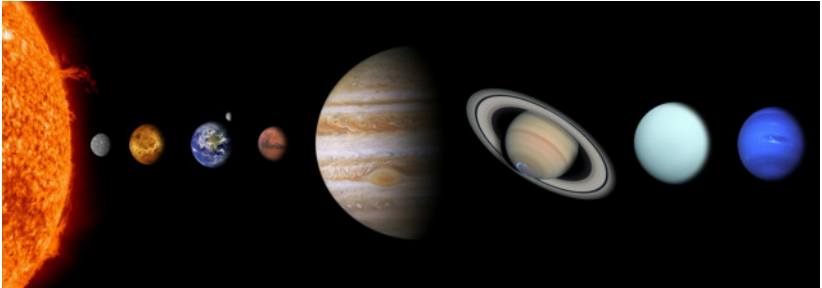
Foto: Churu tomada en Wasak'entsa, territorio achuar del Ecuador.

Catalina Álvarez P., 2010.

Tukuy tiyakkunaka Pachamapimi kawsanchik.

1 YACHANA

UNANCHANA¹
















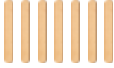





Allpamamapi² tiyakkunata, **hawapachapi³** tiyakkunatapash unanchachishunchik.

Kawsaypi tiyashkakunata **unanchaman⁴** tkrachishunchik. Kak ranti unanchawan rikuchishunchik.

1. Unanchana: *representar la realidad mediante signos.*
2. Allpamama: *planeta Tierra.*
3. Hawapacha: *espacio-tiempo cósmico exterior a la Tierra.*
4. Unancha: *signo.*

Mashna tiyashkata unanchawan riksishunchik.

Kakkuna	Rikuchina	Unancha
		1
		2
		3
		4
		5

Kakkuna	Rikuchina	Unancha
		6
		7
		8
		9
		0

Chunkachina Taptana

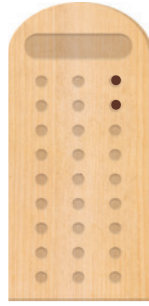
Yupaykunata killkashunchik.



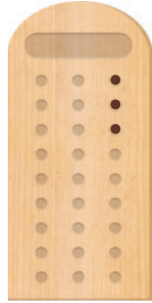
.....



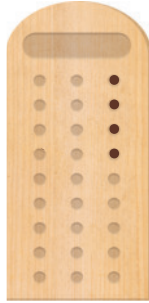
1



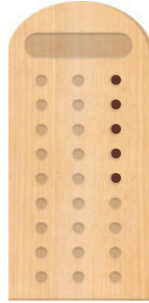
2



3



4



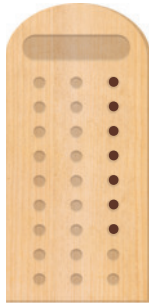
5

1	-	1	-	1															
2																			
3																			
4																			
5																			

Yupaykunata rikuchishpa katishunchik.



6



7



8



9



0



6	-	6	-	6																
7																				
8																				
9																				
0																				

Yupaykunata killkashunchik.



Yupaykunata shuyushunchik.



3



5



2



7



1



4



8



9



6

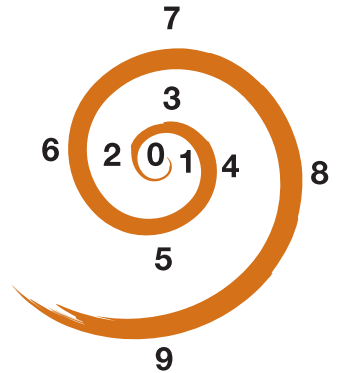
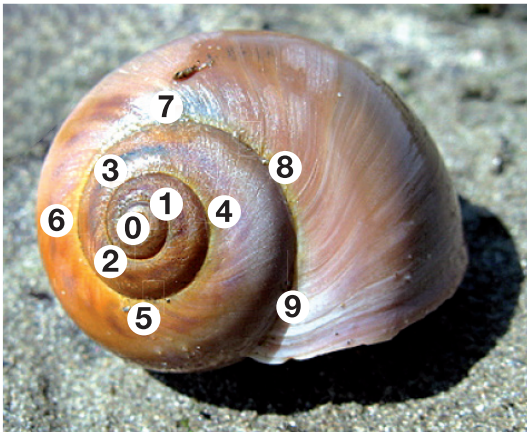
Taptana Montaluisa: Método de enseñanza de los sistemas de numeración con enfoque semiótico

Yupaykunata killka katishunchik.

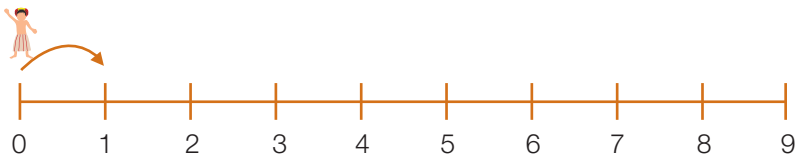
1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9

9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1

Churupi yupaykunata rikushunchik.



Tatkikunata wachupi rikushunchik. Kipa killkashunchik.



2 YACHANA

YAPANA - ANCHUCHINA



Waman Puma shuyushka¹

1. Mishukuna paytaka Guamán Poma ninmi.

YAPANA

Yapashunchik

1.

3
<u>+1</u>
4

4

3
<u>+1</u>
4

2.

2
<u>+7</u>
9

9

2
<u>+7</u>
9

Yapashunchik

3
<u>+1</u>
4

5
<u>+2</u>
7

2
<u>+7</u>
9

4
<u>+4</u>
8

1
<u>+1</u>
2

6
<u>+3</u>
9

2
<u>+2</u>
4

2
<u>+3</u>
5

3
<u>+4</u>
7

4
<u>+1</u>
5

2
<u>+6</u>
8

3
<u>+5</u>
8

ANCHUCHINA

Anchuchishunchik

1.

$\begin{array}{r} 8 \\ -3 \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -3 \\ \hline 5 \end{array}$
--	---	--	--

2.

$\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline 2 \end{array}$
--	---	--	--

Anchuchishunchik

$\begin{array}{r} 9 \\ -1 \\ \hline 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
--	--	--	--

$\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
--	--	--	--

$\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ -1 \\ \hline \end{array}$
--	--	--	--

3 YACHANA

CHUNKACHINA



Chunkachina

Ima yupaytapash killkankapakka kaykunatami rurana kanchik.

1. Shukmanta iskunkama unanchakunata yuyarichina. Illak yupaytapash imashina killkanata yuyarichina.

Shina: 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 0

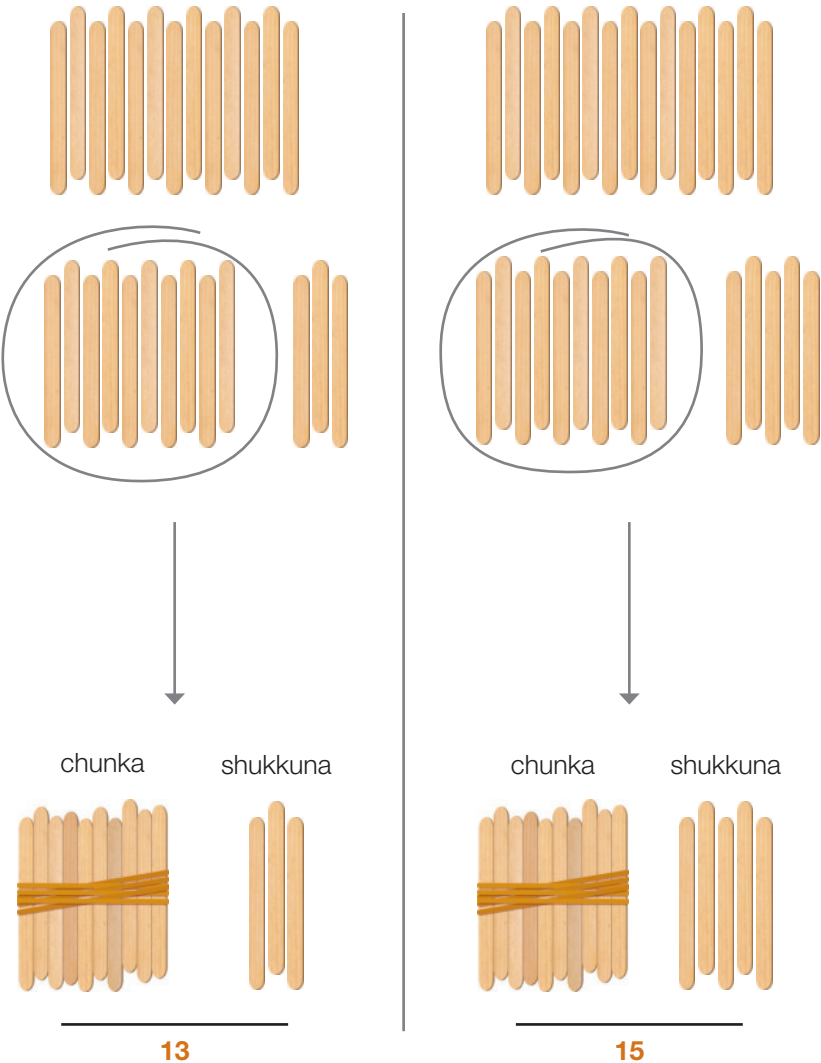
2. Ishkay kamachikunata yachachina:

- Chunka, chunkata tantachina. Sapan chunkawanka shuk wankuta rurachina.
- Wankushka chunkakunataka llukiman churachina, sapallakunataka alliman churachina.

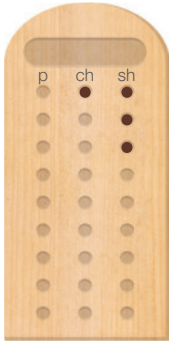
3. Chunkachina taptanapi chunkakunata tiyashkata shukku natapash rikuchina. Kipa taptana chakipi yuyaykunata killkachina.

Chunkachishunchik

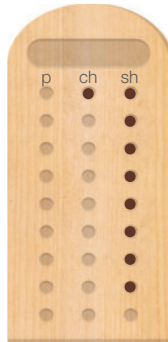
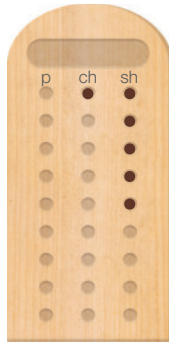
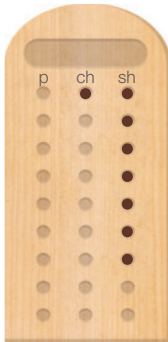
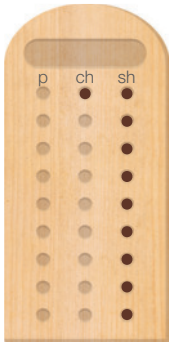
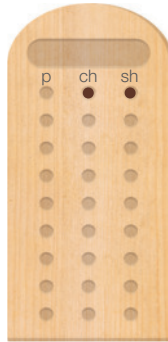
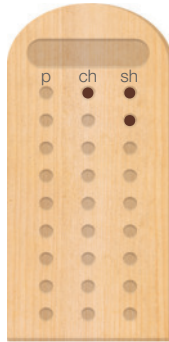
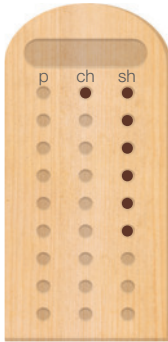
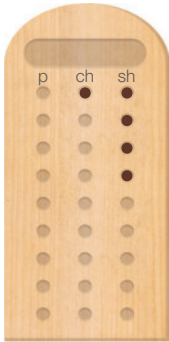
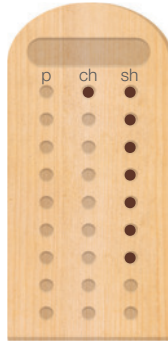
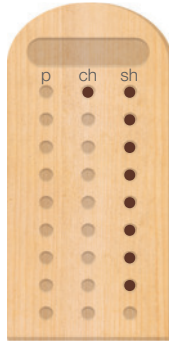
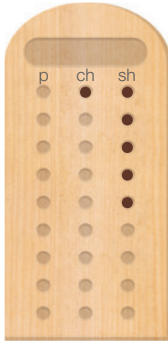
Chunkata paktachishpaka watanami kan. Kipa watashka chunkakuna-taka llukiman churana kan. Ranti shukkunataka alliman churana kan.



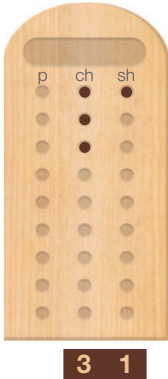



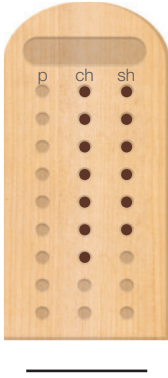
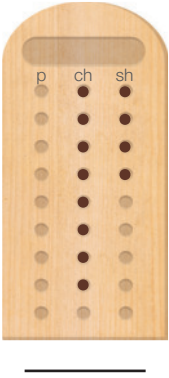


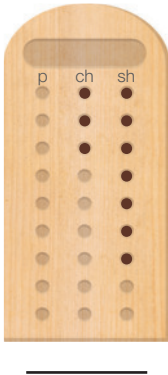



Yupaykunata killkashunchik



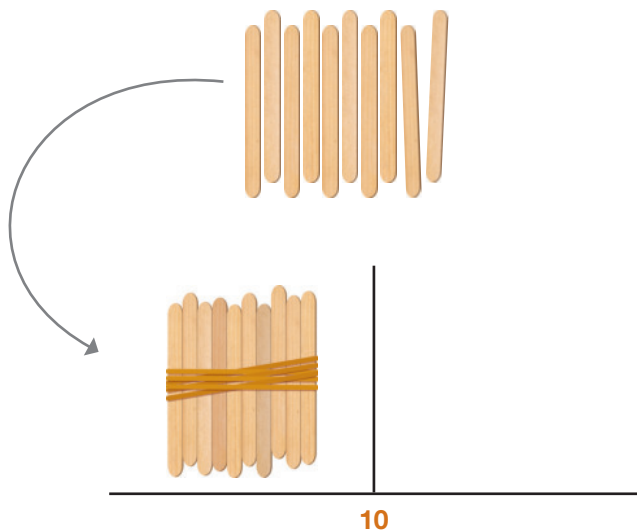
1 3



Yupaykunata killkashunchik

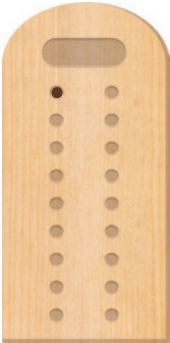
			
_____	_____	_____	_____
			
_____	_____	_____	_____
			
_____	_____	_____	_____

Chunkachishunchik



1	0	-	1	0	-														
---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Yupayta shuyushunchik



1 0



9 0



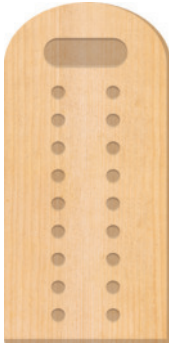
4 0



7 0



2 0



5 0



3 0

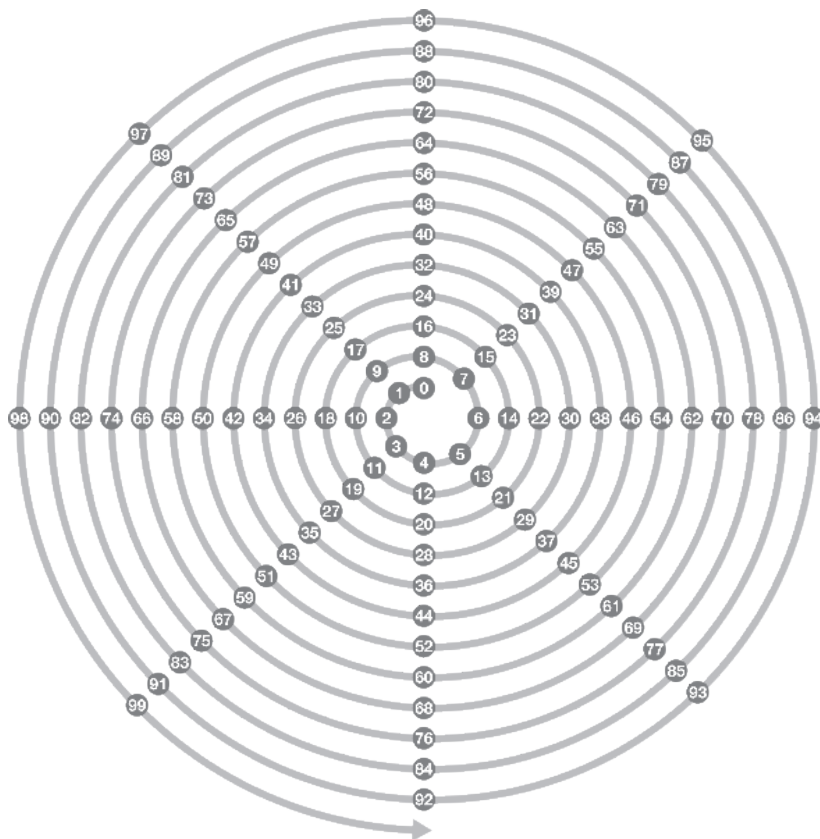


6 0



8 0

Yupayta rikushunchik



Yupaykunata 1 - 99 killkashunchik

1 - 2 -

10 - 11 -

20 - 21 -

30 -

Yupaykunata 99 - 1 killkashunchik

99 - 98 -

Nishka yupayta killkashunchik

Kullki pankata rikushunchik



Yapashunchik

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$$

38

$$\begin{array}{r} 31 \\ + 12 \\ \hline \end{array}$$

43

$\begin{array}{r} 15 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$
38			
$\begin{array}{r} 23 \\ + 53 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 51 \\ + 45 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 63 \\ + 16 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 27 \\ + 51 \\ \hline \end{array}$

4 YACHANA

YAPASHPA, ANCHUCHISHPAPASH KATISHUNCHIK



Anchuchishunchik

$$\begin{array}{r} 39 \\ - 25 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ - 25 \\ \hline 14 \end{array}$$

14

$$\begin{array}{r} 26 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$$

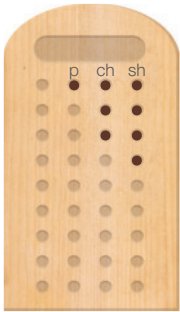
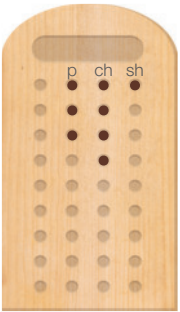
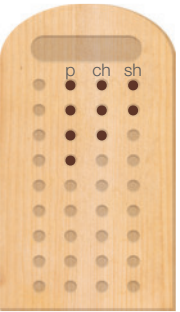
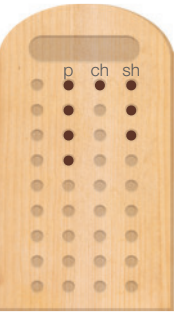
$$\begin{array}{r} 26 \\ - 16 \\ \hline 10 \end{array}$$

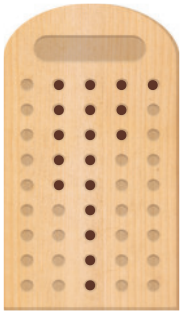
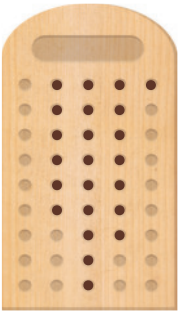
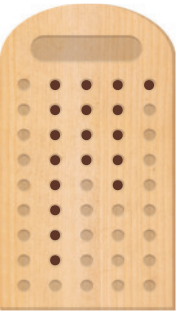
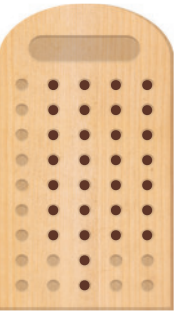
10

Anchuchishunchik

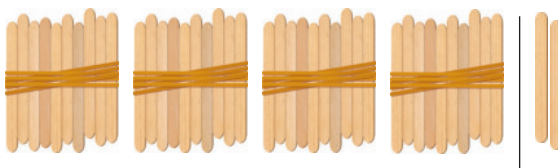
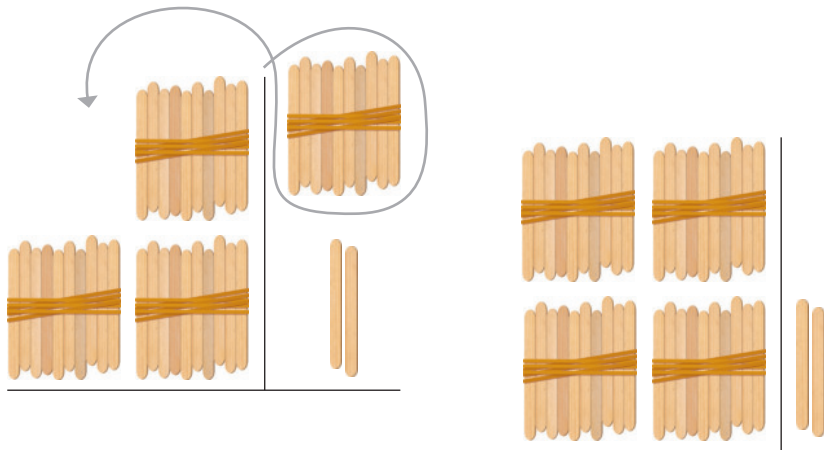
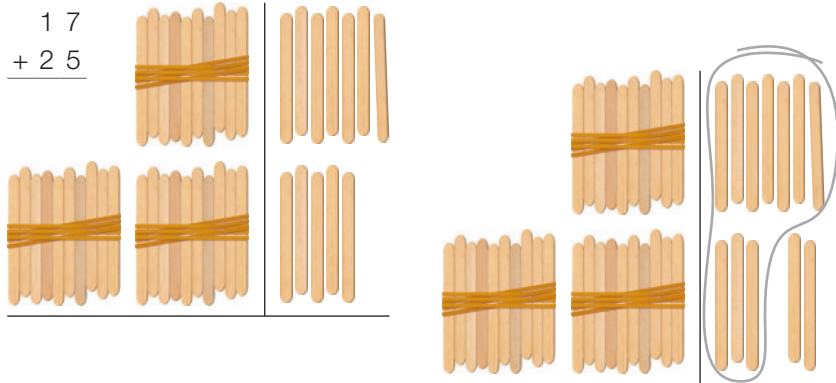
$\begin{array}{r} 35 \\ - 12 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 28 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 39 \\ - 20 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 66 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 38 \\ - 26 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 57 \\ - 41 \\ \hline \end{array}$
---	---	---	---	---	---

Yupaykunata 1 - 999 killkashunchik

 <p>p ch sh</p> <p>1 3 4</p>			
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>

			
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>

Chunkachishpa yapashunchik

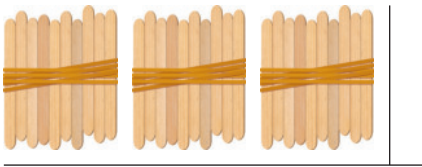
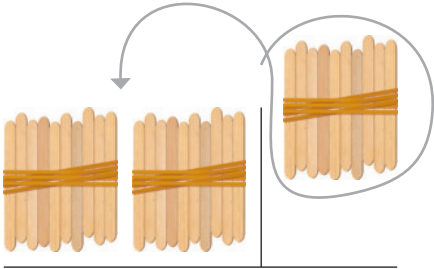
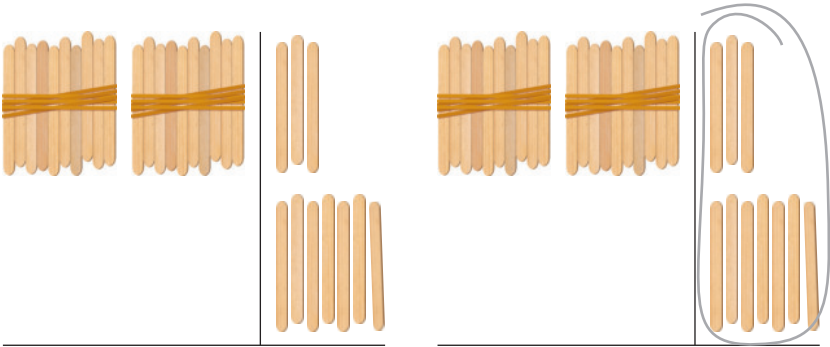


42

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 25 \\ \hline 42 \end{array}$$

Chunkachishpa yapashunchik

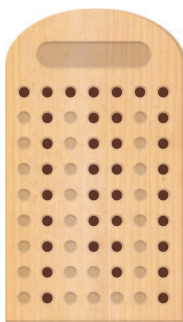
$$\begin{array}{r} 23 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$



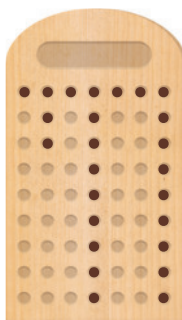
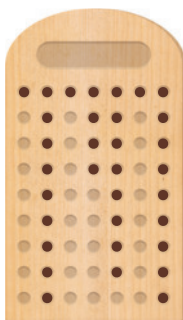
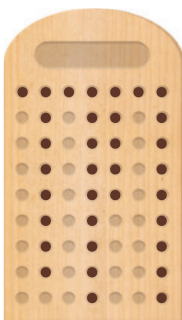
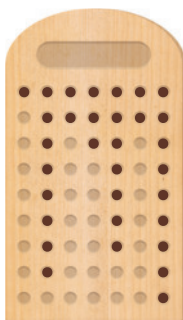
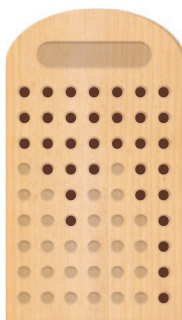
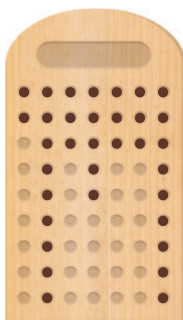
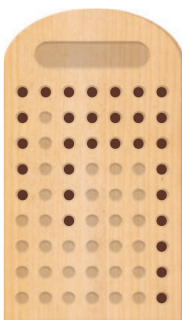
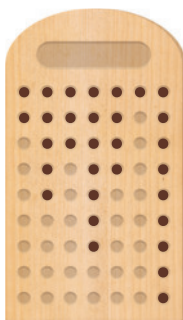
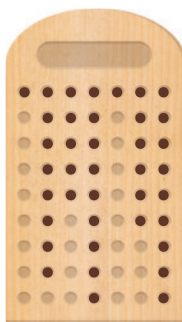
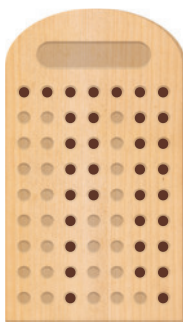
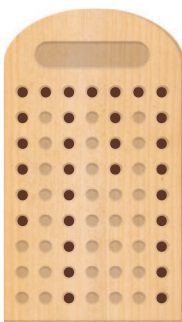
30

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 7 \\ \hline 30 \end{array}$$

Yupaykunata 1 - 9'999.999 killkashunchik



1'9 1 7.8 1 9



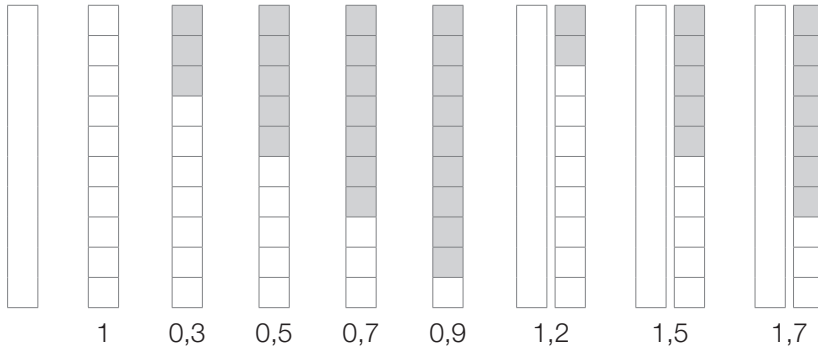
5 YACHANA

CHUNKAWA¹



1. Decimales.

Yupaykunata killkashunchik



Dólar pakishkata rikushunchik: Patsakyachishunchik



Yupaykunata killkashunchik

sh chw

1, 3

,

,

,

10^1 10^0 10^{-1} 10^{-2}

ch sh chw pw

1, 3 3

,

,

Yupaykunata killkashunchik: Warankayachishunchik

10³ 10² 10¹ 10⁰ 10⁻¹ 10⁻² 10⁻³

w p ch ch chw pw ww

1 6 9 1, 1 7 9

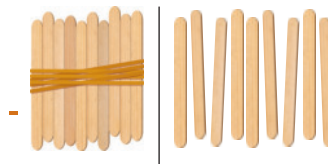
w: warankakuna, p: patsakkuna, ch: chunkakuna, sh: shukkuna, chw: chunkawakuna, pw: patsakwakuna, ww: warankawakuna.

Chunkakunata shukllayachishpa anchuchina

1.
$$\begin{array}{r} 31 \\ - 19 \\ \hline \end{array}$$

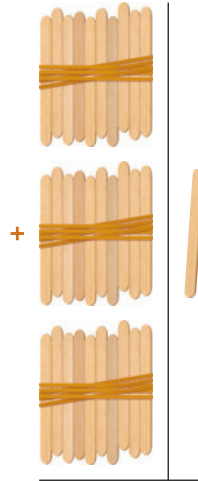


19 dolarta
mañashkani.



2.

31 dolarta llankashpa hapirkani.

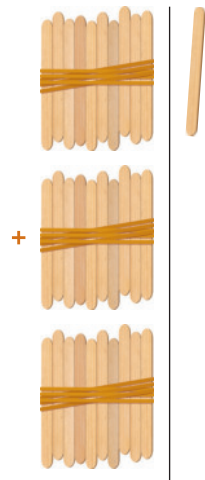
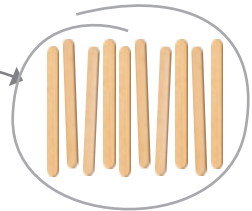


3.



Mañashka kullkita tkrachinkapakka, payllamantak ashtawan shuk chunkata mañani.

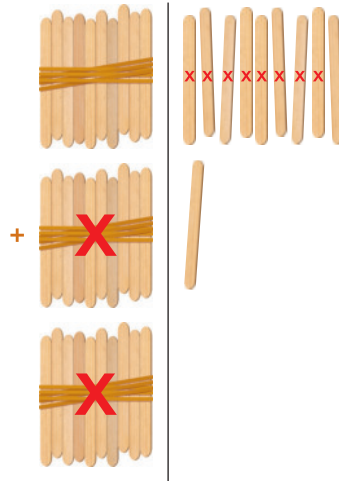
Kunanka 41 kullkita charini, shinapash 29 kullkita mañachishkami kani.



4.



Kunanka ñami
29 kullkita
tikrachitukuni.



$$\begin{array}{r} 31 \\ - 19 \\ \hline 12 \end{array}$$

ЊУКАПЧИК УАСНАКУПА ЊАП: УЛАПСАУАПА ЊАПКУПА

NUUESTRA METODOLOGÍA:
Los caminos de la abstracción



ÑUKANCHIK YACHAKUNA ÑAN: Unanchayana ñankuna (NUESTRA METODOLOGÍA: Los caminos de la abstracción)



En las culturas ancestrales, las diversas formas de espirales o churos representan la Pachamama, Cosmos, o Naturaleza.

(Pieza arqueológica del Exmuseo del Banco Central del Ecuador, actualmente ubicado en la Casa de la Cultura Ecuatoriana en Quito. Foto: David Montaluisa 2010)

En las matemáticas se tiene que llegar a manejar no solo algoritmos sino comprender códigos con un alto nivel de abstracción. Esto permite manejar los diferentes tipos de códigos. Esto implica conocer como pasar desde un mundo concreto de al menos cuatro dimensiones que son espacio-tiempo (largo-ancho-profundidad-tiempo), a un mundo de ideas puras.

En nuestra metodología podemos seguir este camino para llevar a los estudiantes, desde un conocimiento concreto adquirido mediante los sentidos hasta un conocimiento abstracto en la mente. Con la abstracción se puede construir códigos muy potentes para el aprendizaje de las matemáticas, la escritura, las leyes de las ciencias en general, etc.

Yupayta yachachinkapakka kay ñanta katinami kanchik:

(Para enseñar matemáticas podemos seguir este camino)

1. KAWANA PACHA

(Observación de campo)

Pachamamapi ima tiyayta rikuchina. Mashna tiyaytapash rikuchina. Yupana, mana yupa-pankapak mashnaytapash yuyachina.

(Hacer observar lo que existen en la naturaleza. Hacer contar lo que hay. Diferenciar entre cantidades continuas y cantidades discretas)

2. RIMANAKUY

(Diálogo sobre lo observado)

Wawakunawan mushuk yachayman-ta rimanakuna

(Diálogo sobre el nuevo conocimiento a enseñarse)

3. PIRWATA RURACHINA

(Representar con maquetas de lo observado)

4. RURAYKUNATA RIKUCHISHPA YACHAYTA HAPICHINA

(Explicar los temas nuevos y práctica de comprensión)

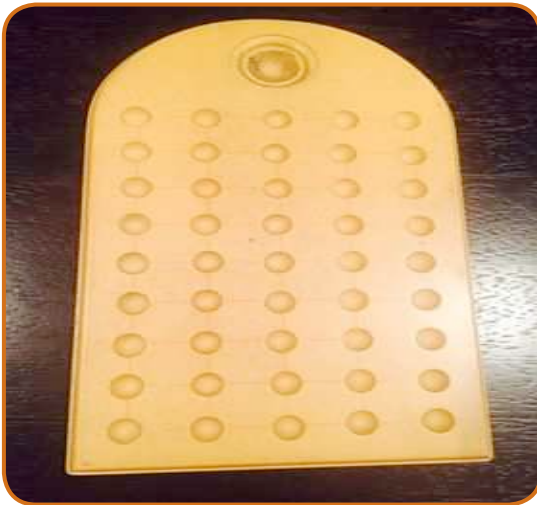
4.1. Pachamamapi tiyakta unanchakunawan rikuchina (pirwa, shuyu, rumi, kaspi, shukkunawanpash). Rimashpa yupachina. *(Representar los elementos de la naturaleza (usando maquetas, dibujos, piedras, palillos, etc.). Hacer contar oralmente.*

4.2. Yupay, yupay unanchapash ima kakta yuyachina. Yupayka umapi mashna tiyaymi kan. Yupay unanchaka, yupayta rikuchikkunami kan: shuyukuna, shimikunapash.

(Explicar el concepto de número y numeral. Número es la idea de cantidad que está en el cerebro. Numeral son los símbolos o palabras con los cuales se representa al número)

4.3. Mashna tiyashkata Taptanapi rikuchina (1-9)

(Representar las cantidades entre 1 y 9 en la Taptana)



Tapana diseñada por Luis Montaluisa para la enseñanza de los sistemas de numeración posicional. En el presente caso el sistema de numeración decimal. Foto: David Montaluisa.

4.4. Mashna tiyashkata unanchawan rikuchina: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

(Representar las cantidades con símbolos)

4.5. Mana tiyashkatapash unanchawan rikuchina: 0

(Enseñar a representar la no existencia con el 0)

Mana tiyashkata Taptanapi rikuchina

(Mostrar cómo se representa el cero en la Taptana)

4.6. Chunkachina

(Decimalización)

4.6.1. Chunka, chunka wankukunata watachina
(Hacer grupos de diez: los dieces deben ser amarrados)

4.6.2. Chunkakunataka llukiman churachina, shukkunataka alliman churachina
(Los atados de dieces hacer poner a la izquierda, y los sueltos a la derecha)

4.7. Mashna charishkata Taptanapi muyukunawan taptanapi rikuchina. Taptana chakipi yupaypa unanchawan rikuchina).

(Representar las cantidades con semillas en la Taptana. Representar las cantidades al pie de la taptana).

4.8. Killkana pirkapi, pankapipash taptanapi munashka yupaykunata killkachina

(En la pizarra y en los cuadernos, en la Taptana, hacer representar las cantidades)

4.9. Chunkakunatalla yachachina. Sapan illakta yuyachishpa rikuchina.

(Enseñar a representar las decenas puras)

4.10. Yupaykunata killkachina 1-99, maykamapash: churupi, wachupipash

(Hacer escribir los números del 1 hasta el infinito en churo y en recta numérica)

4.11. Yupanakuna *(operaciones de cálculo)*. Yapana-muyuntita tupuna *(suma y perímetro, concepto de medida)*; Kichuna *(resta)*; Kutinapampata tupuna *(multiplicación y medidas de superficie)*; Rakina *(división)*, Chunkawakuna *(decimales)*. Kutirayana *(potenciación)*. Sapiroayana *(radicación)*; Pakina *(fracciones)*.

BIBLIOGRAFÍA

Álvarez Palomeque, Catalina. **Léxico Achuar por Campos Semánticos** (editora), Quito (en prensa), 2011.

Guerrero, Marcos. **Los dos Máximos Sistemas del Mundo**. PUCE-Abya Yala, Quito, 2004.

Guzmán De Rojas, Iván. **El niño vs. número**. Biblioteca Popular Boliviana, La Paz, 1979.

Heller, Rachelle y Dianne Martín. **Bits y Bytes: Iniciación a la Informática**. Reí, Bogotá, 1986.

Montaluisa, Luis. **Comunidad, Escuela y Currículo**. UNESCO-Chile, Santiago, 1988.

Montaluisa, Luis. **Ñukanchik Yachay**. PUSEIB-paz DINEIB. Quito, 2007.

Montaluisa, Luis. **“Contribuciones Indígenas a la Educación, Filosofía y Plurinacionalidad”**, discurso pronunciado el 28 de octubre de 2010, en la Casa de la Cultura Ecuatoriana, con motivo de la ceremonia de incorporación como miembro de número de la Sección de Educación y Filosofía de dicha institución.

